Галин Д. М., Завельский М. Г.

МОДЕЛИ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ДИНАМИКИ ДЛЯ КРАТКОСРОЧНОГО ПРОГНОЗИРОВАНИЯ

Введение

Нынешний кризис хозяйства сделал гораздо более настоятельной, чем прежде, потребность в инструментах достаточно точного оперативного прогнозирования его динамики. Далее описываются результаты построения для России эконометрической модели, способной выступить в роли такого инструмента. Информационным обеспечением этого послужили данные Госкомстата России за 2006-2008 гг., содержащиеся в ежемесячных изданиях «Краткосрочные экономические показатели Российской Федерации», а также «Социально-экономическое положение России», и на сайте Госкомстата России (www.gks.ru). Кроме того, была использованы сведения сайтов Московской межбанковской валютной биржи (www.micex.ru) и Фондовой биржи «Российская торговая система» (www.rts.ru). Показатели рассматривались в ежемесячном и ежеквартальном исчислении, причем в отсутствие квартальной информации последнее формировалось на основе месячной, а в отсутствие той соответствующее исчисление осуществлялось на основе дневной.

Номер квартала (месяца) на условной шкале времени применительно к ежеквартальной (ежемесячной) информации далее обозначается как t. Значение t=0 для ежеквартальной соответствует четвертому кварталу 2005 г., а для ежемесячной - декабрю 2005 г. Таким образом, информация за первый учитываемый год (2006 г.) начинается в обоих случаях с t=1. Соответственно X(t) - значение показателя X(t) в квартале (месяце) t, X(t-τ) - значение показателя X(t) с лагом в τ кварталов (месяцев), т.е. в квартале или месяце (t-τ), λX(t) - значение темпа роста X в квартале (месяце). Также используются следующие обозначения самих экономических показателей:

ВВП - валовой внутренний продукт;

ИНОК - инвестиции в основной капитал (предусмотрена возможность временных лагов до двух кварталов или шести месяцев);

ОРС - объем строительных работ;

ОРТ - оборот розничной торговли;

ДКБ - доходы консолидированного бюджета (предусмотрена возможность временных лагов в один квартал или до трех месяцев);

НПО - налог на прибыль организаций (предусмотрена возможность временных лагов в один квартал или до трех месяцев);

ДМ - денежная масса;

ДМНАЛ - наличные деньги вне банковской системы;

КРОКР и КРОДЛ - кредиты, предоставленные организациям на срок, соответственно, до года (краткосрочные) и свыше года (долгосрочные);

КРФЛ - кредиты, предоставленные физическим лицам;

ДДН - денежные доходы населения;

ЭКС и ИМ - соответственно, объем экспорта и импорта (в обоих случаях предусмотрена возможность временных лагов в один квартал или до трех месяцев);

КУРДОЛ и КУРЕВР - курс, соответственно, доллара США и евро;

ЧБР - численность безработных;

УРБР - уровень безработицы в % от экономически активного населения;

ИММВБ и ИРТС - индекс, соответственно, ММВБ и РТС;

ИПП - индекс промышленного производства;

ИЦПТ - индекс цен производителей промышленных товаров;

ИЦСП - сводный индекс цен строительной продукции;

ИТГП - индекс тарифов на грузовые перевозки;

ИПЦ - индекс потребительских цен;

СЭКСN и СИМN - соответственно, суммарный экспорт и суммарный импорт за N кварталов (месяцев), включая текущий (обе группы показателей реально используются с временными лагами в один квартал или в один месяц, т.е. характеризуют суммарный экспорт и суммарный импорт за N кварталов (месяцев), предшествующих текущему; N - любое целое число, удовлетворяющее следующим условиям: для ежеквартальной информации $2 \le N \le 4$, а для ежемесячной - $2 \le N \le 9$);

МЦНЕФ, МЦГАЗ, МЦНИК - мировая цена, соответственно, нефти, природного газа, никеля;

ИМЦНЕФ, ИМЦГАЗ, ИМЦНИК - индекс мировой цены, соответственно, нефти, природного газа, никеля.

Период с января 2007 г. по июнь 2008 г. (включительно) полагался базовым, а с июля по декабрь 2008 г. (включительно) - прогнозным.

Постановка и общие принципы решения задачи

Задача проведенного исследования состояла в построении на основе математико-статистической обработки информации базового периода о множестве определенных эндогенных и экзогенных переменных численной модели как такой системы связывающих их линейных регрессионных уравнений, чтобы рассчитываемые по ней значения эндогенных переменных в точках прогнозного периода были по возможности ближе к фактически зафиксированным. Для решения этой задачи был применен подход, описанный в [1], когда предполагается, что для каждого уравнения модели набор переменных, входящих в него с ненулевыми коэффициентами, известен. Всего модель включает n эндогенных и m предопределенных переменных, причем к последним относятся как экзогенные, так и лаговые значения эндогенных. Значения их всех заданы на некотором базовом периоде из T точек (t=1, 2, . . ., T)*. Модель состоит из n линейных уравнений вида:

$$\sum_{j=1}^{n} \theta_{ij} y_j(t) + \sum_{j=1}^{m} \psi_{ij} x_j(t) = \varepsilon_i(t), \tag{1}$$

где $y_j(t)$ и $x_j(t)$ - значения, соответственно, эндогенных и предопределенных переменных; $\varepsilon_i(t)$ - случайное возмущение. Для учета свободного члена (при необходимости) используется экзогенная переменная, значения которой во всех точках равны единице. Далее эта переменная для краткости будет именоваться просто «единица».

Таким образом, модель оказывается способом совместного определения зависимых переменных $y_j(t)$ (j=1, 2, . . ., n) через предопределенные переменные $x_j(t)$ (j=1, 2, . . ., m) и возмущения $\varepsilon_j(t)$ (j=1, 2, . . ., n). Ее можно представить как

$$\Theta y(t) + \Psi x(t) = \varepsilon(t), \tag{2}$$

где Θ и Ψ - матрицы, имеющие, соответственно, размерности $n \times n$ и $n \times m$; $y(t)$ и $\varepsilon(t)$ - векторы, содержащие по n элементов; $x(t)$ - вектор из m элементов.

В [1] предполагается, что все случайные возмущения имеют нулевые математические ожидания, одинаковые дисперсии и взаимно не коррелируют, а также не зависят от предопределенных переменных, матрица же Θ является невырожденной, вследствие чего (2) представима в при-

*Здесь и далее в описании подхода, предложенного в [1], t - номер временной точки в периоде, а не квартала (месяца) на условной шкале времени.

веденной форме как

$$y(t)=\Omega x(t)+\delta(t), \quad (3)$$

где Ω=-$\Theta^{-1}\Psi$ - матрица размерности n×m; $v(t)=\Theta^{-1}\varepsilon(t)$ - вектор из n элементов.

Система (2) для оценивания параметров зависимостей одних эндогенных переменных от других и от предопределенных переменных преобразуется к виду:

$$y(t)=Ay(t)+Bx(t)+u(t), \quad (4)$$

причем вектор u(t) получается путем линейных преобразований $\varepsilon(t)$, а матрицы A и B, получаемые путем линейных преобразований матриц Θ и Ψ, имеют размерности, соответственно, n×n и n×m; кроме того, $a_{ii}=0$ (i=1, 2, ..., n). Таким образом, оценивание параметров этих зависимостей сводится к нахождению элементов матриц A и B.

Согласно [1] каждая эндогенная переменная $y_i(t)$ (i=1, 2, ..., n) может коррелировать с любым из случайных возмущений $u_i(t)$ (i=1, 2, ..., n). Отсюда следует, что при использовании обыкновенного метода наименьших квадратов (МНК) для нахождения элементов матриц A и B получаемые оценки могут оказываться смещенными. Поэтому для построения модели нужно последовательно к каждому уравнению системы (4)

$$y_i(t) = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} y_j(t) + \sum_{j=1}^{m} b_{ij} x_j(t) + u_i(t) \quad (5)$$

применять двухшаговый МНК. При этом на первом шаге вычисляются уравнения зависимостей $y_j(t)$ (j=1, 2, ..., n; j≠i) от предопределенных переменных:

$$y_j(t)=f_j(x_1(t), x_2(t), \ldots, x_m(t)). \quad (6)$$

После построения этих уравнений наблюдаемые значения переменных $y_j(t)^н$, которые могут коррелировать со случайными возмущениями $u_i(t)$, заменяются значениями тех же переменных $y_j(t)^p$, вычисленными по (6) путем подстановки значений $x_k(t)$ (k=1, 2, ..., m) во временных точках базового периода, т.е. $y_j(t)^p=f_j(x_1(t), x_2(t), \ldots, x_m(t))$. Значения $y_j(t)^p$ зависят только от предопределенных переменных, а поэтому, ввиду предположения о независимости $u_i(t)$ от таких переменных, не коррелируют с $u_i(t)$*. На втором шаге применяется обычный метод наименьших квадратов: определяются уравнения регрессии $y_i(t)$ на $y_j(t)^p$ (j=1, 2, ..., n; j≠i) и $x_j(t)$ (j=1, 2, ..., m)

$$y_i(t) = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} y_j(t)^p + \sum_{j=1}^{m} b_{ij} x_j(t). \tag{7}$$

Таким образом, в результате последовательного применения двухшагового метода наименьших квадратов необходимая система оказывается построенной.

Вычисление будущих значений эндогенных переменных требует выразить их только через предопределенные переменные, предполагая, что во временных точках прогнозного периода уравнения (7) имеют вид:

$$y_i(t) = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} y_j(t) + \sum_{j=1}^{m} b_{ij} x_j(t), \tag{8}$$

поскольку в этих точках значения $y_j(t)^p$ не вычислялись. Далее, система уравнений (8) записывается в матричном виде как

$$y(t)=Ay(t)+Bx(t), \tag{9}$$

откуда следует, что

$$y(t)=Cx(t), \tag{10}$$

где $C=(E-A)^{-1}B$. В итоге получено выражение эндогенных переменных только через предопределенные. Теперь по их известным значениям в точках прогнозного периода вычисляются будущие значения эндогенных переменных и решение задачи завершено.

Формирование многофакторных моделей посредством комбинации уравнений регрессии

Статистическая модель экономического показателя, обладающая высокой способностью его прогнозирования, часто предполагает учет столь большого количества факторов (переменных), что доступный объ-

*Уравнения (6) не случайно записаны в очень обобщенном виде. В [1] предлагается строить их как уравнения регрессии $y_j(t)$ (j=1, 2, ..., n; j≠i) на все предопределенные переменные, однако, никак не оценивается точность расчета по таким уравнениям, т.е. близость значений $y_j(t)^p$ к $y_j(t)^н$. Далее будет показано, как можно построить уравнения (6) так, чтобы значения $y_j(t)^p$ были достаточно близки к $y_j(t)^н$.

ем наблюдений оказывается недостаточным для корректного применения и обыкновенного, и двухшагового МНК. Чтобы справиться с этим осложнением, нами разработана специальная методика, применение которой представлено в [2]. Согласно этой методике, модель показателя формируется посредством комбинации основного и дополнительного уравнений регрессии. При ее нижеследующем описании моделируемый показатель для краткости именуется фактором-функцией, показатели, от которых он зависит, - факторами-аргументами, а время выделяется как особый аргумент.

Пусть требуется сформировать модель фактора-функции, выражающую зависимость ее логарифма от логарифмов факторов-аргументов и времени. Тогда сначала строится основное уравнение регрессии, выражающее эту зависимость, причем количество его факторов-аргументов при доступном объеме используемой выборки должно быть по возможности больше. Общий вид такого уравнения:

$$\ln Z(t) = b_{01} + \sum_{j \in J_1} b_j \ln x_j(t) + b_{t1} t, \tag{11}$$

где $Z(t)$ - фактор-функция; J_1 - множество номеров факторов-аргументов основного уравнения; $x_j(t)$ - j-й фактор-аргумент.

Затем в это уравнение подставляются значения факторов-аргументов во временных точках базового периода, вычисляются соответствующие им величины функции и определяются отношения ее наблюдаемых там значений к вычисленным. Далее строится дополнительное уравнение регрессии - логарифма этого отношения (вспомогательной функции) на логарифмы факторов-аргументов, не вошедших в основное уравнение, и время. Общий вид такого уравнения:

$$\ln[Z(t)^{н} / Z(t)^{р}] = b_{02} + \sum_{j \in J_2} b_j \ln x_j(t) + b_{t2} t, \tag{12}$$

где $Z(t)^{н}$ и $Z(t)^{р}$ - соответственно, наблюдаемое и вычисленное значения фактора-функции; J_2 - множество номеров факторов-аргументов дополнительного уравнения. Если слагаемые $b_{t1}t$ или $b_{t2}t$ в нем отсутствуют, то в правых частях (11) или (12) условно полагается, что $b_{t1}=0$ или $b_{t2}=0$.

Окончательное уравнение модели получается сложением основного и дополнительного уравнений регрессии и имеет общий вид:

$$\ln Z(t) = b_0 + \sum_{j \in J} b_j \ln x_j(t) + b_t t, \tag{13}$$

где $b_0=b_{01}+b_{02}$, $b_t=b_{t1}+b_{t2}$, $J=J_1 \bigcup J_2$ - множество номеров факторов-аргументов модели. Если в основном уравнении используются значения самих факторов, а не их логарифмов, упомянутые выше отношения величин функции заменяются их разностями, а в дополнительном уравнении используются значения этих разностей и факторов-аргументов, не вошедших в основное уравнение.

Рассматриваемое здесь исследование потребовало распространить такую методику на несколько иной вид моделей. Речь идет о зависимостях разных факторов, только от времени, причем в периоде, не всегда совпадающем с базовым. Назовем его расчетным, поскольку в процессе формирования модели во временных точках этого периода будут вычисляться расчетные значения факторов, и предположим, что уравнение фактора-функции, выражающее ее зависимость от времени, имеет вид:

$$Z(t)=d_0+\sum_{k\in K} d_k g_k(t), \qquad (14)$$

где $Z(t)$ - фактор-функция; K - множество номеров используемых в уравнении функций времени из некоторого их заданного множества G; $g_k(t)$ - k-я функция времени.

Множество G функций времени, которые допустимо использовать в таких уравнениях, может включать, прежде всего, функции t, t^2, t^3, t^4, $t^{0,5}$, $\ln(t)$. Затем, путем замены аргумента t на $(t+1)$ и с учетом того, что функция $(t+1)$ не вносит в (14) ничего нового по сравнению с функцией t, добавим сюда функции $(t+1)^2$, $(t+1)^3$, $(t+1)^4$, $(t+1)^{0,5}$, $\ln(t+1)$, а также «обратные» функции $1/t$, $1/t^2$, $1/t^3$, $1/t^4$, $1/t^{0,5}$, $1/\ln(t)$, $1/(t+1)$, $1/(t+1)^2$, $1/(t+1)^3$, $1/(t+1)^4$, $1/(t+1)^{0,5}$, $1/\ln(t+1)$. Однако основную часть этого множества составят функции, получающиеся путем комбинации тригонометрических со степенными, т.е. $t^\alpha\cdot\sin((2\pi/q)t^\beta)$ и $t^\alpha\cdot\cos((2\pi/q)t^\beta)$, где параметры α, β и q могут принимать любые из значений $\alpha=0$; 1; 2; 0,5; -1; -2; -0,5; $\beta=1$; 2; 0,5; $q=1$; 2; …; 12. При некоторых комбинациях параметров такие функции тождественно равны нулю или единице, либо совпадают с упомянутыми выше, а потому нет смысла их использовать*.

Решение задачи краткосрочного прогнозирования экономической динамики потребовало применить два варианта формирования моделей факторов-функций, выражающих их зависимости от времени в расчетном периоде. При первом уравнение вида (14) формировалось как комбинация основного и дополнительного уравнений регрессии. Основное выражало зависимость фактора-функции от функций времени, максимальное количество которых определялось заранее, а дополнительное - зависимость разности между наблюдаемыми величинами фактора-функции и вычисленными с применением основного уравнения регрессии по времени. При этом и основное, и дополнительное уравнения

*Это имеет место при любом α для синусов и косинусов при ($\beta=1$; $q=1$) и ($\beta=2$; $q=1$), а для синусов, кроме того, и при ($\beta=1$; $q=2$) и ($\beta=2$; $q=2$).

формировались пошагово, на каждом шаге в любом из них возникало одно новое слагаемое вида $d_k g_k(t)$, корректировались свободный член и коэффициенты при всех остальных функциях. Окончательная модель получалась сложением основного и дополнительного уравнений. Во втором случае уравнение (14) определялось тоже пошагово, но уже как комбинация нескольких уравнений регрессии, каждое из которых выражало зависимость только от одной из функций времени. Первой построенное уравнение, которое можно бы считать основным, выражало зависимость фактора от такой функции, а каждое последующее - зависимость от нее разности между наблюдаемыми величинами фактора и вычисленными с применением уравнения, полученного сложением всех предыдущих. Окончательная модель оказывалась результатом суммирования всех построенных уравнений.

Далее моделируемой функцией называется либо фактор-функция, либо разность между наблюдаемыми величинами этого фактора и вычисленными с применением основного уравнения, расчетной - функция, вычисленная на некотором шаге с применением сформированного уравнения, а ее остатком - разность между функцией моделируемой и расчетной. Значения последней и остатка определялись на каждом шаге формирования модели. Таким образом, при втором варианте на каждом шаге, начиная со второго, фактически строилось уравнение зависимости остатка функции, полученной на предыдущем шаге, от одной из функций времени.

Итоги тестирования такой модернизации методики позволяют сделать вывод о ее большой гибкости и возможности распространения на новые виды моделей. При необходимости допустимо строить не одно дополнительное уравнение вида (2), а последовательно несколько, причем, определяя каждое следующее, вместо величин фактора, вычисленных по основному уравнению, использовать результаты расчетов по уравнению, которое образовалось благодаря сложению основного и всех предыдущих дополнительных, получая модель суммированием всех построенных уравнений.

Подготовка к моделированию зависимостей между экономическими показателями

Задача краткосрочного прогнозирования может решаться с использованием как ежеквартальной, так и ежемесячной информации, причем в каждом из этих случаев возможны два варианта: либо все показатели выступают в натуральном измерении, либо большинство из них - в темповом (далее эти варианты и именуются соответственно). При определении множеств эндогенных и экзогенных показателей было принято отнести к последним лишь МЦНЕФ, МЦГАЗ, МЦНИК, ИМЦНЕФ, ИМЦГАЗ, ИМЦНИК, а остальные считать эндогенными (всего таких показателей 25) и формировать для модели уравнения их регрессии в виде:

$$\ln Z(t) = b_0 + \sum_{j \in J} b_j \ln x_j(t) + b_t t, \tag{15}$$

где $Z(t)$ - фактор-функция (эндогенный показатель); J - множество номеров факторов-аргументов; $x_j(t)$ - j-й фактор-аргумент. В качестве факторов-аргументов могли использоваться как эндогенные, так и предопределенные показатели.

Исходя из экономической теории, для каждого эндогенного показателя (фактора-функции) был сформирован набор возможных факторов-аргументов в его регрессионном уравнении (отдельно для задач с натуральными и с темповыми показателями, причем для большинства из них эти наборы в обоих случаях содержали одни и те же факторы-аргументы)*. Примеры наборов факторов-аргументов для задач с натуральными и с темповыми показателями представлены в Табл.1.

Определение зависимостей экзогенных показателей от времени

Путем статистической обработки ежемесячной информации с охватом базового и прогнозного периодов для всех экзогенных показателей были построены модели зависимостей от времени в 2007-2008 гг. в виде:

$$Y(t) = d_0 + \sum_{k \in K} d_k g_k(t), \tag{16}$$

где $Y(t)$ - фактор-функция (экзогенный показатель). При этом каждая модель формировалась как сумма основного и дополнительного уравнений регрессии, любое из которых строилось пошагово в виде (16) и могло содержать до 16 функций времени при статистической значимости всех коэффициентов. Функции времени выбирались следующим образом. Первой в основное уравнение включалась функция, отмеченная

*Задача с темповыми показателями отличалась от задачи с натуральными, главным образом, выражением большинства факторов в темпах роста и заменой мировых цен на нефть, природный газ, никель их индексами.

Таблица 1

Возможные факторы-аргументы для моделирования факторов-функций

Задача	Фактор-функция	Возможные факторы-аргументы
Задача с натуральными показателями	ОРТ(t)	КРФЛ(t), ДДН(t), ИМ(t), ИМ(t-1), ЧБР(t), УРБР(t), ИПП(t), ИПЦ(t)
	КРОКР(t)	НПО(t), ДМ(t), ДМНАЛ(t), КРОДЛ(t), КРФЛ(t), ЭКС(t), ИМ(t), КУРДОЛ(t), КУРЕВР(t), ИЦПТ(t), ИТГП(t)
	ЭКС(t)	КУРДОЛ(t), КУРЕВР(t) , ИПП(t), МЦНЕФ(t), МЦГАЗ(t), МЦНИК(t)
	ИЦПТ(t)	КРОКР(t), КРОДЛ(t), ЭКС(t), ИМ(t), КУРДОЛ(t), КУРЕВР(t) , ИПП(t), ИТГП(t), МЦНЕФ(t), МЦГАЗ(t), МЦНИК(t)
Задача с темповыми показателями	λОРТ(t)	λКРФЛ(t), λДДН(t), λИМ(t), λИМ(t-1), λЧБР(t), УРБР(t), ИПП(t), ИПЦ(t)
	λКРОКР(t)	λНПО(t), λДМ(t), λДМНАЛ(t), λКРОДЛ(t), λКРФЛ(t), λЭКС(t), λИМ(t), λКУРДОЛ(t), λКУРЕВР(t), ИЦПТ(t), ИТГП(t)
	λЭКС(t)	λКУРДОЛ(t), λКУРЕВР(t), ИПП(t), ИЦПТ(t), ИПЦ(t), ИМЦНЕФ(t), ИМЦГАЗ(t), ИМЦНИК(t)
	ИЦПТ(t)	λКРОКР(t), λКРОДЛ(t), λЭКС(t), λИМ(t), λКУРДОЛ(t), λКУРЕВР(t), ИПП(t), ИТГП(t), ИМЦНЕФ(t), ИМЦГАЗ(t), ИМЦНИК(t)

максимальным по модулю коэффициентом корреляции с $Y(t)$. На каждом следующем шаге формирования основного уравнения в него включалась функция, имевшая максимальный по модулю коэффициент корреляции с остатком $Y(t)$, полученным на предыдущем шаге. Аналогично происходил такой выбор и для дополнительного уравнения, но в качестве моделируемой функции использовалась разность между наблюдаемыми величинами $Y(t)$ и вычисленными с применением основного уравнения.

Коэффициенты основного уравнения на всяком шаге должны были быть статистически значимыми, а в приложении к дополнительному уравнению это условие могло начинать выполняться только с некоторого шага, причем в случае необходимости выбиралась функция не с максимальным, а со следующим по модулю коэффициентом корреляции, и такую замену иногда приходилось делать несколько раз. Так были сформированы все необходимые модели с включением в основные и дополнительные уравнения каждой 16 функций времени. Исключением стала модель индекса мировой цены природного газа, дополнительное уравнение которой содержит лишь 9 таких функций*. Примеры этих моделей представлены в Табл.2.

* При выборе десятой функции времени для дополнительного уравнения было опробовано около 30 функций, но во всех случаях в полученном уравнении имелся хотя бы один статистически незначимый коэффициент. Поэтому было принято решение о прекращении построения данного уравнения.

Таблица 2

Модели зависимостей экзогенных показателей от времени

Показатель	Модель показателя
Мировая цена нефти	$\text{МЦНЕФ}(t)=446,7403+0,469404t^2\cdot\sin((\pi/2)t^{0,5})-0,14689t^2\cdot\cos((\pi/6)t)+$ $+36,28059\cos((2\pi/3)t^{0,5})-27,5636\cos((\pi/4)t)+0,02533t^2\cdot\cos((\pi/6)t^2)-$ $-28,895\sin((2\pi/9)t^2)-228,312\sin((2\pi/7)t^2)/t+0,006491t^2\cdot\sin((2\pi/3)t)-$ $-3160,74\cos((\pi/2)t^2)/t^2-2588,39\sin((\pi/2)t)/t^2-0,81766t^{0,5}\cdot\sin((2\pi/5)t)+$ $+0,006724t^2\cdot\sin((2\pi/5)t^2)+1451,094\cos((\pi/2)t)/t^2-0,37257t\cdot\cos((2\pi/7)t^2)-$ $-56,8685\sin((\pi/3)t)/t-0,34802t^{0,5}\cdot\sin((\pi/6)t)-2708,18\cos((2\pi/3)t^2)/t^2-$ $-1401,28\cos((\pi/3)t)/t^2-0,00416t^2\cdot\sin((\pi/6)t^2)-335898/t^4+$ $+7,453572\sin((2\pi/7)t^2)/t^{0,5}+0,059842t\cdot\sin((2\pi/7)t)-5,60185\sin((2\pi/5)t)/t^{0,5}+$ $+1177,945\cos((2\pi/9)t^2)/t^2-65,7988\cos((2\pi/11)t^2)/t-0,00162t^2\cdot\sin((2\pi/11)t^2)+$ $+0,002227t^2\cdot\cos((2\pi/11)t)-250,753\cos((2\pi/3)t^{0,5})/t^2+0,120026t^{0,5}\cdot\sin((2\pi/3)t)-$ $-0,72706\sin((\pi/2)t^2)+0,017627t\cdot\sin((\pi/2)t)+4,923833\cos(2\pi t^{0,5})/t$
Индекс мировой цены природного газа	$\text{ИМЦГАЗ}(t)=94,93509+0,012983t^2\cdot\sin((2\pi/3)t)+0,011573t^2\cdot\sin((2\pi/3)t^2)-$ $-14,1209\cos(\pi t^{0,5})/t^{0,5}+8,939568\sin((2\pi/7)t^2)/t^{0,5}-322,438\sin((2\pi/11)t^2)/t^2+$ $+0,005095t^2\cdot\sin((\pi/4)t^2)+0,29459t^{0,5}\cdot\sin((2\pi/5)t)-0,04296t\cdot\sin((2\pi/5)t^2)+$ $+3,305959\cos((2\pi/5)t^2)-1036,66\sin((2\pi/3)t)/t^2+0,049326t\cdot\cos((\pi/3)t)+$ $+0,066666t\cdot\sin((\pi/2)t)-20,1295\cos((\pi/5)t^2)/t+0,00206t^2\cdot\sin((\pi/5)t^2)+$ $+0,002207t^2\cdot\cos((2\pi/9)t^2)+79107,79/t^4+0,016394t\cdot\sin((\pi/3)t)+$ $+0,000305t^2\cdot\cos((\pi/2)t)-227,717\cos((2\pi/11)t^2)/t^2-301,195\sin((\pi/2)t)/t^2+$ $+2,647599\cos((2\pi/11)t)/t^{0,5}+0,000857t^2\cdot\sin((\pi/2)t)+0,521597\sin((2\pi/3)t^2)-$ $-6,66694\cos((2\pi/5)t)/t+0,000445t^2\cdot\cos((2\pi/9)t)$

Эти модели позволили вычислить ежемесячные значения соответствующих показателей за 2007-2008 гг. Затем были рассчитаны и поквартальные значения на том же временном интервале. При этом мировая цена в некотором квартале получалась как ее средневзвешенное значение за три месяца с весами, равными отношениям числа дней в месяцах к числу дней в квартале. Индекс этой цены определялся путем перемножения индексов за три месяца с последующим делением на 10000.

Полученные расчетные значения экзогенных показателей в базовом и прогнозном периодах использовались вместо их фактических значений при формировании моделей эндогенных показателей и их прогнозировании.

Определение зависимостей эндогенных показателей от времени

Первоочередной задачей данного исследования стало краткосрочное прогнозирование темпов экономического развития с использованием ежеквартальной информации. Ее решение началось с определения тех зависимостей эндогенных показателей от времени на базовом периоде в виде (16) как сумм основных и дополнительных уравнений регрессии, которые требуются на первом шаге двухшагового МНК. При этом не было необходимости заранее определять, какие факторы-аргументы войдут в уравнение (5) модели того или иного показателя и, наоборот, в уравнения моделей каких других показателей войдет данный показатель в качестве фактора-аргумента*.

Таким образом, на данном этапе фактически формировались уравнения вида (6) с двумя предопределенными переменными - «единицей» и t. Это происходило примерно так же, как описанный выше аналогичный процесс для экзогенных показателей. Различие было только в том, что, ввиду малой длины базового периода (6 кварталов), как в основное, так и в дополнительное уравнение регрессии могли входить не более четырех функций времени.

Примеры полученных моделей представлены в Табл.3. По ним были вычислены расчетные значения показателей в базовом периоде и проведена оценка точности этих моделей по величине СКО расчетных значений от фактических. Оно варьирует от 0,0000028% для индекса цен производителей промышленных товаров и 0,0000029% для темпа роста краткосрочных кредитов, предоставленных организациям, до 0,0011%

Таблица 3

Модели зависимостей эндогенных показателей и темпов их роста от времени

Показатель	Модель показателя или темпа его роста
Наличные деньги вне банковской системы	$\lambda\text{ДМНАЛ}(t)=1,056309+0,217861\sin((2\pi/7)t^2)/t^{0,5}-0,00093t^2\cdot\sin((2\pi/11)t^2)-$ $-0,00062t^2\cdot\sin((\pi/5)t^2)-0,17064\sin(2\pi t^{0,5})/t^2-0,000027t\cdot\sin((2\pi/3)t^2)+$ $+0,000000915t^2\cdot\cos((2\pi/7)t^2)+0,001905\cos((2\pi/11)t^2)/t^2+$ $+0,00000338t^{0,5}\cdot\cos((\pi/2)t)$
Долгосрочные кредиты, предоставленные организациям	$\lambda\text{КРОДЛ}(t)=1,133214+0,000737t^2\cdot\cos((2\pi/7)t^2)-0,01585\cos((2\pi/5)t^2)+$ $+0,141006\cos((2\pi/9)t^2)/t^2+0,001396\cos((\pi/2)t)-0,0000037t^2\cdot\sin((2\pi/9)t^2)+$ $+0,000000723t^2\cdot\sin((2\pi/5)t)+0,000183\sin((2\pi/3)t^2)/t-$ $-0,00000011t^2\cdot\sin((2\pi/11)t^2)$
Денежные доходы населения	$\lambda\text{ДДН}(t)=0,98558+0,76501\sin((2\pi/7)t^2)/t^{0,5}-0,02297t^{0,5}\cdot\sin((2\pi/5)t^2)-$ $-2,08654\sin((\pi/5)t^2)/t^2-0,06513\cos((2\pi/5)t^2)/t^{0,5}+0,00011t\cdot\cos((\pi/5)t^2)+$ $+0,0000246t\cdot\sin((\pi/6)t^2)-0,00037\sin((\pi/5)t^2)/t-0,00011\cos((2\pi/9)t^2)/t$
Численность безработных	$\lambda\text{ЧБР}(t)=0,962785+0,014285t\cdot\cos((\pi/4)t^2)-0,00135t^2\cdot\cos((2\pi/7)t^2)+$ $+0,088244\cos((2\pi/3)t)/t-0,03267\cos((\pi/5)t^2)/t-0,00184\sin((\pi/3)t^2)+$ $+0,000222t^{0,5}\cdot\cos((\pi/2)t)+0,000857\sin((\pi/2)t)/t-0,000013t^{0,5}\cdot\cos((\pi/5)t^2)$
Индекс потребительских цен	$\text{ИПЦ}(t)=103,0264+0,530512t^{0,5}\cdot\cos(2\pi t^{0,5})+13,71706\cos((2\pi/9)t^2)/t^2-$ $-0,0031t^2\cdot\sin((2\pi/3)t)+0,542723\cos((2\pi/5)t^2)/t+0,0000608t^2\cdot\sin((\pi/6)t^2)-$ $-0,00244\sin((2\pi/11)t^2)+0,008943\cos((2\pi/9)t^2)/t-0,00049\cos((\pi/5)t^2)/t^{0,5}$

*Впоследствии, после формирования моделей показателей, выяснилось, что семь из 25 эндогенных показателей вообще не вошли в качестве факторов-аргументов в уравнения этих моделей, а еще три вошли (все вместе) в уравнение модели только одного показателя.

для темпа роста объема строительных работ. Таким образом, точность моделей оказалась весьма высокой, а расчетные значения показателей-очень близкими к фактическим и использовались при формировании моделей тех же показателей, выражающих зависимости их логарифмов от логарифмов других показателей и времени, т.е. для подстановки в уравнения вида (7) на втором шаге двухшагового МНК.

Эти модели позволили вычислить и будущие значения соответствующих показателей (за пределами июня 2008 г.), СКО которых от фактических для восьми случаев оказались меньше 10%, а для 11 - в пределах 20%. Такие большие отклонения получились ввиду того, что при формировании данных моделей требовалось добиться как можно более высокой их точности в базовом, а не в прогнозном периоде.

Определение зависимостей логарифмов эндогенных показателей от логарифмов других факторов и времени

Формирование модели каждого эндогенного показателя, выражающей зависимость его логарифма от логарифмов других показателей и времени, проходило в два этапа. Сначала осуществлялся поиск набора аргументов для модели, а затем был реализован второй шаг двухшагового МНК. Модель формировалась в виде (15) как сумма основного и дополнительного уравнений регрессии. В каждом из них могло быть не более трех факторов-аргументов и все со статистически значимыми коэффициентами. Для всякой комбинации факторов-аргументов основное и дополнительное уравнение определялось в двух вариантах - с аргументом t и без него, -причем в качестве обрабатываемых значений эндогенных факторов-аргументов в базовом периоде использовались их фактические (наблюдаемые) величины.

Далее для всех построенных основных и окончательных уравнений вычислялись прогнозные значения фактора-функции и их СКО относительно фактических значений. Из двух удовлетворительных основных уравнений лучшим считалось то, для которого это СКО меньше, а из двух удовлетворительных дополнительных уравнений (при уже извест ном основном) - то, при сложении которого с основным получается такое окончательное уравнение, для которого это СКО меньше, при стремлении довести его до уровня 1%. Для экономии времени при формировании любой такой модели применялись два алгоритма поиска основного уравнения, которые можно условно назвать «быстрым», использовавшимся всегда, и «медленным», применявшимся, когда результаты «быстрого» не приводили к достижению поставленной цели.

Быстрый поиск начинался с построения всех возможных основных уравнений с одним фактором-аргументом, из которых выбиралось наилучшее*. На следующих этапах такого поиска делались попытки увеличить число факторов-аргументов за счет включения в модель еще одного или сразу двух таких факторов благодаря полному перебору всех возможных факторов-аргументов или их пар с нахождением наилучшего уравнения из всех построенных при таком переборе. Попытка считалась удачной, если полученное в результате уравнение оказывалось лучше ранее выбранного.

После нахождения уравнения с одним фактором-аргументом происходил подбор второго фактора-аргумента (при известном первом), а в случае удачи - третьего (при известных первом и втором). Когда три фактора-аргумента не удавалось подобрать, осуществлялся подбор сразу второго и третьего факторов-аргументов (при известном первом). Если и он оказывался неудачным, то поиск продолжался только при наличии в выбранном уравнении всего одного фактора-аргумента. В таком случае сначала подбирались сразу совместно первый и второй факторы-аргументы, а затем, если этому сопутствовала удача, подыскивался третий (при известных первом и втором). На этом этап быстрого поиска заканчивался. Если для найденного основного уравнения СКО прогнозных значений фактора-функции относительно его фактических значений не превышало 1%, поиск такого уравнения считался завершенным. Иначе начинался медленный поиск. В его процессе происходил полный перебор всех возможных пар и троек факторов-аргументов. Затем сравнением упомянутого СКО при двух уравнениях: наилучшем из построенных в результате такого перебора и найденном на этапе быстрого поиска - определялось предпочтительное уравнение - с наименьшим отклонением прогнозных значений фактора-функции от фактических. Оно принималось за основное уравнение модели **.

Поиск дополнительного уравнения выполнялся только тогда, когда в основном уравнении содержалось три фактора-аргумента. При этом из допустимого набора таких факторов исключались уже вошедшие в основное уравнение. Затем вычислялись значения вспомогательной функции, т.е. отношения наблюдаемых величин фактора-функции к вычисленным с применением основного уравнения. Для определения факторов-аргументов дополнительного уравнения сначала по каждо-

*Среди этих уравнений всегда имелось хотя бы одно удовлетворительное, что обеспечивалось хорошим качеством набора возможных факторов-аргументов.

**Например, для уравнения модели темпа роста инвестиций в основной капитал при медленном поиске был проведен полный перебор всех возможных пар и троек из 18 факторов-аргументов, но уравнение с тремя факторами-аргументами, найденное на этапе быстрого поиска, улучшить не удалось.

му фактору-аргументу вычислялись коэффициенты корреляции его логарифма с логарифмом вспомогательной функции. Затем при наличии более восьми факторов отсеивались те из них, которые характеризовались наименьшими по модулю коэффициентами корреляции, а остальные использовались для поиска дополнительного уравнения. Если таких факторов оказывалось восемь, то, при поиске уравнения с тремя факторами-аргументами, любой из двух с наибольшими по модулю коэффициентами корреляции мог стать первым фактором-аргументом этого уравнения, любой из следующих трех - вторым, а всякий из последних трех - третьим. Если же этих факторов оказывалось меньше восьми, то число кандидатов на соответствующие места сокращалось*.

Поиск дополнительного уравнения сопровождался полным перебором всех возможных факторов-аргументов, а также их пар и троек; при этом для троек факторов учитывались наложенные на них условия (поэтому таких троек могло быть не больше 18). Из построенных уравнений выбиралось наилучшее. Затем сравнивались основное уравнение и окончательное, полученное его сложением с дополнительным. Наилучшим признавалось уравнение с наименьшим СКО прогнозных значений фактора-функции относительно фактических. Оно и принималось в качестве уравнения модели, построенной на первом шаге **. А если основное уравнение содержало меньше трех факторов-аргументов, то предпочтение сразу отдавалось ему. На этом первый шаг формирования модели эндогенного показателя завершался.

Второй шаг характеризовался тем, что в качестве значений эндогенных факторов-аргументов в базовом периоде использовались их значения, вычисленные с применением зависимостей этих показателей от времени в том же периоде. Это означает, что вместо уравнения вида (15) фактически определялось уравнение:

$$\ln Z(t) = b_0 + \sum_{j \in J_1} a_j \ln x_j(t)^p + \sum_{j \in J_2} b_j \ln x_j(t) + b_t t, \qquad (17)$$

где J_1 и J_2 - соответственно, множества номеров эндогенных и предопределенных факторов-аргументов уравнений, построенных на первом шаге (одно из этих множеств могло быть пустым); $x_j(t)^p$ - значение $x_j(t)$, вычисленное с применением его зависимости от времени. Благодаря тому,

*Например, при семи факторах только два из них могли стать на место третьего фактора-аргумента, а при шести то же самое происходило со вторым и т.п.

**После формирования моделей всех показателей оказалось, что уравнения моделей только четырех показателей (это - темпы роста курса доллара США, индексов ММВБ и РТС, а также индекс промышленного производства) были получены сложением основных и дополнительных. В качестве уравнений моделей остальных показателей были приняты основные уравнения.

что, как отмечено выше, значения $x_j(t)^p$ оказались очень близки к $x_j(t)$, коэффициенты уравнений (17) всегда были статистически значимыми и почти совпадали с соответствующими коэффициентами уравнений (15). На этом заканчивалось формирование модели эндогенного показателя.

Таким образом, были сформированы модели всех эндогенных показателей, выражающие зависимости их логарифмов от логарифмов других показателей и времени в базовом периоде. Число факторов-аргументов этих уравнений изменялось от 1 до 5, и во многих отсутствовал аргумент t. Однако именно по этим уравнениям получались прогнозные значения факторов-функций, наиболее близкие к фактическим. Сформированные модели представлены в Табл.4. В них вошли лаговые значения лишь трех темповых эндогенных показателей: инвестиций в основной капитал (с лагами в один и два квартала), налога на прибыль организаций и импорта (в обоих случаях с квартальным лагом). СКО прогнозных значений показателей относительно фактических изменялось от 0,18% для индекса промышленного производства и 0,40% для темпа роста курса доллара США до 17,8% для темпа роста индекса ММВБ при 6,30% по всему кругу показателей. При этом оно было в семи моделях меньше 1%, а еще в девяти - не превышало 5%. Таким образом, поставленная цель (СКО не более 1% во всех моделях) не достигалась.

Стало очевидным, что логарифмы факторов-функций зависят не только от логарифмов факторов-аргументов и времени, но и еще от чего-то неучтенного. Поэтому потребовалось ввести в рассмотрение новый фактор, который далее именуется «остаточный член модели показате-

Таблица 4

Модели эндогенных показателей и темпов их роста

Показатель	Модель показателя или темпа его роста
Валовой внутренний продукт	lnλВВП(t)=6,398226+0,558787lnλИм(t)--0,05353lnλИнОК(t-2)-1,37371lnИПЦ(t)
Инвестиции в основной капитал	lnλИНОК(t)=183,0021+8,01181lnλКРОДЛ(t)++21,04649lnλКРФЛ(t)-0,4891lnИЦСП(t)+0,258473t
Объем строительных работ	lnλОРС(t)=0,067087+0,748617lnλИНОК(t)--0,22976lnλИНОК(t-1)-0,22626lnλИНОК(t-2)
Оборот розничной торговли	lnλОРТ(t)=0,01734+0,655979lnλДДН(t)++0,117736lnλИМ(t-1)
Доходы консолидированного бюджета	lnλДКБ(t)=-1,73105+3,35044lnλДМНАЛ(t)++0,348684lnИМЦГАЗ(t)
Налог на прибыль организаций	lnλНПО(t)=13,78216+0,94503lnλОРТ(t)-2,9981lnИТГП(t)--5,50627lnλКУРЕВР(t)+0,027716t
Денежная масса	lnλДМ(t)=-6,76341+0,749992lnλДМНАЛ(t)++1,486182lnИПЦ(t)-0,01191t

Показатель	Модель показателя или темпа его роста
Наличные деньги вне банковской системы	lnλДМНАЛ(t)=0,038543-0,39424lnλЧБР(t)
Краткосрочные кредиты, предоставленные организациям	lnλКРОКР(t)=0,025391-1,32645lnλКУРДОЛ(t)- -0,11486lnλДМНАЛ(t)+0,005427t
Долгосрочные кредиты, предоставленные организациям	lnλКРОДЛ(t)=0,114914+0,043818lnλОРС(t)
Кредиты, предоставленные физическим лицам	lnλКРФЛ(t)=0,495663-0,18601lnУРБР(t)+ +0,284808lnλИМ(t)-0,20886lnλДДН(t)-0,00823t
Денежные доходы населения	lnλДДН(t)=-15,4697+3,364796lnИПП(t)
Экспорт	lnλЭКС(t)=-7,54906+1,633466lnИЦПТ(t)
Импорт	lnλИМ(t)=-13,255+2,890818lnИПП(t)
Курс доллара США	lnλКУРДОЛ(t)=1,070138+0,631912lnλДМНАЛ(t)- -0,21107lnИМЦНЕФ(t)-1,13055lnλКРОДЛ(t)+ +0,114214lnλКРФЛ(t)
Курс евро	lnλКУРЕВР(t)=2,116029-0,49249lnλКРФЛ(t)- -0,49446lnИПП(t)+1,18965lnλКРОДЛ(t)+0,011433t
Численность безработных	lnλЧБР(t)=35,58513-8,30246lnИЦСП(t)+ +0,63622lnИМЦГАЗ(t)
Индекс ММВБ	lnλИММВБ(t)=-71,0638+16,75459lnИМЦГАЗ(t)+ +2,499139lnλОРС(t)-4,49147lnλЭКС(t)+0,079793lnИПП(t)- -0,10308lnИМЦНЕФ(t)-0,88252t
Индекс РТС	lnλИРТС(t)=-72,7703+17,15016lnИМЦГАЗ(t)+ +2,554132lnλОРС(t)-4,53514lnλЭКС(t)+0,10546lnИПП(t)- -0,13624lnИМЦНЕФ(t)-0,89292t
Уровень безработицы	lnУРБР(t)=23,41388-0,08492lnλОРС(t)-4,29166lnИЦСП(t)- -0,3593lnИПП(t)
Индекс промышленного производства	lnИПП(t)=1,37988+0,148112lnλИМ(t)+ +1,240044lnλКРОДЛ(t)+0,191322lnИМЦГАЗ(t)+ +0,470431lnИПЦ(t)-0,01416lnλНПО(t-1)
Индекс цен производителей промышленных товаров	lnИЦПТ(t)=8,417856+0,693406lnλЭКС(t)-0,82546lnИПП(t)
Сводный индекс цен строительной продукции	lnИЦСП(t)=4,626405+0,015295lnλОРС(t)- -0,21534lnλКУРДОЛ(t)+0,001975t
Индекс тарифов на грузовые перевозки	lnИТГП(t)=8,791462-0,89981lnИПП(t)
Индекс потребительских цен	lnИПЦ(t)=3,778013+0,063608lnλЧБР(t)- -0,30733lnλКРФЛ(t)+0,191642lnИЦПТ(t)

ля»*. Его значение равно разности логарифмов наблюдаемого значения фактора-функции и вычисленного с применением модели. Этот член

*Это название было предложено по аналогии с названием «остаточный член формулы Тейлора», точность которой без его учета во многих случаях существенно снижается.

модели, имеющей вид (15) или (17), обозначается как $r(\ln Z(t))$*. Было сделано предположение, что уравнения моделей эндогенных показателей нужно формировать в виде:

$$\ln Z(t) = b_0 + \sum_{j\in J_1} a_j \ln x_j(t)^p + \sum_{j\in J_2} b_j \ln x_j(t) + b_t t + \left[r\left(\ln Z\left(t\right)\right)\right]^p, \quad (18)$$

где $[r(\ln Z(t))]^p$ - значение $r(\ln Z(t))$, вычисленное с применением зависимости $r(\ln Z(t))$ от времени. Эти уравнения можно назвать моделями эндогенных показателей с учетом остаточных членов. Далее описывается их формирование.

Формирование и применение моделей остаточных членов уравнений эндогенных показателей, выражающих их зависимости от времени

Периодом, на котором исследовались зависимости остаточных членов моделей эндогенных показателей от времени, был выбран 2008 г., т.е. интервал времени, охватывающий две последние точки базового периода и весь прогнозный**. Уравнения этих моделей формировались в виде:

$$r(\ln Z(t)) = d_0 + \sum_{k\in K} d_k g_k(t), \quad (19)$$

где $r(\ln Z(t))$ - остаточный член модели эндогенного показателя $Z(t)$, причем всякое за несколько шагов (в общем, не более восьми) как комбинация нескольких уравнений регрессии, любое из которых выражало зависимость только от одной из функций времени. Первое построенное уравнение выражало зависимость от такой функции самого остаточного члена модели, а каждое последующее - зависимость от такой функции остатка $r(\ln Z(t))$, полученного на предыдущем шаге. Статистическая значимость коэффициентов этих уравнений не требовалась ввиду малости абсолютных значений $r(\ln Z(t))$ и их остатков. Окончательная модель получалась сложением всех построенных уравнений.

Первой выбиралась функция времени с минимальным средним абсолютным отклонением (САО) расчетных значений остаточного члена

---

*Остаточный член модели, выражающей зависимость (от каких-то аргументов) самой фактор-функции $Z(t)$, а не ее логарифма, обозначается как $r(Z(t))$.

**Первоначально предполагалось исследование зависимости остаточных членов моделей эндогенных показателей от времени на базовом периоде, причем при формировании уравнений (19) по описанным далее принципам должны были вычисляться не расчетные, а прогнозные значения остаточных членов. Однако оказалось, что значения остаточных членов моделей многих показателей в точках прогнозного периода существенно превосходят по модулю значения в точках базового периода, что влечет низкую точность моделей с учетом остаточных членов даже при использовании 16 функций времени. Поэтому от такого подхода пришлось отказаться.

от его фактических величин в точках прогнозного периода*. На каждом следующем шаге предпочтение отдавалось функции с минимальным САО этих значений на предыдущем шаге от фактических величин остатка в точках прогнозного периода. Если такое САО на некотором шаге уменьшалось по сравнению с его значением, полученным на предыдущем шаге, считалось, что расчетные значения r(lnZ(t)) приближаются к фактическим. Отсутствие этого означало стабилизацию расчетных значений r(lnZ(t)), вследствие чего процесс формирования прекращался и новая

Таблица 5

Модели зависимостей остаточных членов уравнений эндогенных показателей и темпов их роста от времени

Показатель	Модель остаточного члена модели показателя или темпа его роста
Валовой внутренний продукт	$r(\ln\lambda ВВП(t))=-0{,}00489+0{,}000793t\cdot\cos((2\pi/9)t)-0{,}000049t\cdot\sin((\pi/6)t)+$ $+0{,}00000254t^2\cdot\cos((2\pi/9)t^2)+0{,}000308t^{0,5}\cdot\cos((2\pi/3)t^{0,5})$
Оборот розничной торговли	$r(\ln\lambda ОРТ(t))=-0{,}00246+1{,}477486\sin((\pi/2)t^2)/t^2-0{,}000089t\cdot\cos((\pi/6)t^2)+$ $+0{,}0000197t^{0,5}\cdot\sin((\pi/6)t^2)-0{,}000000047t^2\cdot\sin((2\pi/3)t)-$ $-0{,}00000025t^{0,5}\cdot\cos((2\pi/9)t)+0{,}0000112\cos((\pi/5)t)/t^2+$ $+0{,}0000000318\cos((\pi/5)t^2)/t^2$
Доходы консолидированного бюджета	$r(\ln\lambda ДКБ(t))=0{,}02752-4{,}94989\cos((\pi/4)t^2)/t^2-0{,}04723\sin((2\pi/11)t^2)/t-$ $-0{,}00044\sin((\pi/5)t^2)/t^{0,5}-0{,}000011\cos((2\pi/9)t^2)/t^{0,5}+$ $+0{,}000000000677t^2\cdot\cos((2\pi/9)t^2)+0{,}0000000019t^{0,5}\cdot\cos((2\pi/3)t^{0,5})$
Денежная масса	$r(\ln\lambda ДМ(t))=-0{,}0094+1{,}243469\cos((\pi/5)t^2)/t^2$
Краткосрочные кредиты, предоставленные организациям	$r(\ln\lambda КРОКР(t))=0{,}036701-4{,}50695\sin((2\pi/11)t^2)/t^2-0{,}00032t^2\cdot\cos((2\pi/5)t^2)+$ $+0{,}000011t^2\cdot\sin((2\pi/5)t^2)-4{,}2226\cos((\pi/5)t^{0,5})/t^2-0{,}00000022t^2\cdot\sin((2\pi/5)t)-$ $-0{,}0079\sin((\pi/5)t^2)/t^2+0{,}000142\sin((2\pi/11)t^2)/t-0{,}0001\cos((\pi/4)t^2)/t^2$
Кредиты, предоставленные физическим лицам	$r(\ln\lambda КРФЛ(t))=0{,}004334+0{,}001502t\cdot\cos((\pi/6)t^2)+0{,}314668\sin((\pi/6)t^2)/t^2-$ $-0{,}0000012t^2\cdot\cos((\pi/5)t^2)-0{,}00037\cos((\pi/5)t^2)/t^2+$ $+0{,}00000000447t^2\cdot\cos((2\pi/9)t^2)$
Курс доллара США	$r(\ln\lambda КУРДОЛ(t))=0{,}003381-0{,}27019\sin((2\pi/5)t^2)/t^2+0{,}038536\cos((\pi/6)t^2)/t^2-$ $-0{,}00556\cos((2\pi/11)t^2)/t^2-0{,}00000012t^2\cdot\sin((2\pi/3)t)-0{,}0000044\sin((\pi/6)t^2)/t+$ $+0{,}00000000709t\cdot\sin((2\pi/3)t)+0{,}00000000491t^{0,5}\cdot\cos((2\pi/9)t)-$ $-0{,}00000021\cos((\pi/5)t)/t^2$
Курс евро	$r(\ln\lambda КУРЕВР(t))=-0{,}02291+0{,}002693t\cdot\cos((2\pi/9)t^2)+0{,}092949\cos((\pi/5)t^2)/t^2$
Уровень безработицы	$r(\ln УРБР(t))=0{,}017751-0{,}00102t\cdot\cos((2\pi/9)t^2)-0{,}0000026t^2\cdot\cos((2\pi/9)t^2)-$ $-0{,}00041t^{0,5}\cdot\cos((2\pi/3)t^{0,5})$
Индекс промышленного производства	$r(\ln ИПП(t))=-0{,}00388-0{,}000034t^2\cdot\cos(2\pi t^{0,5})-0{,}01747\cos((\pi/5)t^2)/t^2$

*Ввиду малости абсолютных значений остаточных членов для оценки степени близости их расчетных значений к фактическим САО более пригодно, чем СКО.

функция времени уже не выбиралась. После выполнения восьми шагов процесс также прекращался (при этом выбранных функций времени вполне хватало для достижения достаточной близости расчетных значений остаточного члена к фактическим). В результате были сформированы модели остаточных членов уравнений всех эндогенных показателей. Примеры таких моделей представлены в Табл.5.

Такие модели позволили вычислить расчетные значения остаточных членов в прогнозном периоде, а после их подстановки в уравнения(18) - прогнозные значения эндогенных показателей. Затем была оценена точность их моделей с учетом остаточных членов. СКО прогнозных значений этих показателей относительно их фактических величин изменялось от 0,0000000028% в модели темпа роста курса доллара США и 0,00000023% в модели темпа роста оборота розничной торговли до 0,31% в модели темпа роста численности безработных. Во всех моделях оно стало меньше 1%, а в целом по совокупности прогнозируемых показателей составило 0,070%. Таким образом, поставленная цель была достигнута.

Совместное прогнозирование эндогенных показателей

Прогнозирование каждого эндогенного показателя при формировании их моделей проводилось отдельно от других. Теперь потребовалось совместить расчеты их значений в точках прогнозного периода, пользуясь уравнениями (8). Для удобства применения эти уравнения подверглись преобразованию: были особо выделены две предопределенные переменные («единица» и t), учтено использование в уравнениях логарифмов показателей, а также появление остаточных членов моделей. В результате они приобрели вид:

$$\ln y_i(t) = b_{i0} + \sum_{j \in J_1} a_{ij} \ln x_j(t) + \sum_{j \in J_2} b_{ij} \ln x_j(t) + b_{it} t + \left[r\left(\ln y_i\left(t\right)\right)\right]^p, \quad (20)$$

где J_1 и J_2 - соответственно, множества номеров всех эндогенных и всех предопределенных показателей. В этих уравнениях многие коэффициенты a_{ij} и b_{ij} равны нулю (всего в каждом уравнении не более шести ненулевых a_{ij} и b_{ij}).

Систему уравнений (20) можно записать как

$$\ln y(t)=B_0+A\cdot \ln y(t)+B_x\cdot \ln x(t)+B_t t+[R(\ln y(t))]^p, \quad (21)$$

где A и B_x - матрицы; B_0, B_t, lny(t) и $[R(\ln y(t))]^p$ - векторы с числом строк, равным числу эндогенных показателей; lnx(t) - вектор с числом строк, равным числу предопределенных показателей. Отсюда следует:

$$\ln y(t)=C_0+C_x\cdot \ln x(t)+C_t t+C_r(t), \quad (22)$$

где $C_0=(E\text{-}A)^{-1}B_0$, $C_x=(E\text{-}A)^{-1}B_x$, $C_t=(E\text{-}A)^{-1}B_t$, $C_r(t)=(E\text{-}A)^{-1}[R(\ln y(t))]^p$.

Выражения (20)-(22), в сущности, повторяют (8)-(10), но с учетом всех дополнительных предположений, сделанных по ходу решения задачи.

Теперь формулы для вычисления прогнозных значений эндогенных показателей можно записать как

$$y_i\left(t\right) = \exp[c_{i0} + \sum_{j \in J_2} c_{ij} \ln x_j(t) + c_{it}t + c_{ir}\left(t\right)], \qquad (23)$$

где c_{ij}, c_{i0}, c_{it}, $c_{ir}(t)$ - элементы i-й строки матрицы C_x и векторов C_0, C_t, $C_r(t)$.

Ранее в результате формирования моделей всех эндогенных показателей были определены элементы матриц и векторов системы (21), а также вычислены значения экзогенных показателей во всех точках прогнозного периода. Кроме того, лаговые значения эндогенных показателей оказались известными в одной или даже двух точках прогнозного периода (в количестве, равном соответствующим лагам). Для совместного прогнозирования эндогенных показателей сначала были определены элементы матрицы $(E\text{-}A)^{-1}$, а затем - матриц и векторов системы (22). После этого по формулам (23) рассчитывались прогнозные значения показателей.

Особенностью такого прогнозирования явился учет лаговых значений эндогенных показателей. В качестве их значений во второй точке прогнозного периода использовались вычисленные прогнозные значения соответствующих показателей (без лагов) в первой точке. Например, значение λ ИМ(t-1) в первой точке прогнозного периода было уже известно, поскольку оно равно λИМ(t) в последней точке базового периода, а в качестве значения λИМ(t-1) во второй точке прогнозного периода использовалось вычисленное прогнозное значение λИМ(t) в первой точке прогнозного периода. Аналогично обрабатывались λИНОК(t-1) и λНПО(t-1)*.

Точность выполненного совместного прогнозирования эндогенных показателей была оценена по величине СКО их прогнозных значений относительно фактических. Обнаружено его изменение от 0,013% для сводного индекса цен строительной продукции и 0,026% для темпа роста долгосрочных кредитов, предоставленных организациям, до 11,5% и 11,7% для темпов роста индексов, соответственно, ММВБ и РТС, причем только в трех других случаях оно превысило 1% (для индекса цен производителей промышленных товаров, для темпов роста налога на при-

*Со значениями λИНОК(t-2) никаких проблем не возникло: они были уже известны в обеих точках прогнозного периода, поскольку равны значениям λИНОК(t) в двух последних точках базового периода.

быль организаций и экспорта), а в среднем по всему кругу показателей составило 3,38% (или 0,84% без учета биржевых индексов). Полученная точность может быть признана вполне удовлетворительной.

Результаты раздельного и совместного прогнозирования некоторых показателей на один квартал прогнозного периода представлены в Табл.6.

Завершающим этапом решения задачи стало прогнозирование натуральных значений эндогенных показателей с использованием полученных прогнозных значений темпов их роста. При этом натуральное значение некоторого показателя в каждой точке прогнозного периода вычислялось путем умножения значения этого показателя в предше

Таблица 6

*Результаты прогнозирования показателей на третий квартал 2008 г.**

Показатель	Факт	Раздельный прогноз		Совместный прогноз
		без учета остаточных членов моделей	с учетом остаточных членов моделей	
Валовой внутренний продукт	1,1420	1,1452	1,1422	1,1430
Объем строительных работ	1,2043	1,2636	1,2043	1,2027
Денежная масса	1,0091	1,0100	1,0089	1,0041
Долгосрочные кредиты, предоставленные организациям	1,1187	1,1310	1,1187	1,1186
Кредиты, предоставленные физическим лицам	1,1192	1,0972	1,1192	1,1187
Импорт	1,0995	1,1060	1,1004	1,0906
Курс евро	0,9854	1,0360	0,9854	0,9869
Индекс ММВБ	0,7865	0,6576	0,7863	0,9025
Индекс цен производителей промышленных товаров	100,5	105,36	100,5	98,58
Индекс потребительских цен	101,7	102,35	101,7	101,32

*Все показатели, кроме двух последних, выражены в темпах роста.

ствующей точке на прогнозное значение темпа его роста. Это было сделано для 19 показателей - тех, которые при решении задачи выражались в темпах роста. При оценке точности прогнозов выяснилось, что их СКО относительно зафиксированного позже изменяется от 0,035% для долгосрочных кредитов, предоставленных организациям, до 19,4% для индекса РТС, а в среднем по всему кругу показателей ограничивается 6,39% (или 1,40% без учета биржевых индексов). При этом во всех случаях СКО по натуральным показателям превысили СКО по темповым показателям.

* *
*

Таким образом, в итоге исследования разработана методика формирования моделей для краткосрочного предвидения экономической динамики, обладающих вполне удовлетворительной прогностической способностью, и построены такие модели, которые адекватны использованной исходной информации. С течением времени она меняется. Это требует периодически, не реже раза в год, проводить соответствующую корректировку моделей с постепенным сдвигом и возможным увеличением длины как базового, так и прогнозного периодов.

Литература

1. *Джонстон Дж.* Эконометрические методы. М.: Статистика, 1980.
2. *Галин Д.М., Завельский М.Г.* Статистическое моделирование экономического роста современной России. // Труды ИСА РАН, т.30. Модели и информационные технологии хозяйственной политики. М.: ЛКИ, 2007.