

# Планирование по критерию квадратичного отклонения при заданной оценке надежности проекта

В. В. ТОПКА

**Аннотация.** Предложена модель надёжности сетевого проекта как сложной технической системы, где в качестве надёжности принимается полученная её гарантированная оценка снизу. На этой основе сформулирована задача календарного планирования не только с ресурсными ограничениями, но и с учётом показателя надёжности проекта. Рассмотрена задача минимизации квадратичного отклонения от заданных ресурсных или временных показателей проекта при ограничениях на стоимость, время и оценку надёжности в детерминированной дизъюнктивной модели проекта, в которой исходные данные известны неточно. Для её решения предложено использовать регуляризованный проксимальный метод со штрафными функциями для некорректных задач при неточных исходных данных.

**Ключевые слова:** управление проектами, сеть, надёжность, оптимизация.

## Введение

За последние годы значительное развитие получили методы решения задач календарного планирования с ограниченными ресурсами — RCPSP (Resource-Constrained Project Scheduling Problem). В этих задачах минимизируется продолжительность выполнения проекта при ограничениях на ресурсы или стоимость проекта, либо минимизируется стоимость проекта или объем используемых ресурсов при ограничении на время выполнения проекта в условиях, как правило, детерминированной сетевой модели проекта. Рассматриваемые понятия и классификация приведены в [16], а достаточно полный обзор работ содержится в [18, 20].

В [15] показано, что RCPSP, как обобщение задачи о загрузке оборудования, является сильно NP-трудной задачей, в [7] показана NP-полнота проблемы существования допустимого расписания. Предложено немало алгоритмов решения этих задач, которые можно разделить на два класса: оптимизационные и эвристические. Среди оптимизационных методов можно выделить методы булева программирования, динамического программирования, потокового программирования, ветвей и границ, последний из которых затем был наиболее широко использован. Однако, ввиду

NP-трудности таких задач, для их решения при реальной размерности проекта (более 60 работ) необходимо применение различных эвристик. Начиная с пионерской работы [19] для решения задачи о минимизации стоимости или затрат также было предложено немало методов.

Приведенные алгоритмы предназначены для задач, имеющих детерминированную структуру сетевой модели, задающей технологические отношения непосредственного предшествования работ: для входящих работ реализована конъюнктивная логика (операция AND), выход — детерминированный, — т. е. такую структуру, как и в моделях типа PERT. Однако, в отличие от традиционной системы PERT с работами на дугах, мы рассматриваем детерминированную сеть с работами в вершинах.

Еще один класс задач возникает в моделях типа GERT (Graphical Evaluation and Review Technique — методика графической оценки и анализа), предложенных в [22] и рассмотренных в [21], в которых вход для работ может быть либо типа AND (конъюнктивный), либо типа OR (дизъюнктивный), а выход либо детерминированный, либо стохастический, когда в модели сети вида Activity-on-Arrow для вероятности исполнения выходных дуг (работ) выполняется:  $\sum_{(i,j)} p_{ij} = 1$ .

В имеющихся на рынке информационных системах управления проектами количественная оценка риска расписания (Risk of Schedule) и риска стоимости (Risk of Cost) производится на основе моделирования по методу Монте-Карло. А для показателя риск выполнения (Risk of Performance) инструментарий его оценки не разработан. Предлагаемый в работе подход направлен на разработку формальных количественных методов не только оценки, но и оптимизации параметров проекта с показателем Risk of Performance.

При анализе процессов исследований и разработок кроме структурной неопределенности имеется неопределенность и в возможности достижения поставленных целей. Она зависит как от самой цели, так и от обеспеченности ее реализации. Этот параметр ожидаемой завершенности является случайной величиной. В системе MS Office Project 2003 [2], например, при отслеживании реализации календарного плана проекта или его бюджета учитываются такие показатели, как процент выполнения, фактическая длительность задачи, фактические трудозатраты или поврежденные трудозатраты. С помощью панели инструментов редактируются значения в специальных полях % Complete (по длительности), % Work Complete (по трудозатратам), а когда важно опираться на реальные данные, то используется поле Physical % Complete. Последний показатель также используется для определения приобретенной стоимости или освоенного объема (Earned Value) — запланированной по базовому плану стоимости фактически выполненных работ (Budgeted Cost of Work Performed).

На практике процессы обеспечения выполнения сходных по назначению и методам решения проблем, проектов, задач и т. д. имеют определенные общие черты и закономерности. Однако получение количественных оценок для характеристик исследований и разработок было связано с определенными трудностями. Это отсутствие методологических основ определения характеристик и параметров выполнения, недостаток исходной информации об этих процессах для выбора формальных методов нахождения оценок, отсутствие систематического учета и анализа отклонения ожидаемых оценок от фактических.

Для работ с высокой степенью неопределенности для получения характеристик случайных величин их выполнения — ожидаемой завершенности (вероятности достижения цели) — могут быть использованы экспертные, аналитические и вероятностно-статистические методы. В [6, с. 157] говорится, что «оценка ожидаемой завершенности — это субъективная вероятность успеха при реализации данного режима». Для построения функции распре-

деления такой случайной величины можно использовать эмпирические данные, полученные указанными способами или в результате активного эксперимента [17], в котором в результате моделирования по методу Монте-Карло получена кумулятивная вероятность технического успеха работ в виде монотонно возрастающей с насыщением функции затраченных ресурсов.

Вероятность  $p_j$  выполнения работы к некоторому времени характеризует возможность достижения определенных технических показателей результата работы, при условии, что предшествующие работы, обеспечивающие ее начало, выполнены. Эта вероятность зависит от объема тех или иных израсходованных ресурсов, которые имеют стоимостное выражение.

## 1. Модель и постановка задачи

Пусть задан ациклический ориентированный граф  $G(E, \Gamma)$ , где  $E$  — множество вершин, соответствующих работам проекта (представление Activity-on-Nod), а  $\Gamma \subseteq E \times E$  — множество его дуг, задающих отношения частичного порядка непосредственного технологического предшествования работ.

Введем индикаторную функцию работ  $j = 1, \dots, n$  сетевого проекта  $G(E, \Gamma)$

$$x(j) = \begin{cases} 1, & \text{если работа } j \text{ выполнена,} \\ 0, & \text{если работа } j \text{ не выполнена} \end{cases}$$

и индикаторную функцию технологической цепочки (пути)  $\mu^j = \{i, \dots, j\}$  из начальных вершин  $i: \Gamma_i^{-1} = \emptyset$  в конечную вершину  $j$  цепочки, соответствующую выполнению  $\mu^j$ :

$$x(\mu^j) = \begin{cases} 1, & \text{если последовательность работ } \mu^j \text{ выполнена,} \\ 0, & \text{если последовательность работ } \mu^j \text{ не выполнена.} \end{cases}$$

Для детерминированной сетевой модели с конъюнктивной логикой (AND) по формуле полной вероятности, вероятность выполнения  $i$ -й работы, когда  $j, \dots, k$  — ее технологические предшественники —  $j \in \Gamma_i^{-1}, \dots, k \in \Gamma_i^{-1}$ :

$$P_i = p(x(i) = 1 | x(\mu^j) \cap \dots \cap x(\mu^k) = 1) P(x(\mu^j) \cap \dots \cap x(\mu^k) = 1) + p(x(i) = 1 | x(\mu^j) \cap \dots \cap x(\mu^k) = 0) P(x(\mu^j) \cap \dots \cap x(\mu^k) = 0).$$

Поскольку в данном случае для выполнения работы необходимо выполнение всех предшествующих ей

работ, то второе слагаемое равно нулю. В случае, если пути  $\mu^j, \dots, \mu^k$  независимы, то

$$P(x(\mu^j) \cap \dots \cap x(\mu^k) = 1) = P(x(\mu^j) = 1) \dots P(x(\mu^k) = 1)$$

и тогда

$$P_i = p_i P(\mu^j) \dots P(\mu^k),$$

где  $p_i$  — условная вероятность

$$p_i = p(x(i) = 1 | x(\mu^j) \cap \dots \cap x(\mu^k) = 1), j \in \Gamma_i^{-1}, \dots, k \in \Gamma_i^{-1}. \quad (1)$$

В телекоммуникационных, транспортных, энергетических и некоторых других технических системах вида двухполюсника с сетевой структурой их надежность (вероятность связности) обеспечивается за счет работоспособности составляющих минимальных путей. Для анализа их надежности применяется метод минимальных путей и минимальных сечений, различные граничные оценки надежности [12]. В сетевой модели детерминированного проекта с конъюнктивной логикой (AND) для его надежного выполнения (безотказной работы) необходимо выполнение всех входящих элементов — работ.

Если технологические цепочки, скажем,  $\mu^j$  и  $\mu^k$  не являются независимыми, значит  $\exists s \in E: s \in \mu^j \cap \mu^k$ , а в этом случае отказ работы  $s: x(s) = 0$ , приводит к тому, что ухудшатся показатели как  $x(\mu^j)$ , так и  $x(\mu^k)$  одновременно, а это означает, что данные величины положительно коррелированы:

$$cov(x(\mu^j), x(\mu^k)) > 0.$$

В этом случае для произвольных  $j \in \Gamma_i^{-1}$  и  $k \in \Gamma_i^{-1}$ , для которых технологические цепочки  $\mu^j$  и  $\mu^k$  не являются независимыми, выполняется:

$$P(x(\mu^j) \cap x(\mu^k) = 1) > P(x(\mu^j) = 1) P(x(\mu^k) = 1).$$

В любом случае, как для независимых, так и для положительно коррелированных технологических цепочек, при произвольной детерминированной структуре сети  $G(E, \Gamma)$  с конъюнктивной логикой выполняется:

$$P_i \geq p_i P(\mu^j) \dots P(\mu^k), j, \dots, k \in \Gamma_i^{-1}.$$

Для детерминированной сетевой модели (GERT) с входными дугами OR, когда для начала выполнения работы достаточно выполнения хотя бы одной из предшествующих работ, т. е. как в случае параллельной системы, существует некоторое  $j \in \Gamma_i^{-1}$ , такое что

$$P_i = p(x(i) = 1 | p(x(\mu^j) = 1)) P(x(\mu^j)),$$

где  $\mu^j$  — один из путей из начальных вершин в вершину  $j \in \Gamma_i^{-1}$ . В этом случае для такой парал-

лельной системы  $(j, i) \in \Gamma$  ее надежность выше надежности любого из звеньев:

$$P_i \geq p_i \min_{j \in \Gamma_i^{-1}} P(\mu^{j_s}) \geq p_i \min_{j \in \Gamma_i^{-1}} (p_j \min_{k \in \Gamma_j^{-1}} P(\mu^{k_s})) \geq \dots$$

Раскрывая и дальше это рекуррентное выражение для вероятности  $P_{n+1}$  выполнения всего комплекса работ, получим в случае дизъюнктивных входящих дуг ее гарантированную оценку снизу

$$P_{n+1} \geq \min_{1 \leq i \leq m} \prod_{j \in \mu_i} p_j \geq P, \quad (2)$$

где  $\mu_i, i = 1, \dots, m$  — путь на графе  $G(E, \Gamma)$  из начальных вершин в конечную, а  $P$  — заданное ограничение.

А с другой стороны, такая оценка может быть получена и без выполнения требования параллельности входящих дуг. Достаточно предположить, что для некоторой работы в сетевой модели с конъюнктивной логикой результаты предшествующих работ являются взаимозаменяемыми [9], т. е. для данной работы результат множества ее технологически непосредственно предшествующих работ определяется некоторым «узким местом» из этого множества:

$$P_i \geq p_i \min_{j \in \Gamma_i^{-1}} P_j \geq p_i \min_{j \in \Gamma_i^{-1}} (p_j \min_{k \in \Gamma_j^{-1}} P_k) \geq \dots$$

Как видно, и при таком подходе мы приходим к модельному соотношению (2). Детерминированную сетевую модель проекта (с конъюнктивными или дизъюнктивными входными дугами), в которой для надежности работ проекта выполняется соотношение (2) гарантированной оценки надежности, будем называть альтернативной сетевой моделью — АСМ.

В [23] для моделирования вероятности успеха научно-исследовательских работ были предложены четыре модели, среди которых линейная, нелинейная и  $\{0, 1\}$ -модель.

Как показали результаты имитационного моделирования [17] выполнения проектов, кумулятивная вероятность выполнения работ (или проекта) имеет вид неубывающей кривой с насыщением. Для целей данного исследования будем моделировать зависимость вероятности (1) успеха работ проекта от затраченного однородного складываемого ресурса  $u$  трехпараметрическими степенными функциями вида

$$p_j(u_j) = b_j(u_j - u_j^0)^{\alpha_j}, b_j > 0, 0 < \alpha_j < 1, u_j \geq u_j^0 \geq 0, j = 1:n, \quad (3)$$

которые заданы на некотором интервале положительной полуоси и достаточно наглядно описывают изучаемую ситуацию.

Модели планирования инновационных проектов с использованием функций вида (3) для вероятности успеха работ исследовались в [9, 14], а  $S$ -образные [17] зависимости изучались в [10] и в ряде других работ автора.

Поскольку должно выполняться  $p_j \in (0,1)$ , то будем полагать, что

$$0 \leq u_j^{\min} \leq u_j \leq u_j^{\max} < \infty,$$

так, что

$$b_j(u_j^{\max} - u_j^0)^{\alpha_j} = 1,$$

откуда, опуская индекс, для параметров функции получаем соотношение

$$u^{\max} = u^0 + b^{-1/\alpha}.$$

Таким образом, мы имеем функционально-взвешенный ациклический ориентированный граф  $G(E, \Gamma)$ , на котором задана нормированная технологическая функция (3), удовлетворяющая соотношению (2).

Заметим, что при планировании проектов по методу освоенного объема (Earned Value) [5], используется производный показатель освоенного объема  $\alpha_x(t)$  — QSPI (Quantity Schedule Performance Index — коэффициент освоения планируемой стоимости), имеющий на конец  $T$  планового периода (под)проекта значение

$$\alpha_x(t) = \left. \frac{x_e(t)}{x_0(t)} \right|_{t=T} \in [0,1],$$

где  $x_e(t)$  — освоенный объем BQWP (Budgeted Quantity of Work Performed — плановая стоимость выполненных работ),  $x_0(t)$  — планируемая динамика объемов работ BQWS (Budgeted Quantity of Work Scheduled — плановая стоимость запланированных работ), который также может служить содержательной интерпретацией введенной нормированной технологической функции.

Вероятность успеха работы — это вероятность того, что в процессе осуществления проекта при выполнении данной работы не произойдет отказа, а вероятность безотказного выполнения работы — это и есть ее надежность выполнения. Поэтому будем говорить о  $p_i$  из (1) как о надежности работы, и о (2) как о надежности проекта. Рассматриваемая задача — это задача планирования ресурсов для выполнения работ проекта с учетом показателя его надежности, а не управления динамикой его реализации — когда есть фронт работ, выполненные и ожидающие выполнения работы. Эти вопросы рассматриваются в рамках задач по управлению ходом реализации про-

екта — задач составления расписания работ проекта при ограничениях на ресурсы.

Для зависимости затрат на работу от ее продолжительности выбирается достаточно апробированная [13] линейная зависимость

$$d_j u_j = -r_j t_j + h_j. \quad (4)$$

В большинстве практических случаев зависимость затрат на выполнение сетевого комплекса от времени на его осуществление имеет вид выпуклой (вниз) функции. Затраты уменьшаются с увеличением продолжительности, достигая критического значения, после чего наблюдается рост как времени, так и затрат. То есть сокращение сроков осуществления работы требует увеличения затрат. Поскольку имеющаяся информация не обладает достаточной точностью, становится оправданным использование в рабочей области изменения аргумента линейной аппроксимации реальной зависимости. Эта задача представляется достаточно сложной и нуждается в дальнейшем исследовании, мы принимаем простейшую линейную гипотезу. В ряде случаев она достаточно хорошо описывает реальную ситуацию.

В АСМ для представления сетевых ограничений модели будем использовать в качестве характеристической функции системы ограничений матрицу путей сети (ациклического ориентированного графа)  $G(E, \Gamma): A = (a_{ij}), a_{ij} (j \in \mu_i)$ . В сетевой модели проекта  $G(E, \Gamma)$ , где  $E$  — множество вершин, соответствующих работам, а  $\Gamma \subseteq E \times E$  — множество дуг, задающих технологические отношения частично-порядка непосредственного предшествования работ, каждый путь из начальных вершин в конечную  $\mu_i = (0, \dots, j, k, \dots, n)$ , где вершина 0 — принадлежит множеству начальных вершин, однозначно представляется строкой

$$\mu_i = \{a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{ij}, a_{ik}, \dots, a_{in}\}, \\ i = 1: m; j, k = 1: n; (j, k) \in \Gamma$$

специально построенной матрицы путей (по вершинам)  $A = (a_{ij}), a_{ij} (j \in \mu_i)$ , в которой ее элементы  $-1$  стоят в  $i$ -й строке на  $j$ -м месте только в том случае, когда  $j$ -я вершина принадлежит  $i$ -му пути:  $a_{ij} = 1 \Leftrightarrow j \in \mu_i$ . Всем остальным случаям, когда  $j \notin \mu_i$  — соответствуют пустые клетки.

В практике планирования и управления проектами часто возникает задача достижения заданных значений расхода ресурсов или времени при выполнении проекта. Данная содержательная постановка может быть формализована как задача минимизации взвешенного квадратичного отклонения потребления ресурсов от нормативного уровня, сетевых ог-

раничения на продолжительность проекта и линейных связях между переменными задачи в АСМ, которая согласно (2)–(4) имеет вид:

$$\sum_{j=1}^n \rho_j (u_j - \bar{u}_j)^2 \rightarrow \inf_{(u,t) \in D}, \quad (5)$$

$$\prod_{j \in \mu_i} a_{ij} (j \in \mu_i) b_j (u_j - u_j^0)^{\alpha_j} \geq P, \quad i = 1:m, \quad (6)$$

$$\sum_{j \in \mu_i} a_{ij} (j \in \mu_i) t_j \leq T, \quad i = 1:m, \quad (7)$$

$$\sum_{j=1}^n c_j u_j \leq C, \quad (8)$$

$$d_j u_j = -r_j t_j + h_j, \quad (9)$$

где  $u_j$  — объем однородного складываемого ресурса, выделяемого на выполнение  $j$ -й работы,  $u_j > u_j^0 \geq 0, j = 1:n, t_j > 0$  — продолжительность  $j$ -й работы,  $\rho_j > 0$  — весовой коэффициент,  $A_1 = (a_{ij}), a_{ij} (j \in \mu_i)$  — матрица путей ациклического орграфа  $G(E, \Gamma), j = 1:n, i = 1:m$ , параметры:  $b_j, c_j, d_j, r_j > 0, 0 < \alpha_j < 1, C, P, T > 0$ . Причем параметры  $\alpha_j, \rho_j, b_j, c_j, d_j, h_j, r_j, u_j^0, \bar{u}_j, C, P, T$  задачи, полученные в результате аппроксимации реальных данных, известны неточно.

Новизна предлагаемой постановки состоит в том, что кроме традиционной оптимизации проекта в пространстве «стоимость — время», вводится показатель вероятности успеха или надежности работы и планирование проекта производится в пространстве переменных «стоимость — время — надежность».

В условиях приведенной модели рассмотрим еще одну связанную с ней задачу минимизации квадратичного отклонения от директивных продолжительностей работ:

$$\sum_{j=1}^n v_j (t_j - \bar{t}_j)^2 \rightarrow \inf_{(u,t) \in D}, \quad (10)$$

$$\prod_{j \in \mu_i} a_{ij} (j \in \mu_i) b_j (u_j - u_j^0)^{\alpha_j} \geq P, \quad i = 1:m, \quad (11)$$

$$\sum_{j \in \mu_i} a_{ij} (j \in \mu_i) t_j \leq T, \quad i = 1:m, \quad (12)$$

$$\sum_{j=1}^n c_j u_j \leq C, \quad (13)$$

$$d_j u_j = -r_j t_j + h_j. \quad (14)$$

Решение обеих рассматриваемых выпуклых задач (5)–(9) и (10)–(14) формализуется по единой схеме, которая приводится ниже.

## 2. Метод решения

Представим задачи выпуклого программирования (5)–(9) и (10)–(14) в общем виде, поскольку спе-

цифика задачи при применении метода оптимизации не просматривается:

$$J(u) = \inf, u \in U, \quad (15)$$

$$U = \left\{ u \in U_0: g_i(u) \leq 0, i = 1, 2, \dots, m; g_i(u) = 0, i = m + 1, 2, \dots, s \right\}, \quad (16)$$

где  $U_0$  — заданное выпуклое множество из некоторого гильбертова пространства  $H$ , функции  $J(u), g_1(u), \dots, g_s(u)$  определены и принимают конечные значения на  $U_0$ , выпуклы и полунепрерывны снизу на  $U_0$ .

Предположим, что

$$J_*(u) = \inf_U J(u) > -\infty, U_* = \{u \in U: J(u) = J_*\} \neq \emptyset. \quad (17)$$

Как известно [8, 1], задача (15), (16) неустойчива к возмущениям исходных данных  $J(u), g_1(u), \dots, g_s(u)$ , и она является, вообще говоря, некорректной не только по аргументу, но и по функции и для ее решения нужно применять методы регуляризации. Будем использовать для решения рассматриваемой задачи (15), (16) регуляризованный проксимальный метод в сочетании со штрафными функциями при неточных исходных данных и с неточной реализацией метода [3]. Ограничения типа равенств и неравенств будем учитывать с помощью штрафной функции

$$P(u) = \sum_{j=1}^s (g_j^+(u))^p, u \in U_0, p \geq 1, \quad (18)$$

где  $g_j^+ = \max\{g_j; 0\}$  при  $j = 1, 2, \dots, m, g_j^+ = |g_j|$  при  $j = m + 1, \dots, s$ .

При каждом фиксированном  $u \in U_0$  вместо точного значения  $J(u), P(u)$  могут быть вычислены их приближения  $J_\delta(u), P_\delta(u)$ , такие что

$$\max\{|J_\delta(u) - J(u)|, |P_\delta(u) - P(u)|\} \leq \delta(1 + \|u\|^2), u \in U_0, \quad (19)$$

где  $\delta$  — известное положительное число. В качестве начального приближения возьмем произвольную точку  $z_0 \in U_0$ . Если при некотором  $k \geq 0$  точка  $z_k \in U_0$  уже известна, то введем функцию

$$\varphi_k(u) = 0,5\|u - z_k\|^2 + \beta_k(J_\delta(u) + A_k P_\delta(u) + \alpha_k \|u\|^2), u \in U_0, \quad (20)$$

где  $\alpha_k, \beta_k, A_k$  — параметры метода,  $k = 0, 1, 2, \dots$  и, приближенно решая задачу минимизации  $\varphi_k(u) \rightarrow \inf, u \in U_0$ , например, методом Бройдена—Флетчера—Голдфарба—Шэнно [4], находим точку  $z_{k+1}$  из условия

$$z_{k+1} \in U_0, \varphi_k(z_{k+1}) \leq \inf_{U_0} \varphi_k(u) + \varepsilon_k, \varepsilon_k > 0, k = 0, 1, \dots \quad (21)$$

При каждом фиксированном  $\delta$ ,  $0 < \delta < \delta_0$ , процесс (21), (20) будем продолжать до такого наибольшего номера  $k = k(\delta)$ , при котором выполняются неравенства

$$\delta_k \geq \delta, k = 0, 1, \dots, k(\delta). \quad (22)$$

Поскольку  $\{\delta_k\} \rightarrow +0$ ,  $\delta_0 > \delta$ , то такой номер  $k(\delta)$  непременно найдется.

Соответствующая теорема сходимости метода (21), (20) с правилом останова (22) приведена в [3].

## Заключение

Рассмотренная задача о минимизации квадратичного отклонения от заданных показателей проекта в детерминированной дизъюнктивной модели проекта относится к классу задач календарного планирования с ограниченными ресурсами. Особенность рассмотренной модели в том, что вводится показатель надежности работы как функция складываемого ресурса при линейных связях между затратами ресурсов и временем, необходимым для выполнения работы. Такой подход позволяет построить функциональную модель оценки надежности всего проекта как сложной технической системы и сформулировать задачу календарного планирования не только с ресурсными, но и с надежностными ограничениями. Тем самым планирование проектов осуществляется не в пространстве переменных «стоимость — время», с последующим моделированием проектных рисков по методу Монте-Карло, как в имеющихся сейчас на рынке программных пакетах Project Management, а путем решения соответствующих непрерывных оптимизационных задач по управлению проектом в пространстве трех переменных: стоимость — время — надежность (вероятность успеха). Рассмотренная в статье задача минимизации квадратичного отклонения от заданных показателей проекта, когда функция надежности работы аппроксимируется (вогнутой) степенной функцией с показателем степени меньше единицы, является задачей выпуклого программирования, поэтому для ее решения можно применить регуляризованные методы решения некорректных задач при неточных исходных данных, к которым относится указанный регуляризованный проксимальный метод со штрафными функциями [3]. Предложенная постановка и метод ее решения имеют практическое значение для разрабатываемого функционального наполнения автоматизированной информационной системы планирования инновационных проектов — системы ДИСУПИР 3.1 [11]. В статье приводится также обзор известных подходов к решению задач календарного планирования с ограниченными ресурсами.

## Литература

1. Бакушинский А. Б., Гончарский А. В. Итеративные методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1989.
2. Богданов В. В. Управление проектами в Microsoft Project 2003: Учебный курс (+CD). СПб.: Питер, 2004. 604 с.: ил.
3. Васильев Ф. П., Обрадович О. Регуляризованный проксимальный метод для задач минимизации с неточными исходными данными // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 1993. Т. 33. № 2. С 179–188.
4. Измаилов А. Ф., Солодов М. В. Численные методы оптимизации: Учеб. пособие. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. 304 с.
5. Колосова Е. В., Новиков Д. А., Цветков А. В. Методика освоения объема в оперативном управлении проектами. М.: ООО «НИЦ „Апостроф“», 2000. 156 с.
6. Камков Н. И. Модели управления научными исследованиями и разработками. М.: Наука, 1978. С. 343.
7. Михалевич В. С., Кукса Л. И. Методы последовательной оптимизации в дискретных сетевых задачах оптимального распределения ресурсов. М.: Наука, 1983. 208 с.
8. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1979.
9. Топка В. В. Ресурсные оптимизационные задачи на сетях с неважимоменяемыми операциями. М., 1986 (Препринт / Институт проблем управления).
10. Топка В. В. Вероятностная модель планирования исследований и разработок с линейными ограничениями // Автоматика и телемеханика. 1997. № 4. С 232–237.
11. Топка В. В., Воронежцев С. А. Автоматизированная информационная система ДИСУПИР 3.1 (концепция, описание, руководство пользователя). М.: «11 формат», 2008. 145 с.
12. Ушаков И. А. Курс теории надежности систем: учебное пособие для вузов. М.: Дрофа, 2008. 240 с.
13. Филлипс Д., Гарсиа-Диас А. Методы анализа сетей: Пер. с англ. М.: Мир, 1984.
14. Цвиркун А. Д., Акинфиев В. К., Коновалов Е. Н. Моделирование и управление инновационными программами в крупномасштабных технических системах. М., 1991 (Препринт / Институт проблем управления).
15. Blazewicz J., Lenstra J., Rinooy Kan A. H. G. Scheduling subject to resource constraints: classification and complexity // Discrete Applied Mathematics. 1983. V. 5. P. 11–24.
16. Brucker P., Drexl A., Möhring R., Neumann K., Pesch E. Resource-constrained project scheduling: Notation, classification, models, and methods // European Journal of Operational Research. 1999. V. 112. № 1. P. 3–41.
17. Elkjaer M. Stochastic Budget Simulation // Int. J. of Project Management. 2000. V. 18. № 2. P. 139–147.
18. Herroelen W., De Reyck B., Demeulemeester E. Resource-constrained project scheduling: a survey of recent developments // Computers & Operations Research. 1998. V. 25. № 4. P. 279–302.
19. Kelley J. E., Walker M. R. Critical path planning and scheduling: Mathematical basis // Operations Research. 1961. V. 9. P. 296–320.

20. *Kolisch R., Padman R.* An integrated survey of deterministic project scheduling // *Omega*. 2001. V. 29. P. 249–272.
21. *Neumann K.* Stochastic project networks: temporal analysis, scheduling and cost minimization. *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*. № 344. Berlin/Heidelberg: Springer-Verlag, 1990.
22. *Pritsker A. A. B., Happ W. W.* GERT — Graphical Evaluation and Review Technique. Part I, fundamentals // *J. of Industrial Engineering*. 1966. V. 17. № 5. P. 267–274.
23. *Souder W. E.* Analytical effectiveness of mathematical models for R&D project selection // *Management Science*. 1973. V. 19. № 8.

**Топка Владимир Владимирович.** С. н. с. ИПУ РАН им. В. А. Трапезникова. К. т. н. Окончил МФТИ в 1978 г. Количество печатных работ: 70. Область научных интересов: управление проектами, методы оптимизации, теория надежности.  
E-mail: topka3@mail.ru