Математические модели социально-экономических процессов

Структура вероятностной макросистемной демо-экономической модели (часть II)*

А. С. Алиев, А. Ю. Попков, Ю. С. Попков

Аннотация. Разработана структура макросистемной модели экономического блока, в которой используется принцип максимизации энтропии.
Ключевые слова: *макросистема, энтропийные модели, оптимизация, экономическая динамика, пространственная экономика, производственная функция, динамика цен, экономические равновесия.*

1. Блок «ECONOMY»

Рассматривается системное пространство с страновыми индексами $n \in [1, N]$, в каждом элементе (стране) которого размещается K секторов, производящих K единиц продукции.

1.1. Производящая экономика (модуль «P»)

Для формирования производственных функций воспользуемся понятием отраслевой производственной единицы. Напомним, что производственная единица, расположенная в стране n и принадлежащая сектору k, выпускает единицу продукции, используя при этом $\lambda^k(n,t)$ работников (т. е. «живого» труда) в момент времени t ($\lambda^k(n,t)$ является вещественной переменной). Величина $\lambda^k(n,t)$ является характеристикой технологического уровня производства. Чем меньше требуется затрат «живого» труда, тем технологичнее производство [11].

Сектор k будем характеризовать распределением $g^k(\lambda^k, n, t)$ производственных единиц по технологиям. Очевидно, что величина $\lambda^k(n,t)$ не может быть равной нулю и бесконечности. Для каждого сектора диапазон возможных значений $\lambda^k(n,t)$ обозначим $\Lambda^k = [\lambda^k_-, \lambda^k_+]$. Здесь предполагается, что интервал Λ^k не зависит от страны и времени.

Поэтому потенциально возможное количество единиц продукции, которое может произвести сектор k в стране n

$$M^k(n,t) = \int\limits_{\Lambda^k} g^k(\lambda, n, t)d\lambda. \tag{1}$$

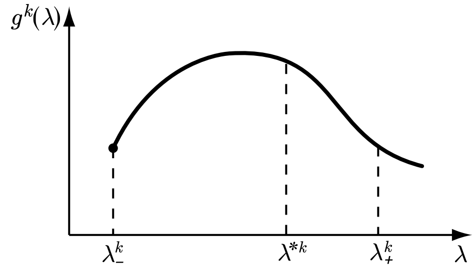

Рис. 1. Распределение производственных единиц по технологиям

* Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 11–07–00092).

Переменную $M^k(n,t)$ будем называть *производственной мощностью* и измерять в натуральных единицах (*количество единиц продукции*). Представим распределение $g^k(\lambda^k,n,t)$ в виде:

$$g^k(\lambda^k,n,t) = M^k(n,t)\psi^k(\lambda^k,n,t), \tag{2}$$

где $\psi^k(\lambda^k,n,t)$ — *функция технологической структуры* нормирована.

В качестве таковой будем использовать функцию технологической структуры с параметром $b^k(n,t)$ следующего вида:

$$\begin{gathered}\psi^k(\lambda^k,n,t) = [b^k(n,t)]^2\,\lambda^k \exp\left[-b^k(n,t)\lambda^k\right],\\ k\in[1,K],\quad n\in[1,N].\end{gathered} \tag{3}$$

График этой функции показан на рис. 2*а*. Изменением одного параметра, а именно $b^k(n,t)$, можно перемещать график вдоль оси λ. Для стран с развитой рыночной экономикой производственные единицы имеют высокий технологический уровень, т. е. затраты живого труда невелики.

В этом случае график функции технологической структуры с параметром $b_1^k(n,t)$ смещается влево (рис. 2*б*). Напротив, если рыночные механизмы находятся в процессе внедрения в экономическую систему, то существует довольно большое количество производственных единиц с невысоким технологическим уровнем, т. е. со значительным использованием живого труда. На рис. 2*в* показан график функции технологической структуры с параметром $b_2^k(n,t)$, смещенный вправо $(b_1^k(n,t) > b_2^k(n,t))$.

В рыночной экономической среде функционируют не все производственные единицы, а только рентабельные. Доход производственной единицы определяется ценой $p^k(n,t)$ единицы продукции. Цены на продукцию устанавливаются на региональных товарных рынках, и предполагаются равновесными $(p^{*k}(n,t))$ или близкими к ним. Расходы зависят от производственных и непроизводственных затрат. Производственные затраты определяются технологическими долями продукции других секторов, используемых для производства продукции данного сектора, и их ценами. Будем полагать, что непроизводственными затратами является заработная плата работников и прибыль. В результате можно записать следующее условие рентабельности:

$$\begin{gathered}[1-\beta^k(n,t)]p^{*k}(n,t) - \\ -\sum_{j=1,\,j\neq k}^{K} \alpha^{k,j}(n,t)\,p^{*j}(n,t) - \lambda^k(n,t)w^k(n,t) \geqslant 0, \\ k\in[1,K],\quad n\in[1,N],\end{gathered} \tag{4}$$

где

- $\alpha^{k,j}(n,t)$ — доля продукции j-сектора в продукции k-сектора (отраслевые технологические коэффициенты),
- $w^k(n,t)$ — заработная плата,
- $\beta^k(n,t)$ — норма прибыли.

Тогда *порог рентабельности* можно представить в следующем виде:

$$\begin{gathered}\lambda^{*k}(n,t) = \frac{[1-\beta^k(n,t)]p^{*k}(n,t)}{w^k(n,t)} - \\ -\frac{\sum\limits_{j=1,\,j\neq k}^{K} \alpha^{k,j}(n,t)\,p^{*j}(n,t)}{w^k(n,t)}.\end{gathered} \tag{5}$$

Итак, в рыночной экономической среде могут существовать производственные единицы, которые используют количество работающих, меньшее, чем $\lambda^{k*}(n,t)$ (см. рис. 1). Рентабельные производственные единицы в k-секторе имеют *выпуск*

$$Y^k(n,t) = M^k(n,t)\Phi^k\big(\lambda^{*k}(n,t),n,t\big), \tag{6}$$

где

$$\Phi^k\big(\lambda^{*k}(n,t),n,t\big) = \int\limits_{\lambda_-^k}^{\lambda^{*k}(n,t)} \psi^k(\lambda,n,t)\,d\lambda. \tag{7}$$

Выпуск измеряется в *количестве единиц продукции*.

Для функций технологической структуры (3) имеем:

$$\begin{gathered}\Phi^k(\lambda^{*k}(n,t),n,t) = 1 - \exp\left[-b^k(n,t)\lambda^{*k}(n,t)\right] \times \\ \times\big(1 + b^k(n,t)\lambda^{*k}(n,t)\big).\end{gathered} \tag{8}$$

В производственном процессе k-го сектора используются *трудовые ресурсы*

$$R_E^k(n,t) = M^k(n,t)\Psi^k\big(\lambda^{*k}(n,t)\big), \tag{9}$$

где

$$\Psi^k(\lambda^{*k}(n,t)) = \int\limits_{\lambda_-^k}^{\lambda^{*k}(n,t)} \lambda\,\psi^k(\lambda,n,t)\,d\lambda. \tag{10}$$

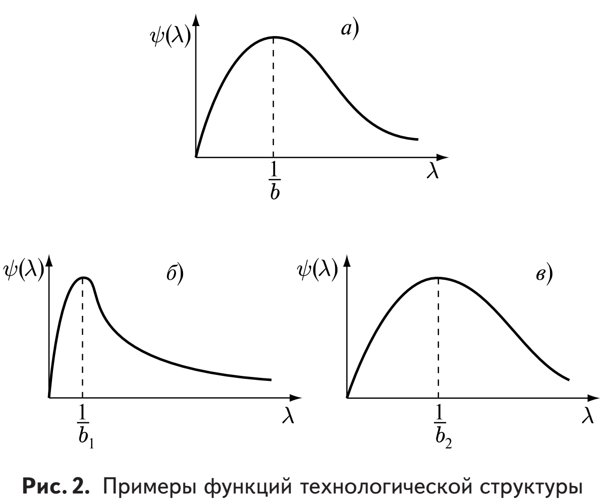

Рис. 2. Примеры функций технологической структуры

Определим индекс безработицы в виде:

$$\nu^k(n,t) = \frac{K_w(n,t) - \sum\limits_{k=1}^{K} R_E^k(n,t)}{K_w(n,t)}. \qquad (11)$$

Для функций технологической структуры (3) имеем:

$$\begin{aligned}\Psi^k\big(\lambda^{*k}(n,t), n, t\big) &= \\ &= \frac{2}{b^k(n,t)}\big(1 - \exp\left[-b^k(n,t)\lambda^{*k}(n,t)\right]\big) - \\ &\quad - \lambda^{*k}(n,t)\exp\left[-b^k(n,t)\lambda^{*k}(n,t)\right] \times \\ &\quad \times \big(b^k(n,t)\lambda^{*k}(n,t) + 2\big). \qquad (12)\end{aligned}$$

Равенства (6), (9) определяют связь выпуска $Y^k(n,t)$ с производственной мощностью $M^k(n,t)$ и потребными трудовыми ресурсами $R_E^k(n,t)$, и тем самым — *производственную функцию k-сектора* с учетом порога рентабельности, который непосредственно связан с уровнем технического прогресса в отрасли.

Заметим, что в определение региональной производственной функции входит производственная мощность $M^k(n,t)$, которая меняется во времени с скоростью релаксации τ_P. Обозначим

$$\alpha_P = \frac{1}{\tau_P}.$$

Переменная α_P имеет размерность [1/*ед. времени*] и $\alpha_P = 0,2$.

Изменение по времени производственной мощности характеризуется *относительной* скоростью, которая пропорциональна потокам амортизации (за счет естественного старения) и обновления (за счет инвестиций), т. е.:

$$\begin{aligned}\frac{dM^k(n,t)}{dt} &= \alpha_P M^K(n,t)\big(-\theta^k(n) - \mu^k(n)M^K(n,t) + \\ &\quad + \sigma^k(n)I^k(n,t)\big), \quad n \in [1,N], \qquad (13)\end{aligned}$$

где $I^k(n,t)$ [*ед. стоимости*] — инвестиции, $\theta^k(n)$ [*безразмерный*], $\mu^k(n)$ [1/*ед. продукции*] — коэффициенты, характеризующие процесс старения, и $\sigma^k(n)$ [1/*ед. стоимости*] — коэффициент эффективности инвестиций.

Если инвестирование осуществляется из собственных средств (прибыли) отрасли, то

$$\begin{aligned}I^k(n,t) &= \varrho^k(n)p^{*k}(n,t)Y^k(n,t) = \\ &= \varrho^k(n)p^{*k}(n,t)M^k(n,t)\Phi^k(\lambda^{*k}(n,t),n,t), \quad (14)\end{aligned}$$

где $\varrho^k(n)$ — доля прибыли, направляемая на инвестиции в собственную отрасль.

Система уравнений (13) моделируется системой разностных уравнений с шагом $h = 1$ *год*:

$$\begin{aligned}M^k(n,t+1) &= M^k(n,t) + \tilde{\alpha}_P M^k(n,t) \times \\ &\quad \times \Big(-\theta^k(n) + M^K(n,t)\big[-\mu^k(n) + \\ &\quad + \sigma^k(n)\varrho^k(n)p^{*k}(n,t)\Phi^k(\lambda^{*k}(n,t),n,t)\big]\Big), \qquad (15) \\ &\quad n \in [1,N],\end{aligned}$$

где $\tilde{\alpha}_P = h\alpha_P = 0{,}2$ — безразмерная величина, характеризующая временной масштаб.

Итак, *входными переменными* модуля «Р» являются:

- $w_k(n,t)$ — заработная плата;
- $\alpha^{k,j}(n,t)$, $(k,j) \in [1,K]$ — технологические коэффициенты;
- $\beta^k(n,t)$ — норма прибыли;
- $\varrho^k(n)$ — доля прибыли, направляемая на инвестиции;
- $\theta^k(n)$, $\mu^k(n)$ — коэффициенты функции амортизации;
- $\sigma^k(n)$ — коэффициент эффективности инвестиций;
- $b^k(n,t)$ — параметр функции технологической структуры;
- $p^{*k}(n,t)$ — равновесные цены.

Выходом модуля «Р» являются:

- $M^k(n,t)$ — производственные мощности;
- $Y^k(n,t)$ — выпуски;
- $R_E^k(n,t)$ — потребные трудовые ресурсы;
- $\nu^k(n,t)$ — индекс безработицы;
- $R_{UE}^k(n,t)$ — количество безработных;
- $\lambda^k(n,t)$ — порог рентабельности.

1.2. Обмен товарами (модуль «Ex»)

Процессы обмена товарами между секторами и странами имитируются модулем «Ex», в котором используется идея описания таких обменных процессов последовательностью локально-стационарных состояний [1]. Здесь она будет развита на случай, когда обменные потоки приобретают дополнительный, а именно, отраслевой индекс k, присвоенный соответствующему сектору экономики. Это означает, что рассматриваются отраслевые межстрановые потоки товаров (ресурсов) $f^k(n,i,t)$ [*кол. ресурса/ед. времени*] и соответствующие им априорные вероятности $a^k(n,i,t)$ стохастического распределения порций товара k-го сектора между странами n и i.

Поскольку стохастические распределения релаксируют к состоянию локального равновесия за время τ_{ex}, то распределение количеств обмениваемых товаров

$$y^k(n,i,t) = \tau_{ex} f^k(n,i,t), \quad (n,i) \in [1,N]. \qquad (16)$$

Порции k-го товара, производимого в регионе n, «выбирают» регион i с априорной вероятностью

$$a^k(n,i,t) = \tau_{ex}\alpha^k(n,i,t),$$

где

$$\alpha^k(n,i,t) = \frac{da^k(n,i,t)}{dt} \tag{17}$$

— интенсивность априорной вероятности. При этом

$$\sum_{i=1}^{N} a^k(n,i,t) = 1,$$

а

$$\sum_{i=1}^{N} \alpha^k(n,i,t) \neq 1.$$

Если потоки $f^k(n,i,t)$ известны, то априорные вероятности

$$a^k(n,i,t) = \frac{f^k(n,i,t)}{\sum\limits_{(m,j),s}^{N,K} f^k(n,i,t)}, \tag{18}$$

$$(n,i) \in [1,N], \quad k \in [1,K].$$

Если потоки не известны, а априорные вероятности известны, то для определения потоков используется макросистемная модель формирования отраслевых межрегиональных распределений количеств обмениваемых товаров за время τ_{ex}. С учетом равенств (17), ансамбль всевозможных распределений характеризуется локальной энтропией

$$\tilde{H}(F,\tau_{ex},t) = -\tau_{ex}\sum_{k=1}^{K}\sum_{n,i=1}^{N} f^k(n,i,t)\ln\frac{f^k(n,i,t)}{e\alpha^k(n,i,t)}. \tag{19}$$

В этом выражении $f^k(n,n,t)$ — поток товара, который остается в месте его производства, т. е. в регионе n.

Локально-стационарное распределение

$$F^*(t) = \left\{f^{*k}(n,i,t) \mid (n,i) \in [1,N],\ k \in [1,K]\right\}$$

соответствует

$$\max_F H(F,\tau_{ex},t), \tag{20}$$

при соблюдении балансовых условий:

$$\tau_{ex}\sum_{i=1}^{N}\sum_{k=1}^{K} f^k(n,i,t) = \epsilon_n(t)\sum_{k=1}^{K} Y^k(n,t), \quad n \in [1,N]; \tag{21}$$

и ограничений на транспортные издержки:

$$\tau_{ex}\sum_{n,i=1}^{N}\sum_{k=1}^{K} f^k(n,i,t)d^k(n,i) = g\sum_{n=1}^{N}\sum_{k=1}^{K} Y^k(n,t)p^{*k}(n,t), \quad n \in [1,N]; \tag{22}$$

$$g = \frac{c_{st}}{p_{tr}}. \tag{23}$$

В этих равенствах

- g — доля транспортных издержек в суммарном доходе;
- $p^{*k}(n,t)$ — равновесные страновые цены на k-й ресурс;
- $\epsilon_n(t)$ — доля участвующих в обмене товаров, производимых в регионе n в момент времени t (безразмерная величина);
- p_{tr} — цена единицы транспортной работы;
- c_{st} — системная доля транспортных расходов;
- $d^k(n,i)$ — условные расстояния между регионам n и регионом $i \neq n$ для сектора k, $d^k(n,n) = 0$.

Условные расстояния

$$d^k(n,i) = l^k(n,i)d(n,i), \tag{24}$$

где $d(n,i)$ — географическое расстояние между «центрами тяжести» регионов n и i, измеренное в *км*; $l^k(n,i)$ — элементы матрицы отраслевых связей:

$$l^k(n,i) = \begin{cases} 1, & \text{если секторы } k \text{ в регионах } n,i \text{ участвуют в экономическом обмене;} \\ 0, & \text{если секторы } k \text{ в регионах } n,i \text{ не участвуют в экономическом обмене.} \end{cases} \tag{25}$$

Для решения задачи (20)–(23) воспользуемся условиями оптимальности в терминах функции Лагранжа:

$$L(F,\tau_{ex}) = H(F,\tau_{ex}) + \sum_{n=1}^{N}\lambda_n\left(\epsilon_n(t)\sum_{k=1}^{K} Y^k(n,t) - \tau_{ex}\sum_{i=1}^{N}\sum_{k=1}^{K} f^k(n,i,t)\right) + \chi\tau_{ex}\left(g\sum_{n=1}^{N}\sum_{k=1}^{K} Y^k(n,t)p^{*k}(n,t) - \sum_{n,i=1}^{N}\sum_{k=1}^{K} f^k(n,i,t)d^k(n,i)\right), \tag{26}$$

где λ_n, χ $(n \in [1,N])$ — множители Лагранжа.

Из условий стационарности функции Лагранжа получаем, что локально-стационарные потоки с учетом (17) имеют вид:

$$f^{*k}(n,i,t) = \tilde{\epsilon}_n(t)\sum_{k=1}^{K} Y^k(n,t)\frac{a^k(n,i,t)v^{d^k(n,i)}}{\sum\limits_{j=1}^{N}\sum\limits_{s=1}^{K} a^s(n,j,t)v^{d^s(n,j)}},$$

$$a^k(n,i,0) = \frac{1}{N^2+K}, \quad (n,i) \in [1,N], \ k \in [1,K]. \tag{27}$$

В этих равенствах

$$\tilde{\epsilon}_n^k = \frac{\epsilon_n^k}{\tau_{ex}}, \quad v = \exp(-\chi)$$

— экспоненциальные множители Лагранжа, определяемые из следующей системы уравнений:

$$\sum_{n=1}^{N}\left(\sum_{i=1}^{N}\sum_{k=1}^{K} a^k(n,i,t)v^{d^k(n,i)}\left[d^k(n,i) - \right.\right.$$
$$\left.\left. - \tilde{g}Y^k(n,t)p^{*k}(n,t)\right]\right) = 0. \qquad (28)$$

где $\tilde{g} = g/\tau_{ex}$ — поточная доля транспортных издержек в суммарном доходе. Априорные вероятности

$$a^k(n,i,t+1) = \frac{f^{*k}(n,i,t)}{\sum\limits_{(m,j),s}^{N,K} f^{*s}(m,j,t)}. \qquad (29)$$

Из равенств (27)–(28) видно, что для определения потоков $f^{*k}(n,i,t)$ необходимы значения выпусков $Y^k(n,t)$ и равновесных цен $p^{*k}(n,t)$, которые формируются в следующем модуле.

Итак, *входными переменными* модуля «Ex» являются:

- $\epsilon_n(t)$ — потоковая доля выпуска, используемая в обмене товарами;
- g — доля транспортных издержек в суммарном доходе;
- $Y^k(n,t)$ — выпуск;
- $p^{*k}(n,t)$ — равновесные цены;

Выходом модуля «Ex» являются

- $f^{*k}(n,i,t)$, $(n,i) \in [1,N]$, $k \in [1,K]$ — межрегиональные потоки обменов товарами.

1.3. Цены (модуль «Pr»)

Процесс ценообразования имеет наименьшее время релаксации среди основных процессов в демо-экономической системе. Поэтому будем рассматривать его стационарное состояние, и следовательно, равновесные региональные цены.

Формирование равновесных региональных цен на товары и ресурсы происходит в рыночной среде, где балансируется спрос и предложение.

Напомним общую конструкцию товарного регионального рынка. Произведенные в регионе n товары k-го сектора предлагаются на региональных рынках $1,\ldots,n-1,n+1,\ldots,N$ по ценам $p^k(1,t),\ldots,$ $p^k(n-1,t), p^k(n+1,t),\ldots,p^k(N,t)$. Поэтому объем потока *предложения k-х товаров*

$$G^k(n,t) = \sum_{i=1}^{N} p^k(i,t)f^{*k}(n,i,t), \quad n \in [1,N], \quad (30)$$

где $f^{*k}(n,i,t)$ — стационарное значение потока k-х товаров из региона n в регион i. Размерность потока предложения $G^k(n,t)$ — (*ед. стоимости/ед. времени*).

Поток *спроса* (измеряется также в *ед. стоимости/ед. времени*) в регионах $1,\ldots,N$ на k-е товары имеет вид:

$$D^k(n,t) =$$
$$= \sum_{i=1}^{N} p^k(i,t)\gamma^k(n,i)Y^k(i,t) + w^k(n,t)R_E^k(n,t), \quad (31)$$
$$n \in [1,N],$$

где $\gamma^k(n,i)$ — территориальные технологические коэффициенты, характеризующие доли k-го товара, произведенного в i-й стране в производстве этого же товара в n-й стране, $Y^k(i,t)$ — выпуск k-го товара, произведенного в стране i, $w^k(n,t)$ — заработная плата и $R_E^k(n,t)$ — потребность в рабочей силе в k-м секторе в n-й стране, соответственно. Первая компонента в последнем равенстве описывает производственный спрос, а вторая — непроизводственный спрос.

Баланс между спросом и предложением дает следующую систему уравнений для определения вектора *равновесных цен*

$$p^{*k}(t) = \{p^{*k}(1,t),\ldots,p^{*k}(N,t)\}$$

на товары k-го сектора:

$$\begin{aligned} &U^k(t)p^k(t) = b^k(t), \\ &p^{*k}(t) = [U^k]^{-1}(t)b^k(t) > 0, \end{aligned} \qquad (32)$$

где $(N \times N)$-матрица $U^k(t)$ имеет элементы

$$u_{n,i}^k(t) = f^{*k}(n,i,t) - \gamma^k(n,i)Y(i,t), \qquad (33)$$

вектор $b^k(t)$ имеет компоненты

$$b_n^k(t) = w^k(n,t)R_E^k(n,t), \quad n \in [1,N]. \qquad (34)$$

Равновесие региональных цен существует, если компоненты вектора $p^{*k}(t) \geqslant 0$ (32), где хотя бы одно неравенство строгое. Если это условие не выполняется, имеет смысл рассматривать квазиравновесные цены, которые приближают спрос к предложению на минимальное расстояние:

$$J^k(\mathbf{p}) = \|G^k - D^k\| = \sum_{n=1}^{N}\left(\sum_{i=1}^{N} p^k(i,t)\left[f^{*k}(n,i,t) - \right.\right.$$
$$\left.\left. - \gamma^k(n,i)Y^k(i,t)\right] - w^k(n,t)R_E^k(n,t)\right)^2. \qquad (35)$$

По определению цены являются положительными величинами, значения которых лежат в интервале:

$$0 < p_-^k(n) \leqslant p^k(n,t) \leqslant p_+^k(n), \quad n \in [1,N], \qquad (36)$$

где: $p_-^k(n), p_+^k(n)$ — значения нижнего и верхнего уровня цен.

Итак, *квазиравновесные цены* для k-го сектора

$$\mathbf{p}^{*k} = \arg\min \left[J^k(\mathbf{p}) | 0 < \mathbf{p}_-^k \ll \mathbf{p}^k \ll \mathbf{p}_+^k \right]. \tag{37}$$

Итак, *входными переменными* модуля «Pr» являются:

- $\gamma^k(n,t)$ — территориальные технологические коэффициенты;
- $Y^k(n,t)$ — выпуск;
- $f^{*k}(n,i,t)$ — стационарное распределение межстрановых потоков товаров;
- $w^k(n,t)$ — заработная плата;
- $R_E^k(n,t)$ — спрос на рабочую силу.

Выходом модуля «Pr» является

- $p^{*k}(n,t)$ — равновесные цены.

1.4. Выход блока «ECONOMY»

В качестве характеристик состояния экономики стран приняты три показателя:

- индекс душевого доход $\omega(n,t)$, измеряемый в 1/*чел.*;
- индекс душевого ВВП $\vartheta(n,t)$, измеряемый в 1/*чел.*;
- индекс безработицы $\nu(n,t)$, измеряемый в % к предложению рабочей силы.

Заметим, что эти показатели являются средними по секторам экономики. Рассмотрим процедуры их вычисления через переменные, в терминах которых описывается многосекторная, пространственно распределенная экономика.

Определим средний по секторам доход работающих следующим выражением:

$$\Omega(n,t) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^{K} w^k(n,t) R_E^k(n,t). \tag{38}$$

Средняя по секторам равновесная цена

$$\bar{p}^*(n,t) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^{K} p^{*k}(n,t). \tag{39}$$

Тогда индекс душевого дохода определим следующим равенством:

$$\omega(n,t) = \frac{\Omega(n,t)}{\bar{p}^*(n,t) K(n,t)}. \tag{40}$$

Индекс душевого ВВП определяется как среднее по секторам стоимостное выражение душевого ВВП:

$$\vartheta(n,t) = \frac{\frac{1}{K} \sum\limits_{k=1}^{K} p^{*k}(n,t) Y^k(n,t)}{K(n,t)}. \tag{41}$$

Литература

1. *Попков Ю. С.* «Локально-стационарные модели неравновесных моделей макросистем с самовоспроизведением». ДАН СССР, 1988. Т. 303. № 3. С. 14–16.
2. *Агапова Т. А.*, *Серегин С. Ф.* Макроэкономика: Учебник, Изд. «Дело и Сервис», 2000.
3. *Дубов Ю. А.*, *Икоева Н. В.*, *Имельбаев Ш. С.*, *Кабаков А. Б.*, *Ковальчук С. Г.*, *Копейкин А. Б.*, *Попков Ю. С.*, *Рязанцев А. Н.*, *Шмульян Б. Л.* Оптимальное планирование и проблемы управления развитием городских систем (обзор и задачи исследования) // Автоматика и телемеханика, 1976, №6. С. 78–116.
4. *Завельский М. Г.* Государственное регулирование рыночной экономики. М.: Наука, 2006.
5. *Зверева Н. В.*, *Веселкова И. Н.*, *Елизарова В. В.* Основы демографии. М.: Высшая школа, 2004.
6. *Карпова В. М.* Построение и исследование динамических моделей рождаемости // Математическое моделирование социальных процессов. М.: МАКС Пресс, 2004. Вып. 6, с.
7. *Маршалл А.* Принципы экономической науки. Т. 1–3 / Пер. с англ. М.: Прогресс, 1993.
8. *Моришима М.* Равновесие, устойчивость, рост (многоотраслевой анализ) / Пер. с англ. М.: Наука, 1972.
9. *Орлова И. В.* Смертность в современной России: характер и особенности. Сайт ИСПИ РАН, http://www.ispr.ru/BIBLIO/JOURNAL/Science/journal109.html
10. *Попков Ю. С.*, *Посохин М. В.*, *Гутнов А. Э.*, *Шмульян Б. Л.* Системный анализ и проблемы городского развития. М.: Наука, 1983.
11. *Попков Ю. С.*, *Швецов В. И.* Принцип локальных равновесий в региональных динамических моделях // Математическое моделирование, 1990. Т. 2. № 5. С. 40–59.
12. *Попков Ю. С.* Теория макросистем. М.: URSS, 1999.
13. *Ресин В. И.*, *Попков Ю. С.*, *Дарховский Б. С.* Вероятностные технологии в управлении развитием города. М.: URSS, 2004.
14. Europe: one continent, different worlds, Population scenarios for the 21st century. Ed. Joop de Beer, Leo van Wissen, Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, 1999.
15. *Jozan P.* Some features of mortality in the member states of the ECE. Paper at the Regional Population Meeting, 7–10 Dec., 1998, Budapest, Hungary.
16. *Hilderink H.* World population in Transition, An Integrated Regional Modelling Framework, Phd Thesis, Groningen, Holland, 2000.
17. *Hoorn van Wim*, *Broekman Rob.* Uniformity and Diversity Scenarios for Mortality, European Studies of Population, Kluwer Academic Publishers, 1999. V. 7. P. 71–90.
18. *Lee R. D.* Probabilistic approachs to population forecasting // Rethinking Population Projection. Eds. W. Lutz, J. W. Vaupel, IIASA, Luxemburg, Austria, 1997.
19. *Long L. H.* On measuring of geographical mobility // Journal of American Statistical Association. V. 65. P. 1195–1203.

20. *Long L. H.*, *Boertlein C. G.* The geographical mobility of Americans: in international comparison. US Bureau of the Census, ser. P-26, No.64, US Dept. of Commerce, Washington DC.
21. *Lutz W.*, *Sanderson W.*, *Scherbov S.* Doubling of world population unlikely. Nature, 1997. V. 387, No. 19, June, pp. 803–805.
22. *Popkov Y. S.*, *Shvetsov V. I.*, *Weidlich W.* Settlement Formation Models with Entropy Operator. Annals of Regional Science, 1998. V. 32. P. 267–294.
23. *Spijker J. J. A.*, *Tabeua E.*, *van der Veen W. J.* Regional differences in cause-specific mortality in eleven European countries in 1990–91. Working Paper No. 1998/4, The Hague, The Netherlands, NIDI.
24. *Spijker J.* Socioeconomic determinants of regional mortality differences in Europe. Dutch University Press, Amsterdam, 2004.
25. Vienna Yearbook of Population Research, Vienna Institute of Demography, Austrian Academy of Sciences. Ed. Feichtinger G. 2003.
26. *Tabeau E.* Human longevity in the future: The Dutch perspective. Working paper No. 1996/2, The Hague, The Netherlands: NIDI.
27. *van der Veen W. J.* Regional Mortality Differences in Belgium, Germany, and The Netherlands. Demographic report 18. Faculty of Spatial Sciences, University of Groningen, 1994, The Netherlands.
28. *Weidlich W.*, *Haag G.* An Integrated Model of Transport and Urban Evolution. Springer, 1999.
29. *Weidlich W.* Sociodynamics. Harwood Academic Publishers, 2000; *Вайдлих В.* Социодинамика, пер. с англ. М.: URSS, 2004.
30. *Wilson A. G.* Statistical Theory of Spatial Distribution Models. Transportation Research, 1967. V. 1. P. 253–269.

Алиев Александр Семенович. С. н. с. ИСА РАН. К. т. н. Окончил Московский институт инженеров железнодорожного транспорта в 1980 г. Количество печатных работ: 19. Область научных интересов: проблемы моделирования транспортных потоков. E-mail: ali@isa.ru

Попков Алексей Юрьевич. С. н. с. ИСА РАН. К. т. н. Окончил МГУ в 2002 г. Количество печатных работ: 7. Область научных интересов: математическое моделирование, высокопроизводительные вычисления, параллельные алгоритмы, распределенные вычислительные системы. E-mail: apopkov@isa.ru

Попков Юрий Соломонович. Директор ИСА РАН, профессор. Д. т. н. Окончил Московский энергетический институт в 1960 г. Количество печатных работ: 157. Область научных интересов: системный анализ, математическое моделирование. E-mail: popkov@isa.ru