Анализ задачи оптимального планирования инвестиционного проекта на базе операционного исчисления*

П. Н. Победаш

Аннотация. Предложены математическая постановка задачи оптимального планирования инвестиционного проекта и методика ее анализа на базе операционного исчисления для получения оценок его стоимости. Комбинация методики с дискретным принципом максимума позволяет существенно улучшить эти оценки, повышая обоснованность принятия решений по отбору эффективных проектов при согласовании целей их участников.

Ключевые слова: *инвестиционный проект, операционное исчисление, многошаговая задача линейного программирования.*

Введение

Принятие эффективных управленческих решений при анализе инвестиционных проектов (ИП) затруднительно без использования строго обоснованных методов, опирающихся на математический аппарат. Различным методам оценки стоимости ИП в условиях рыночной экономики посвящено достаточно много работ [2; 3; 5; 15] и др., в частности, в условиях неопределенности [6] или использования нескольких валют [4]. Кроме того существуют оптимизационные модели оценки инвестиционных проектов [1]. Однако следует отметить, что в настоящее время практически отсутствуют работы, в которых рассматривается применение операционного исчисления для оценки стоимости этих проектов, описываемых динамическими оптимизационными моделями.

В данной работе предлагается методика теоретического анализа инвестиционного проекта, описываемого многошаговой задачей линейного программирования с дисконтирующими коэффициентами в целевом критерии, позволяющими учитывать уменьшение стоимости денежных потоков со временем. Указанная методика основана на применении оператора, являющегося аналогом z-преобразования для конечного горизонта планирования. Она дает возможность лицу, принимающему решения, классифицировать как эффективные те инвестиционные проекты, чья чистая дисконтированная стоимость не менее величины, на которую претендует инвестор в результате практической реализации рассматриваемого проекта. При этом учитываются цели нескольких заинтересованных сторон: инвестора, вкладывающего средства в производство для возврата вложений с прибылью; поставщика оборудования, получающего доход от его продажи; производителя (бизнесмена), рассматривающего ИП как для извлечения прибыли, так и для последующей продажи бизнеса по максимальной цене.

Инвестиционный проект, как правило, характеризуется риском в силу неопределенности порождаемых этим проектом денежных потоков, спроса на производимую продукцию, уровня инфляции и других параметров, и, как следствие неопределенности стоимости этого проекта. Поэтому вполне оправдан подход, сводящийся к получению оценок сверху на оптимальную стоимость ИП, соответствующую наилучшей его реализации (в смысле максимизации чистой дисконтированной стоимости). В связи с этим актуален предлагаемый на основе операционного исчисления подход, позволяющий получать практически значимые аналитические оценки стоимости инвестиционных проектов (в зависимости от перечисленных параметров).

1. Содержательная постановка задачи

Рассмотрим предлагаемую здесь методику оценки инвестиционных проектов на примере следующей задачи оптимального планирования проекта, описывающую взаимодействие инвестора, произво-

* Работа выполнена при финансовой поддержке АВЦП «Развитие научного потенциала высшей школы» (НИР 2.1.1/2710).

дителя и поставщика оборудования [10]. Инвестор предоставляет производителю инвестиции не более заданных величин для изготовления инновационной продукции нескольких видов, а производитель осуществляет платежи поставщику за основные производственные фонды (ОПФ) и производственные помещения не менее фиксированных сумм в определенные моменты времени. Нужно определить инвестиции, платежи и объемы продаж по всем видам продукции, максимизирующие чистую дисконтированную стоимость рассматриваемого проекта по реализации производимой продукции.

Предположим далее, что выполнены следующие предпосылки: 1) по завершению проекта он передается инвестору; 2) амортизация начисляется линейно с момента $t = T^1 + 1$, где T^1 — момент окончания инвестирования; 3) текущие затраты определяются как доля от средней стоимости реализации продукции; 4) текущие средства производителя неотрицательны; 5) при расчете прибыли учитываются налоги, составляющие наибольшую часть затрат предприятия: налог на добавленную стоимость (НДС), налог на прибыль (НП), налог на имущество (НИ) и отчисления в фонд оплаты труда (ФОТ); 6) объем продаж по каждому виду продукции не выше спроса на нее; 7) срок действия ИП меньше сроков службы ОПФ и производственного помещения; 8) моменты завершения инвестирования и начала производства совпадают.

2. Математическая постановка задачи

С учетом изложенных предпосылок математическую постановку описанной выше задачи представим в компактной матричной форме в виде следующей многошаговой задачи линейного программирования (МЗЛП), согласно постановки, приведенной в монографии [14]:

$$\begin{aligned}
&x(t+1) = A(t)x(t) + B(t)u(t) - s(t)\,;\ x(0) = a\,;\\
&C(t)x(t) + D(t)u(t) \le h(t)\,;\\
&u_l(t) \ge 0\ \ (l = r_t^1, \dots, r_t;\, t = 0, \dots, T-1)\,;\\
&J_T = \sum_{t=0}^{T-1} [(a(t), x(t)) + (b(t), u(t))] + \\
&\quad + (a(T), x(T)) \to \max
\end{aligned} \qquad (1)$$

Здесь $u(t) = [u_l(t)]$ и $x(t) = [x_i(t)]$ — управляющий и фазовый векторы соответственно; $A(t) = [a_{ij}(t)]$; $B(t) = [b_{il}(t)]$; $C(t) = [c_{kj}(t)]$; $D(t) = [d_{kl}(t)]$ — матрицы; $a = [a_i]$; $s(t) = [s_i(t)]$; $h(t) = [h_k(t)]$; $a(t) = [a_i(t)]$; $b(t) = [b_l(t)]$ — векторы; ($i, j = 1, \dots, n$; $l = 1, \dots, r_t$; $k = 1, \dots, m_t$; $t = 0, \dots, T-1$); r_t, r_t^1, m_t и T — размерность вектора $u(t)$ и его неограниченной по знаку части, число ограничений и шагов соответственно; (α_0, β_0) — скалярное произведение векторов α_0 и β_0. Скалярная форма задачи (1) приведена в [10].

Приведем описание матриц, векторов, переменных и параметров указанной МЗЛП:

$$A(t) = E_3\ (t = 0, \dots, T-1)\,;$$

$$B(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}_{3\times 2} \quad (t = 0, \dots, T^1 - 1)\,,$$

$$B(t) = \begin{pmatrix} 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 \\ \omega & \dots & \omega \end{pmatrix}_{3\times m} \quad (t = T^1, \dots, T-1)\,;$$

$$C(t) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}_{3\times 3} \quad (t = 0, \dots, t_1 - 1)\,,$$

$$C(t) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}_{2\times 3} \quad (t = t_1, \dots, t_2 - 1)\,,$$

$$C(t) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}_{1\times 3}\ (t = t_2, \dots, T^1 - 2)\,,$$

$$C(t) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}_{3\times 3} \quad (t = T^1 - 1)\,,$$

$$C(t) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}_{m\times 3} \quad (t = T^1, \dots, T-1)\,;$$

$$D(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}_{3\times 2} \quad (t = 0, \dots, t_1 - 1)\,,$$

$$D(t) = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}_{2\times 2} \quad (t = t_1, \dots, t_2 - 1)\,,$$

$$D(t) = \begin{pmatrix} -1 & 1 \end{pmatrix}_{1\times 2}\ (t = t_2, \dots, T^1 - 2)\,,$$

$$D(t) = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}_{3\times 2} \quad (t = T^1 - 1)\,,$$

$$D(t) = E_m\ (t = T^1, \dots, T-1)\,;$$

$$h(t) = (\rho_1(t); -\rho_2(t); 0)^T \in R^3\ (t = 0, \dots, t_1 - 1)\,,$$

$$h(t) = (-\rho_2(t); 0)^T \in R^2\ (t = t_1, \dots, t_2 - 1)\,,$$

$$h(t) = (0)^T \in R\ (t = t_2, \dots, T^1 - 2)\,,$$

$$h(t) = (0; I_0; -\bar{c})^T \in R^3\ (t = T^1 - 1)\,,$$

$$h(t) = (g_1(t); \dots; g_m(t))^T \in R^m\ (t = T^1, \dots, T-1)\,;$$

$$s(t) = (0; 0; 0)^T \in R^3\ (t = 0, \dots, T^1 - 1)\,,$$

$$s(t) = (0; 0; \delta_1 t - \delta_0)^T \in R^3\ (t = T^1, \dots, T-1)\,;$$

$$a = (0; 0; 0)^T \in R^3\,;$$

$$a(t) = (0; 0; 0)^T \in R^3\ (t = 0, \dots, T-1)\,;$$

$$b(t) = \frac{1}{(1+r)t}(-1;0)^T \in R^2 \ (t = 0,...,T^1 - 1),$$

$$b(t) = \frac{\omega}{(1+r)t}(1;...;1)^T \in R^m \ (t = T^1,...,T-1);$$

$$m_t = 3 \ (t = 0,...,t_1 - 1), \ m_t = 2 \ (t = t_1,...,t_2 - 1),$$

$$m_t = 1 \ (t = t_2,...,T^1 - 2), \ m_t = 3 \ (t = T^1 - 1),$$

$$m_t = m \ (t = T^1,...,T-1); \ r_t = 2 \ (t = 0,...,T^1 - 1),$$

$$r_t = m \ (t = T^1,...,T-1);$$

E_m и E_3 — единичные матрицы размерности $m \times m$ и 3×3 соответственно.

$u_1(t)$, $u_2(t)$ — инвестиции и платежи за ОПФ и производственные помещения в момент $t+1$ ($t = 0, \ldots, T^{1-1}$), а $x_1(t)$, $x_2(t)$ — накопленные до момента t суммы инвестиций и выплат соответственно; $x_3(t)$ — денежные средства производителя в момент $t+1$ ($t = 0, \ldots, T$); V_j, $u_j(t)$, и $q_j(t+1)$ — производительность, объем продаж и спрос на продукцию j-го типа в денежном измерении в момент $t+1$; $g_j(t) = \min(q_j(t+1), V_j)$ ($j = 1, \ldots, m$; $t = T^1, \ldots, T-1$), а c_0, c_1, T_0, T_1 — стоимость производственных помещений и ОПФ и сроки их службы соответственно; $\rho_1(t)$ и $\rho_2(t)$ — соответственно максимальные инвестиции и минимальные платежи поставщику за ОПФ, осуществляемые в моменты $t = 0, \ldots, t_{1-1}$ и $t = 0, \ldots, t_{2-1}$; r — ставка дисконтирования ИП; m — число видов производимой продукции; I_0 — максимальная сумма всех инвестиций в проект; σ — доля себестоимости продукции от ее цены; α_2 и α_3 — ставки НИ и НП соответственно (полагаем, что ставка НДС $\alpha_1 = 0$, поскольку НДС включается в стоимость продукции); $\omega = (1 - \alpha_3)(1 - \sigma)$; $\delta_0 = \delta_1(T^1 - 1) + \left(\frac{c_0}{T_0} + \frac{c_1}{T_1}\right) + \alpha_2\alpha_3\bar{c}$;

$\bar{c} = c_0 + c_1$ — суммарная стоимость производственных помещений и ОПФ; $\sigma_1 = \alpha_2\alpha_3\left(\frac{c_0}{T_0} + \frac{c_1}{T_1}\right)$;

$J_T = NPV - \rho$, $\rho = \sum_{t=T^1}^{T^1-1} \frac{\delta_0 - \delta_1 t}{(1+r)^t} = \frac{F(T^1) - F(T)}{r^2}$, $F(\tau) = \frac{\delta_0 r - \delta_1(1 + r\tau)}{(1+r)^{\tau-1}}$, NPV — чистая дисконтированная стоимость рассматриваемого инвестиционного проекта. Величины t_i и $\rho_i(t) > 0$ ($t = 0, \ldots, t_i - 1$; $i = 1; 2$; $0 < t_1 \le t_2$) определяются юридическими особенностями договоров между участниками ИП, предоставляя возможность гибкого согласования взаимодействия (контракта) между указанными экономическими агентами. При этом сумма всех инвестиций не превосходит величины I_0, а сумма платежей не менее суммарной стоимости $\bar{c}$ производственного помещения и ОПФ, причем $\sum_{t=0}^{t_1-1} \rho_1(t) < I_0$, $\sum_{t=0}^{t_2-1} \rho_2(t) < \bar{c}$.

3. Теоретический анализ

Обозначим далее символом «*» оптимальные значения соответствующих переменных и целевых функций. Теоретический и численный анализ модели (1) показал, что справедливы следующие теоремы [10; 11].

Теорема 1. МЗЛП (1) имеет решение лишь при выполнении естественных условий:

1) максимальная сумма инвестиций не ниже суммарной стоимости производственного помещения и ОПФ;
2) накопленная к текущему моменту сумма максимальных инвестиций не менее суммы минимальных платежей в течение всего периода инвестирования.

Теорема 2. В задаче (1) оптимальная стоимость J_T^* является функцией, неубывающей по переменной T (при неизменных прочих параметрах рассматриваемого ИП).

Для оценки оптимальной стоимости проекта, описываемого указанной МЗЛП, используем аппарат операционного исчисления. Применяя при $z = 1 + r > 1$ к задаче (1) оператор Z_T, определяемый формулой

$$Z_T(x(t)) = \sum_{t=0}^{T-1} x(t) z^{-t} \overset{def}{=} X(z,T), \qquad (2)$$

и, учитывая свойство

$$Z_T(x(t+1)) = z[X(z,T) + x(T)z^{-T} - x(0)],$$

получим задачу существенно меньшей размерности, которую назовем $Z_T^{(1)}$-задачей, соответствующей МЗЛП (1). Назовем переменную $X(z, T)$ Z_T — изображением, соответствующим фазовой переменной $x(t)$. Отметим, что при $T \to +\infty$ из $Z_T^{(1)}$-задачи получим Z-задачу, описанную в работе [10].

После исключения Z_T-изображений фазовых переменных из $Z_T^{(1)}$-задачи, получим статическую ЗЛП, матричная форма которой приведена ниже:

$$AU(z,T) \le b, \ U(z,T) \ge 0, \ (c, U(z,T)) \to \max,$$

где матрица $A = \left(\begin{array}{ccc|c|c} & E_m & & 0 & 0 \\ & & & \dots & \dots \\ & & & 0 & 0 \\ \hline -\omega & \dots & -\omega & -1 & 1 \\ \hline 0 & \dots & 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & \dots & 0 & 0 & -1 \end{array}\right)_{(m+3)\times(m+2)}$,

а векторы

$b=(G_1(z,T);...;G_m(z,T);\rho-x_3^T z^{-T};A(z,T);-B(z,T))^T \in R^{m+3}$,

$c = (\omega;...;\omega;-1;0)^T \in R^{m+2}$;

$U(z,T) = (U_1(z,T);...;U_{m+2}(Z,T))^T \in R^{m+2}$ — вектор Z_T-изображений управляющих переменных,

$G_j(z,T) = \sum_{t=T^1}^{T-1} g_j(t) z^{-t} \ (j = 1,...,m)$,

$A(z,T) = \min[\alpha(z); I_0 + (x_1^T - I_0) z^{-T}]$,

$B(z,T) = \max[\rho_2(z); \bar{c} z^{1-T^1} + (x_2^T - \bar{c}) z^{1-T}]$,

$\rho_2(z) = \sum_{t=0}^{t_2-1} \rho_2(t) z^{-t}$, x_i^T $(i = 1,...,3)$

— значения фазовых переменных в момент T. Здесь учтено, что, для компактности записи матрицы A, переменным $u_1(t)$, $u_2(t)$ соответствуют изображения $U_{m+1}(z, T)$, $U_{m+2}(z, T)$, а $u_j(t)$ ($j = 1, \dots, m$) — изображения $U_j(z, T)$.

Поскольку по построению для целевых критериев J_T и $\bar{J}(z,T)$ задачи (1) и $Z_T^{(1)}$-задачи выполняется соотношение: $J_T \le \bar{J}(z,T)$, то для оптимальной стоимости NPV^* проекта, реализуемого по модели (1), получим неравенство:

$$NPV^* \le \begin{cases} \omega\sum_{j=1}^{m} G_j(z,T) + \rho, & \omega\sum_{j=1}^{m} G_j(z,T) + \rho - x_3^T z^{-T} \ge B(z,T) \\ 2\left(\omega\sum_{j=1}^{m} G_j(z,T) + \rho\right) - B(z,T) - x_3^T z^{-T}, & \omega\sum_{j=1}^{m} G_j(z,T) + \rho - x_3^T z^{-T} < B(z,T), \end{cases} \quad (3)$$

где $z > 1$. Выражение в правой части неравенства (3) обозначим $\Gamma_T^{(1)}$. Заметим, что при

$$\omega\sum_{j=1}^{m} G_j(z,T) + \rho - x_3^T z^{-T} = B(z,T)$$

обе оценки в указанном соотношении совпадают. Кроме того, устремляя $T \to +\infty$ в последнем неравенстве, и, учитывая, что $\lim_{T\to+\infty} x_3^T z^{-T} = 0$, получим оценку оптимальной стоимости ИП для неограниченного горизонта планирования, представленную в [10]:

$$NPV^* \le \Gamma^{(1)} \stackrel{def}{=} \begin{cases} \omega\sum_{j=1}^{m} G_j(z) + \bar{\rho}, & \omega\sum_{j=1}^{m} G_j(z) + \bar{\rho} \ge B(z) \\ 2\left(\omega\sum_{j=1}^{m} G_j(z) + \bar{\rho}\right) - B(z), & \omega\sum_{j=1}^{m} G_j(z) + \bar{\rho} < B(z) \end{cases}, \ z > 1, \quad (3')$$

где $G_j(z) = \lim_{T\to+\infty} G_j(z,T) = \sum_{t=T^1}^{\infty} g_j(t) z^{-t} \ (j = 1,...,m)$,

$B(z) = \max[\rho_2(z); \bar{c} z^{1-T^1}]$,

$\bar{\rho} = \lim_{\substack{T_i\to+\infty \\ (i=0;1)}} \rho = \frac{\alpha_2\alpha_3\bar{c}}{r(1+r)^{T^1-1}}$, поскольку, в силу предпосылки 7), из условия $T \to +\infty$ следует, что $T_i \to +\infty$ ($i = 0; 1$), и, значит, $\delta_0 \to \alpha_2\alpha_3\bar{c}; \delta_1 \to 0$.

Применяя к МЗЛП (1) дискретный принцип максимума, описанный в работе [14], получим следующую лемму, необходимую для дальнейшего анализа указанной задачи.

Лемма 1. В задаче (1) имеют место условия:

1) оптимальный объем продаж по любому виду производимой продукции равен наименьшему из значений производительности ОПФ и спроса на нее в течение всего периода производства;
2) оптимальные значения накопленных сумм инвестиций и платежей совпадают в момент окончания инвестирования и равны суммарной стоимости производственного помещения и ОПФ.

Тогда, с учетом леммы 1, анализ модели (1) можно свести к исследованию более простой МЗЛП из T^1 шагов (получаемую из нее исключением условий, относящихся к периоду производства, т. е. к моментам $t = T^1, \dots, T - 1$). Применяя при $z = 1 + r > 1$ оператор Z_T, задаваемый формулой (2), к последней задаче, т. е. для временного интервала длины T^1 (аналогично тому, как это сделано для МЗЛП (1)), и, принимая во внимание условие 2) леммы 1, получим задачу, которую назовем $Z_T^{(2)}$-задачей, соответствующей МЗЛП (10). Анализируя $Z_T^{(2)}$-задачу, подобно $Z_T^{(1)}$-задаче, нетрудно найти еще одну оценку сверху для NPV^*:

$$NPV^* \le \Gamma_T^{(2)} \stackrel{def}{=} \omega \sum_{j=1}^{m} G_j(z,T) - \rho_2(z) + \rho\,, \quad (4)$$

которая имеет место на конечном горизонте планирования T. В частности, переходя в неравенстве (4) к пределу при $T \to +\infty$, имеем предельный вариант оценки оптимальной стоимости ИП:

$$NPV^* \le \Gamma^{(2)} \stackrel{def}{=} \omega \sum_{j=1}^{m} G_j(z) - \rho_2(z) + \overline{\rho}\,. \quad (4')$$

Относительно представленных результатов справедливы следующие замечания.

1. Оценки (3) и (3'), а также (4) и (4') при $T >> 1$, $r > 0$ отличаются мало, поскольку $(1 + r)^{-T} \approx 0$.
2. Из теоремы 2 следует, что $J_T^* \le J_\infty^* = \lim\limits_{T\to+\infty} J_T^*$, то есть условия (3') и (4') верны и для конечного горизонта планирования T. Поэтому, если ИП неприемлем для инвестора при $T \to +\infty$, то тем более он неприемлем при $T < +\infty$.

Содержательно неравенства (3), (3'), (4) и (4') означают, что стоимость ИП, описываемого моделью (1), не может быть выше указанных оценок даже при наилучшей его реализации. Заметим, что оценка (4) значительно лучше, чем (3'), как показывает численный пример, представленный ниже. Кроме того, отметим, что оценка (4) найдены при использовании дополнительной информации о свойствах оптимальной реализации ИП в соответствии с моделью (1) (см. лемму 1), полученной на основе дискретного принципа максимума, в отличие от выражений (3') и (4'), для которых такой информации не требуется.

Таким образом, выше с помощью Z_T-преобразования (см. (2)) и были получены оценки оптимальной стоимости ИП в виде (3') и (4'). Покажем далее, что, кроме получения указанных оценок, изложенный подход позволяет находить условия разрешимости задачи (1) на бесконечном интервале времени.

Из неравенств (3') и (4') следует, что если справедливы естественные соотношения

$$\overline{g}_j = \max_{t=T^1,\ldots} g_j(t) < +\infty \; (j = 1,\ldots,m); r > 0\,, \quad (5)$$

содержательно означающие конечность спроса по всем видам производимой продукции и положительность ставки дисконтирования ИП, то функция NPV^*, а значит, и J_T^* ограничена сверху. Поскольку при условиях теоремы 1 множество управлений задачи (1) непусто и при $T \to +\infty$, то доказана следующая теорема.

Теорема 3. Если выполняются условия теоремы 1 и (5), то МЗЛП (1) имеет решение на бесконечном горизонте планирования и для оптимальной стоимости описываемого ею инвестиционного проекта имеют место оценки (3') и (4').

4. Численный пример

Для сопоставления оценок (3') и (4) рассмотрим следующий модельный пример, рассчитанный с помощью пакета программ [7] и приведенный в статье [11]. Исходные данные и оптимальные значения NPV^* и ее оценок сверху $\Gamma^{(1)}$, $\Gamma_T^{(2)}$, вычисленных по формулам (3') и (4) соответственно при различных ставках доходности r ($r > 0$) в динамической задаче (1), приведены ниже в табл. 1 и 2. Значения NPV^* и $\Gamma^{(1)}$ взяты из указанной работы. При этом $T^1 = 5$; $T = 10$; $t_1 = t_2 = 4$; $c_0 = 4$; $c_1 = 12$; $T_0 = 200$; $T_1 = 40$; $I_0 = 20$; $\alpha_2 = 0{,}005$; $\alpha_3 = 0{,}24$; $\sigma = 0{,}7$; $m = 2$; $V_1 = 170$; $V_2 = 95$; $q_1(t) = 100$; $q_2(t) = 50$ ($t = 6, \ldots, 10$). Стоимостные показатели измеряются в сотнях тысяч рублей, а временные — в годах.

Таблица 1

Значения максимальных инвестиций и минимальных платежей

t	$\rho_1(t)$	$\rho_2(t)$
0	10	2
1	1	3
2	3	5
3	2	4

Таблица 2

Значения оптимальной стоимости проекта и ее оценок, найденных по формулам (3') и (4) соответственно

r	NPV^*	$\Gamma^{(1)}$	$\Gamma_T^{(2)}$
0,01	145,3	161,1	147,3
0,05	108	123	110,2
0,1	75,16	89,42	77,56
0,15	52,6	66,2	55,2
0,2	36,77	49,81	39,53
0,35	11,3	23,1	14,5
0,5	0,86	11,8	4,44

Из табл. 2 видно, что оценка $\Gamma_T^{(2)}$ существенно лучше, чем $\Gamma^{(1)}$. На рис. 1 приведены графики оптимальной стоимости инвестиционного проекта и указанных оценок в зависимости от ставки его доходности r, иллюстрирующие этот результат.

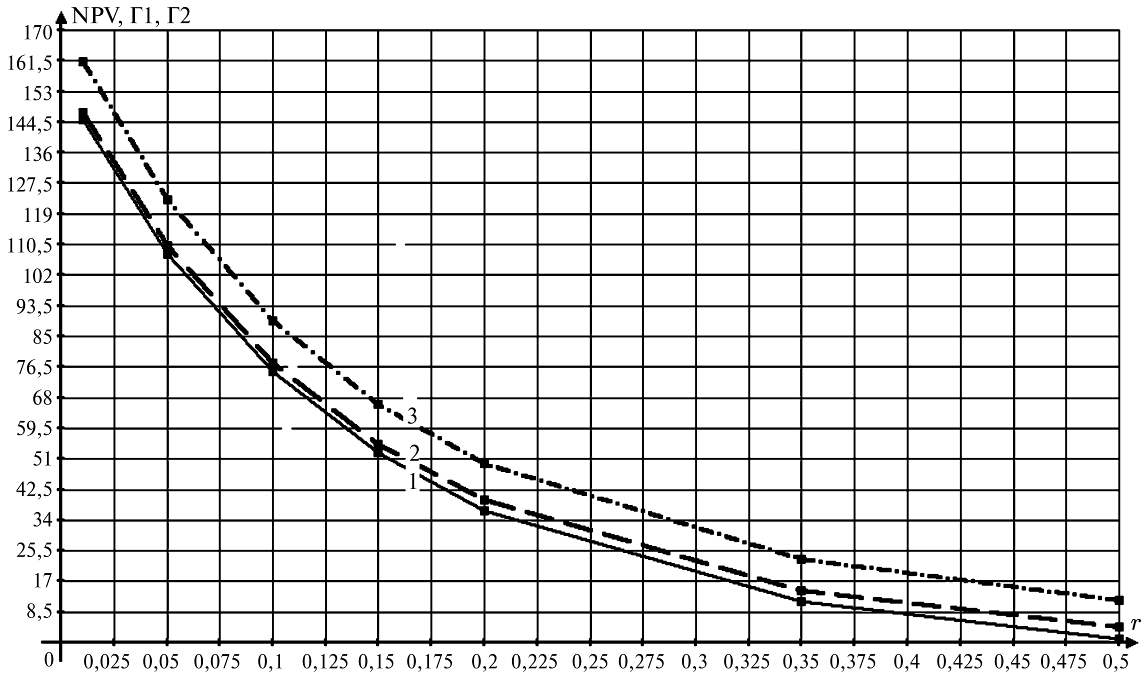

Рис. 1. Графики зависимости оптимальной стоимости проекта NPV^* и ее оценок сверху $\Gamma_T^{(2)}$, $\Gamma^{(1)}$ при различных ставках доходности r (соответственно линии 1–3)

Выводы

В работе предложена методика теоретического анализа динамической оптимизационной модели инвестиционного проекта на основе оператора, являющегося аналогом z-преобразования для конечного горизонта планирования. Использование комбинации предложенной методики и дискретного принципа максимума позволило существенно улучшить оценку оптимальной стоимости рассматриваемого проекта по сравнению с оценкой, найденной лишь на основе операционного исчисления (см. рис. 1). Полученные оценки позволяют на практике исключить заведомо неэффективные проекты (с чистой дисконтированной стоимостью, меньшей той величины, на которую рассчитывает инвестор), не решая многошаговую оптимизационную задачу (1), численное решение которой при больших значениях горизонта планирования и количества видов производимой продукции является затратным. При этом влияние инфляции или риска, присущего инвестиционным проектам, учитывается путем повышения ставки дисконтирования. Изложенные здесь результаты позволяют повысить обоснованность принимаемых управленческих решений по отбору эффективных инвестиционных проектов и согласовывать контракты между инвесторами, производителями и поставщиками оборудования. Приведенная выше авторская методика получения оценок сверху на оптимальную стоимость инвестиционных проектов, использующая описанный операционный подход, может быть применена к задачам экономической динамики не только микро- [12; 13], но и мезо- [9] и макроуровня [8], описываемым в классе многошаговых задач линейного программирования с дисконтирующими множителями в целевых функциях.

Литература

1. *Аньшин В. М.* Модели управления портфелем проектов в условиях неопределенности / В. М. Аньшин, И. В. Демкин, И. М. Никонов, И. Н. Царьков. М.: МАТИ, 2008. 194 с.
2. *Виленский П. Л., Лившиц В. Н., Смоляк С. А.* Оценка эффективности инвестиционных проектов: теория и практика. М.: Дело, 2008.
3. *Глазунов В. Н.* Финансы фирмы. М.: Экономика, 2000. 246 с.
4. *Дмитриева Н. А.* Оценка многовалютных инвестиционных проектов: применение традиционных и нетрадиционных методов оценки // Труды ИСА РАН. Т. 49. 2009. С. 56–67.
5. *Ковалев В. В.* Финансовый анализ: методы и процедуры. М.: Финансы и статистика, 2002. 559 с.
6. *Круковский А. А.* Альтернативные методы обоснования инвестиций в условиях неопределенности // Труды ИСА РАН. Т. 47. 2009. С. 170–185.
7. Линейная динамика / Программа для ЭВМ**.** Свидетельство о регистрации в Роспатенте № 2004611491 от 17.06.2004. Правообладатели А. В. Медведев, П. Н. Победаш.

8. *Медведев А. В.*, *Победаш П. Н.*, *Семенкин Е. С.* Математическая модель глобального социально-экономического развития // Вестник Сибирского государственного аэрокосмического университета имени академика М. Ф. Решетнева. Вып. 5 (31). 2010. С. 137–142.
9. *Медведев А. В.* Применение z-преобразования к исследованию многокритериальных линейных моделей регионального экономического развития / Сиб. гос. аэрокосмич. ун-т. Красноярск, 2008. 228 с.
10. *Медведев А. В.*, *Победаш П. Н.* Теоретический анализ задачи оптимального планирования инновационных проектов. // Вестник университетского комплекса. Вып. 6(20), Красноярск: НИИ СУВПТ, 2005. С. 96–104.
11. *Медведев А. В.*, *Победаш П. Н.* Численный анализ задачи оптимального планирования инновационных проектов. Вестник университетского комплекса // Вып. 6(20), Красноярск: НИИ СУВПТ, 2005. С. 105–110.
12. *Победаш П. Н.* Анализ модели оптимального управления реальными инвестициями на основе операционного подхода // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического ун-та. Серия «Информатика. Телекоммуникации. Управление». № 6 (91). 2009. С. 75–81.
13. *Победаш П. Н.* Анализ модели инновационного развития производственного предприятия на основе операционного подхода // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического ун-та. Серия «Информатика. Телекоммуникации. Управление». № 5 (108). 2010. С. 71–74.
14. *Пропой А. И.* Элементы теории оптимальных дискретных процессов. М.: Наука, 1973. 256 с.
15. *Хелферт Э.* Техника финансового анализа. СПб.: Питер, 2003. 640 с.

Победаш Павел Николаевич. Канд. физ.-мат. наук, докторант кафедры системного анализа Сибирского государственного аэрокосмического университета имени академика М. Ф. Решетнева, г. Красноярск. Окончил Кемеровский государственный университет в 1991 г. Кол-во печатных работ: 58. Область научных интересов: теория оптимального управления, математическая экономика, инвестиционный анализ. E-mail: pobed_pnp@mail.ru