Дискуссии

Неизвестные законы и процессы в гравитационных и электромагнитных полях*

Э. Р. Смольяков

Аннотация. Кратко излагаются дополненные основы нового научного направления — экстремальной теории размерностей (разработанной автором в 2008–2011 гг.), позволившей, не опираясь ни на какие эмпирические знания, чисто математически, вывести и существенно обобщить почти все известные на сегодня уравнения движения в гравитационных и электромагнитных полях и найти формулу, определяющую все фундаментальные размерные физические постоянные нашего мира, а также обнаружить пока еще не известные закономерности и уравнения, дополненные в данной работе некоторыми новыми результатами в отношении механики, электродинамики и общих основ физики, касающихся времени и пространства.

Ключевые слова: *экстремальная теория размерностей, уточненные уравнения динамических процессов.*

Введение

Созданная автором в 2008–2011 гг. экстремальная теория размерностей [1–8], необозримо расширив крайне ограниченные возможности классической теории размерностей [9], позволила за последние три года, не опираясь ни на какие законы природы или эмпирические результаты, чисто математически, получить почти все известные уравнения физики, механики и электромагнетизма, а также соответствующие им законы природы. Это служит серьезным основанием полагать, что и предсказываемые ею неизвестные на сегодня новые теоретические результаты представляют собой математические модели пока еще не открытых физических процессов.

До сих пор любые формулы и уравнения искались, опираясь на уже известные законы физики и на интуицию ученого, что по существу исключало возможность получения радикально новых научных результатов, ни коим образом не следующих из уже известных. Предлагаемая же теория предоставила возможность находить даже то, о чем заранее принципиально невозможно было бы догадаться.

Все уравнения работ [10–17], найденные в свое время традиционными научными методами, удалось вывести также и с помощью этой теории. В данной работе излагаются некоторые дополнения самой этой теории и полученные с ее помощью новые результаты в области механики и электродинамики (подлежащие проверке в будущем), в частности, касающиеся некоторых математически прогнозируемых и кажущихся странными свойств времени и пространства.

1. Базовые теоремы экстремальной теории размерностей

Допущения 1. Пусть выбрана некоторая система единиц с основными единицами $B_1, \dots, B_n$ (например, $B_1 = L$ — единица длины, $B_2 = M$ — единица массы и $B_3 = T$ — единица времени в гауссовой системе единиц (СГС): сантиметр, грамм, секунда) и заданы k известных экстремальных базовых

* Работа поддержана Программой фундаментальных исследований ОНИТС РАН «Интеллектуальные информационные технологии, системный анализ и автоматизация».

постоянных $A_1, \ldots, A_k$ (например, заряд электрона $A_1 = e$, скорость света $A_2 = c$ и гравитационная постоянная $A_3 = G$) и $(m-k)$ произвольно выбранных размерных параметров $A_{k+1}, \ldots, A_m$, имеющих размерности $[A_i] = [B_1]^{\alpha_{i1}}, \ldots, [B_n]^{\alpha_{in}}$, $i = 1, \ldots, m$. И пусть ищется представление через параметры A_i произвольного параметра X, имеющего размерность $[X] = [B_1]^{\beta_1}, \ldots, [B_n]^{\beta_n}$, которое запишем в виде, более удобном для наших дальнейших ссылок на него:

$$R \stackrel{\triangle}{=} X - CA_1^{\alpha_1} \ldots A_m^{\alpha_m} = 0, \tag{1}$$

где C — произвольная безразмерная величина. Это равенство в аргументах размерностей принимает вид

$$[X] = [B_1]^{\beta_1} \ldots [B_n]^{\beta_n} =$$
$$= \left([B_1]^{\alpha_{11}} \ldots [B_n]^{\alpha_{1n}}\right)^{\alpha_1} \ldots \left([B_1^{\alpha_{m1}}] \ldots [B_n]^{\alpha_{mn}}\right)^{\alpha_m}.$$

Приравнивание размерностей с обеих сторон этого равенства приводит к линейной системе n уравнений с m неизвестными α_i:

$$\beta_j = \sum_{i=1}^{m} \alpha_{ij}\alpha_i, \quad j = 1, \ldots, n. \tag{2}$$

Если эта система несовместна, то это означает, что параметры A_i выбраны неудачно и их следует заменить. Если же система совместна, то, в зависимости от ранга n_0 матрицы $\{\alpha_{ij}\}$, она позволяет выразить n_0 параметров α_i $(n_0 \leqslant n)$ через остальные $(m - n_0)$, т. е.

$$\alpha_1(\alpha_{n_0+1}, \ldots, \alpha_m), \ \ldots, \ \alpha_{n_0}(\alpha_{n_0+1}, \ldots, \alpha_m).$$

Заметим, что любые из приведенных параметров могут являться функциями времени.

Будем говорить, что найдено общее представление решения, если получена некоторая функциональная зависимость $X(C, A_1, \ldots, A_m)$.

Теорема 1. *В случае удовлетворения вышеприведенных допущений поставленная задача представления параметра X через параметры A_i, $i = 1, \ldots, m$, позволяет найти $(m - n_0)$ экстремальных формул, связывающих между собой параметры A_i, с помощью «особых» экстремалей из условий $\partial \lg X/\partial\alpha_j = 0$, $j = n_0+1, \ldots, m$, а также n_0 экстремальных формул, выражающих n_0 основных единиц через параметры A_i, $i = 1, \ldots, m$, из условий $\partial \lg R/\partial\alpha_j = 0$, в которые вместо X по очереди подставляются параметры B_j, $j = 1, \ldots, n_0$.*

Теорема 2. *Пусть при произвольно выбранном наборе m параметров и переменных A_i, $i = 1, \ldots, m$, в рамках любой выбранной системы основных единиц размерностей, найдены все N $(N < m)$ возможных особых экстремалей $R_i = 0$, $i = 1, \ldots, N$, и пусть с учетом этих экстремалей получено общее представление решения X. Тогда если оно при некотором $C \neq 0$ совместимо одновременно со всеми экстремалями, то существует общая огибающая параметрического семейства (1) и это решение считается вполне определенным (особенно если удается найти также и значение безразмерного параметра C). Если же общее решение X оказывается не совместимым одновременно со всеми экстремалями, то это означает, что оно состоит из суммы аддитивных членов, каждый из которых может быть найден из условия совместимости этого решения с разными экстремалями (или даже с группами экстремалей), причем в этом случае безразмерная константа перед каждым из этих членов не обязательно должна быть одной и той же; или же, — что оно может определять множество независимых решений совершенно разных задач, порождаемых разными группами найденных экстремалей.*

Теорема 3. *На основе одного и того же разложения (1) и найденных на его основе экстремалей можно находить решения одновременно многих задач, совершенно не связанных друг с другом.*

Доказательство. Пусть разложение (1) составлено с целью получить решение некоторой задачи и пусть общий вид разыскиваемого решения найден. Для поиска же решений других задач, не включающих новых параметров, не использованных в разложении (1), можно воспользоваться уже найденными экстремалями и полученным общим видом решения исходной задачи. Действительно, любую из экстремалей, содержащую величину (параметр, функцию), которую мы рассматриваем как желаемое решение новой задачи, следует разрешить относительно этой величины и принять эту формулу (с некоторой новой константой C) за общий вид разыскиваемого решения, а экстремалями для этой новой задачи будут служить остальные экстремали исходной задачи и формула (без константы C), определявшая общий вид решения первоначальной задачи. □

Следствие 1. Если некоторый параметр выражается через экстремальные базовые параметры некоторой формулой, то этот параметр также является экстремальным базовым, причем существует множество и других, принципиально различных формул его представления через экстремальные базовые параметры. И все эти формулы определяют одно и то же численное значение для этого параметра, что принципиально отличает его от неэкстремального параметра.

Следствие 2. Если какая-либо формула содержит более одного неэкстремального параметра (как, например, в формуле $\hbar = (1/\alpha)\hat{h}$, где только постоянная $\hat{h} = e^2/c$ удовлетворяет теореме 1 и является поэтому в указанном выше смысле фундаментальной постоянной, в то время как постоянная Планка $\hbar$ и постоянная тонкой структуры α [1, 2, 4, 16] в этом смысле таковыми не являются), то подобную формулу следует считать неэкстремальной. Неэкстремальные параметры выражаются через заданные параметры, как правило, единственной формулой; и в этом их существенное отличие от экстремальных (т. е. истинно фундаментальных) констант, к которым, к примеру, относятся (e, c, G).

Следствие 3. Экстремальной теории размерностей присуща специфическая весьма приятная универсальность, заключающаяся в том, что, определив все экстремали для разложения (1), построенного с целью поиска «общего решения» некоторой вполне конкретной задачи, мы получаем (согласно теореме 3) в свое распоряжение специфические фундаментальные базовые результаты — множество экстремальных уравнений, из которых можно сформировывать «общие решения» многих других задач. В самом деле, для решения задач, отличных от задачи (1), но зависящих от части или от всех параметров, входящих в равенство (1), не имеется необходимости заново формулировать определяющие эти задачи разложения типа (1) и искать для них экстремали, а требуется лишь благоразумно (в соответствии с теоремой 3) использовать уже найденные для разложения (1) экстремали, учитывая, что любое экстремальное уравнение определяет зависимость между входящими в него фундаментальными (экстремальными) физическими постоянными или задает закон сохранения, присущий разыскиваемой динамической системе, зависящей от входящих в это уравнение параметров, или же определяет какой-либо из возможных видов представления «общего решения». Чтобы построить общее решение другой задачи, используя найденные экстремали некоей ранее изученной задачи, необходимо любое из экстремальных уравнений, включающее в себя параметр, который мы предполагаем рассматривать в качестве «общего решения» интересующей нас другой задачи, разрешить относительно этого параметра и ввести в это экстремальное уравнение произвольный безразмерный параметр C, положив, однако, этот параметр равным единице в «общем решении» исходной задачи, что превращает прежнее общее решение в экстремальное уравнение в новой задаче. Можно однажды найти все экстремали для очень большого числа возможных параметров и использовать этот базовый набор экстремалей как справочное пособие для поиска решений по существу любых задач. В большинстве случаев все решения задачи (1) можно найти, рассмотрев всего лишь один произвольно взятый случай из множества случаев максимального ранга в (2) (равного $n_0 = n$). Если же возникло сомнение в полноте полученных результатов, то можно, конечно, обратиться к изучению и других случаев максимального ранга в (2), число которых не превышает, очевидно, числа сочетаний из m по n, т. е. числа C_m^n, что позволяет найти все возможные решения, отвечающие разложению (1).

Следствие 4. До начала XXI века в физике не было предложено никакого строгого математического определения фундаментальных физических констант. По существу довольствовались интуитивным пониманием фундаментальности, опирающимся на эмпирический опыт. Подобный подход не позволяет предсказать каких-либо новых фундаментальных постоянных, а множество предложенных М. Планком констант носит абсолютно искусственный характер и не может способствовать прогрессу теоретической физики в той мере, в какой этому прогрессу способствовало знание трех фундаментальных констант (e, c, G), определяющих соответственно заряд электрона, скорость света в вакууме и гравитационную постоянную и не выражающихся друг через друга никакими формулами теории размерностей, т. е. по существу являющихся эквивалентными взаимно независимыми. *Скажем, что размерная физическая константа X принадлежит классу «экстремальных фундаментальных физических констант» (и всегда может быть найдена на основе экстремальной теории размерностей), если любая формула ее представления через любые другие константы из этого класса приводит к одному и тому же численному значению для этой константы.* Все экстремальные константы принадлежат к этому классу. Более того, оказалось, что любую экстремальную фундаментальную константу $\hat{X}$ можно выразить следующей простой формулой ((7) из [1]) через указанные выше три фундаментальные константы [1, 2]:

$$\hat{X} = Ce^{(k+l+m)}c^{-(3k+2l)}G^{\frac{1}{2}(k+l-m)},$$

где параметр $\hat{X}$ имеет размерность $[T]^k[L]^l[M]^m$. Следовательно, естественно принять эту тройку констант за основные экстремальные фундаментальные физические постоянные. Благодаря же тому, что их численные значения известны с весьма высокой точностью, эта формула гарантирует, что множество и любых других экстремальных фундаментальных констант $\hat{X}$, определяемых ею, оказывается известным с не меньшей точностью. Что же касается всех предложенных М. Планком постоянных (включая постоянную $\hbar$), то все они не удовлетворяют приведенному выше определению фундаментальности.

2. Новые результаты, интересные для приложений

Использование изложенных выше теорем и следствий из них продемонстрируем на примерах, в которых с их помощью получим неизвестные до сих пор фундаментальные новые теоретические результаты, из которых, в частности, следуют известные классические результаты.

Прежде всего следует отметить, что найденные в [1–5] следующие нелинейные уравнения свободного движения

$$\ddot{x}^{k+1} = \dot{x}^k x^{(k+2)}, \quad k = 1, 2, 3, \dots, \tag{3}$$

и уравнения огибающих этого семейства

$$\dot{x}^{k+1} = x^k x^{(k+1)}, \quad k = 1, 2, 3, \dots, \tag{4}$$

имеют, возможно, помимо экспоненциальных решений и еще какие-нибудь решения.

Однако даже экспоненциальные решения этих уравнений кажутся весьма удивительными, как это видно, например, из уравнений (3), в левой части которых стоят только вторые производные, а в правой — высшие производные. Подобная структура уравнений указывает на то, что при движении по этим уравнениям вторые производные (т. е. инерциальные перегрузки) компенсируются теми или иными высшими производными, а следовательно, объект, удовлетворяющий этим уравнениям, при движении по экспонентам, вероятно, не испытывает инерциальных нагрузок. Кроме того, как показано в [4] и [7], внутреннее время, связанное с объектами, движущимися по траекториям уравнений (3) и (4), по-видимому, останавливается и объекты как бы «замораживаются» во времени во время своего движения.

Интересно еще и то, что уравнения (3) и (4) удовлетворяются не только в вещественном пространстве (t, x_1, x_2, x_3), но и в комплексном пространстве Минковского $X = (ti, x_1, x_2, x_3)$, и в сопряженном к нему пространстве $X^* = (t, x_1 i, x_2 i, x_3 i)$, где i — мнимая единица. Это, вероятно, указывает на возможность беспрепятственного перехода между указанными тремя четырехмерными пространствами. В самом деле, например, для $k = 1$ в (3) и (4) имеем

$$\begin{aligned}
\left(\frac{d^2x}{d(ti)^2}\right)^2 &= \frac{dx}{dti}\frac{d^3x}{d(ti)^3} \Longrightarrow \ddot{x}^2 = \dot{x}x^{(3)},\\
\left(\frac{dx}{dti}\right)^2 &= x\frac{d^2x}{d(ti)^2} \Longrightarrow -\dot{x}^2 = -x\ddot{x};\\
\left(\frac{d^2xi}{dt^2}\right)^2 &= \frac{dxi}{dt}\frac{d^3xi}{dt^3} \Longrightarrow -\ddot{x}^2 = -\dot{x}x^{(3)},\\
\left(\frac{dxi}{dt}\right)^2 &= xi\frac{d^2xi}{dt^2} \Longrightarrow -\dot{x}^2 = -x\ddot{x}.
\end{aligned} \tag{5}$$

Легко убедиться, что и все остальные уравнения (3) и (4) удовлетворяются в указанных пространствах, а следовательно, не исключено, что эти уравнения являются своего рода дверями между этими пространствами.

Если с помощью экстремальной теории размерностей изучается произвольная динамика и в найденном множестве экстремалей оказываются некоторые из уравнений свободного движения (3), (4), то ими недопустимо пренебрегать в тех случаях, когда они оказываются составным элементом хотя бы одной из возможных огибающих каких-либо подмножеств множества всех экстремалей задачи и когда эта огибающая зависит не только от переменных, определяющих свободное движение, но и еще от какого-либо параметра (переменной), что демонстрируется на примерах в [3, 6, 7].

Пример 1. Пусть требуется выяснить функциональный вид правой части дифференциального уравнения, описывающего изменение скорости летательного аппарата в горизонтальном полете с работающим двигателем. Впервые в аэродинамике мы учтем никогда ранее не учитывавшееся изменение ускорения и предположим, что движение аппарата зависит от величины скорости полета v, первых двух производных по времени от этой скорости, плотности атмосферы ρ, силы тяги двигателя F, от массы аппарата m и от площади его крыла S. Отсюда следует, что общий вид дифференциального уравнения, описывающего подобный полет, можно искать в виде

$$m\frac{dv}{dt} \equiv m\dot{v} = f(v, S, m, \rho, F, \ddot{v}). \tag{6}$$

Попытаемся с помощью теорем 1 и 2 найти силы, которые выражает собой функция f в уравнении (6). Воспользуемся разложением вида (1):

$$m\dot{v} \overset{\triangle}{=} f = Cv^k S^l m^n \rho^p F^q \ddot{v}^r. \tag{7}$$

В размерностях системы [СГС] равенство (7) принимает вид

$$\left[\frac{ML}{T^2}\right] = \left[\frac{L}{T}\right]^k [L^2]^l [M]^n \left[\frac{M}{L^3}\right]^p \left[\frac{ML}{T^2}\right]^q \left[\frac{L}{T^3}\right]^r,$$

откуда, приравнивая размерности с обеих сторон, получаем:

$$\begin{aligned}
1 &= n + p + q,\\
1 &= k + 2l - 3p + q + r,\\
2 &= k + 2q + 3r.
\end{aligned}$$

Решая эту систему относительно любых трех неизвестных, находим

$$k = 2 - 2q - 3r, \quad l = \frac{1}{2}(q + 3p - 1) + r, \quad n = 1 - p - q.$$

Подставляя эти степени в (7), имеем

$$m\dot{v} \stackrel{\triangle}{=} f = Cv^{2-2q-3r}S^{\frac{1}{2}(q+3p-1)+r}m^{1-p-q}\rho^p F^q \ddot{v}^r.$$

Логарифмируя это выражение и приравнивая нулю частные производные от $\lg f$ по p, q и r, приходим к следующим экстремальным соотношениям:

$$\rho = \frac{m}{S^{\frac{3}{2}}}, \quad F = \frac{mv^2}{\sqrt{S}}, \quad \ddot{v} = v^3, \tag{8}$$

с учетом которых приходим к следующему общему выражению для всех возможных (в рамках разложения (6)) сил [3]:

$$f = C\frac{mv^2}{\sqrt{S}}. \tag{9}$$

Согласно теореме 2 в динамической системе (6) могут действовать не более трех следующих сил, отвечающих трем независимым экстремальным уравнениям (8):

$$\begin{aligned} f_1 &= C_1 F, \\ f_2 &= C_2 S\rho v^2, \\ f_3 &= C_3 m\ddot{v}^{(2/3)}S^{(1/6)}, \end{aligned} \tag{10}$$

так что правая часть дифференциального уравнения (6) принимает вид

$$m\dot{v} = C_1 F + C_2 S\rho v^2 + C_3 m\ddot{v}^{(2/3)}S^{(1/6)}, \tag{11}$$

где

$$C_1 = \cos\alpha, \quad C_2 = -\frac{c_x(\alpha)}{2},$$

α — угол атаки, c_x — коэффициент лобового сопротивления [3], а C_3 — неизвестный безразмерный коэффициент, который можно найти в результате продувок в аэродинамической трубе модели любого самолета в условиях обтекания его потоком с произвольно заданным изменением ускорения этого потока. Очевидно, при $C_3 = 0$, т. е. при игнорировании силы f_3, уравнение (11) превращается в классическое уравнение горизонтального полета самолета в атмосфере.

Заметим, что предлагаемая теория позволила найти не только уже известные силы f_1 и f_2, но и неизвестную силу f_3, догадаться о существовании которой из интуитивных соображений едва ли было возможно. При движении с изменяемым ускорением сила f_3 может, вероятно, давать некоторый вклад (желательный или нежелательный) в динамику полета летательных аппаратов, что еще предстоит исследовать на практике.

Пример 2. Предположим, что в некотором процессе магнитное поле изменяется экспоненциально и в этом поле находятся электро- и магнитопроводящие тела (в частности, человек), которые оказываются частью подобного процесса. Как доказано в [3, 7], ход времени в экспоненциально изменяющемся поле останавливается, причем все живые существа, как существенно электро- и магнитопроводящие тела, оказываются частью подобного процесса, а следовательно, должно происходить «замораживание» их во времени на время, зависящее от постоянной времени этой экспоненты. Продемонстрируем это. Рассмотрим частное разложение

$$t = CG^k\varepsilon_0^l\mu_0^m[E(t)]^n[H(t)]^p,$$

где ε_0 и μ_0 — соответственно электрическая и магнитная постоянные в Международной системе единиц СИ, а $E(t)$ и $H(t)$ — напряженности электрического и магнитного полей соответственно. Легко находим общий вид решения для времени и соответствующую ему экстремаль:

$$t = \frac{CE(t)}{[H(t)]^2G^{1/2}\mu_0^{3/2}}, \quad H(t) = E(t)\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}, \tag{12}$$

а также огибающую семейства, представляющую собой следующее совместное решение уравнений (12)

$$t = \frac{C}{H(t)\mu_0\sqrt{\varepsilon_0 G}}, \tag{13}$$

показывающую, что ход времени изменяется с изменением напряженности магнитного поля, что подмечено в многочисленных наблюдениях и экспериментах [19]. Пусть в рассматриваемом процессе магнитное поле изменяется экспоненциально по закону $H = K_1e^{C_1t}$, где $K_1 > 0$, $C_1 < 0$, так что уравнение (13) можно представить в виде

$$y_1 \stackrel{\triangle}{=} t = \frac{C}{\mu_0\sqrt{\varepsilon_0 G}K_1}e^{-C_1t} \stackrel{\triangle}{=} \overline{C}e^{-C_1t} \stackrel{\triangle}{=} y_2, \tag{14}$$

где

$$\overline{C} \stackrel{\triangle}{=} \frac{C}{\mu_0\sqrt{\varepsilon_0 G}K_1} = \text{const} > 0, \quad C_1 < 0.$$

Войдя в такое поле в момент t_0, можно, вероятно, выйти из него только в некоторый момент t_1 $(t_1 > t_0)$ в будущем, оказавшись по существу «замороженным» во времени на время $|t_1 - t_0|$, где моменты t_0 и t_1 — это корни уравнения (14). А если магнитное поле экспоненциально увеличивается (т. е. $C_1 > 0$), то в таком поле тоже можно «заморозиться» на время $|t_1 - t_0|$ и выйти из него в момент $t_1 < t_0$, но уже в прошлом.

Заметим, что формулы (12), полученные для разложения t, определяют также некоторые параметры подобия

$$C = tH^2\frac{\sqrt{G\mu_0^3}}{E} \quad \text{и} \quad C_2 = \frac{E}{H}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}$$

в соответствующих динамических системах и зависимости (при $C = C_2 = 1$) между экстремальными фундаментальными физическими константами $\hat{T}, \hat{H}, \hat{E}, G, \mu_0, \varepsilon_0$ в системе СИ.

Покажем, что явление «замораживания» во времени не имеется оснований исключить даже в плоскопараллельном гравитационном поле (g), если принять во внимание следующий пример. Разложение

$$t = C\ddot{x}^k \dot{x}^l g^m x^n$$

после сравнения степеней можно привести, например, к виду

$$t = C\ddot{x}^{-\frac{1}{2}(1+l+2m)} \dot{x}^l g^m x^{\frac{1}{2}(1-l)}.$$

Частные производные от этого последнего по m и l дают две экстремали $\ddot{x} = g$ и $\dot{x} = \sqrt{x\ddot{x}}$, подстановка которых в последнее разложение дает общий вид решения для времени $t = C\sqrt{x/\ddot{x}}$. Поскольку найденная пара экстремалей не имеет общего решения, то, следовательно, решение для времени может (согласно теореме 2) состоять из двух компонент, одну из которых находим, подставляя из первой экстремали значение $\ddot{x} = g$ в общее решение для времени, что дает $x = gt^2/C^2$, а подстановка этого значения x обратно в ту же экстремаль приводит к формулам $C = \sqrt{2}$ и $t = \sqrt{2x/g}$, причем подстановка в последнюю из них решения $x = gt^2/C^2$ первой экстремали обращает эту формулу в тождество $t = t$, показывающее, что при движении по траектории первой экстремали время «течет» монотонно. Вторую компоненту времени ищем аналогично. Подстановка решения $x = K_1 e^{C_1 t}$ второй экстремали $\dot{x} = \sqrt{x\ddot{x}}$ в общее решение

$$t = C\sqrt{\frac{x}{\ddot{x}}} = C\sqrt{\frac{K_1 e^{C_1 t}}{K_1 C_1^2 e^{C_1 t}}} = \frac{C}{C_1} = \mathrm{const}$$

указывает на возможность существования второй, неизменяемой компоненты времени $t = \mathrm{const}$, во власти которой можно оказаться на время порядка C/C_1. Поскольку считать вторую экстремаль лишней в рассмотренной задаче движения в плоскопараллельном поле не имеется серьезных оснований (кроме нашего ограниченного повседневного опыта), то отбросить это экзотическое решение как невозможное было бы, мягко говоря, недальновидным.

Пример 3. В [18] с помощью экстремальной теории размерностей было исследовано движение масс и электрических зарядов в центральных (гравитационном и электромагнитном) полях, выявлены некоторые неизвестные связи между динамикой в гравитационных полях и электродинамикой и найдены новые уравнения, которые, по-видимому, едва ли можно было бы когда-либо найти традиционными методами физики и механики. В частности, в этой работе были получены следующие скалярные классические и неизвестные уравнения движения:

$$r^2 \ddot{r} = GM_0, \tag{15}$$

$$GM_0 \ddot{r} = \dot{r}^4; \tag{16}$$

$$r^2 \ddot{r} = Q\sqrt{G}, \tag{17}$$

$$Q\sqrt{G}\ddot{r} = \dot{r}^4, \tag{18}$$

где $r(t)$ — изменение модуля радиус-вектора $\vec{r}(t)$ некоторой электрически заряженной «пробной» массы или «пробного» электрического заряда соответственно в центральном поле массы M_0 или электрического заряда Q.

Неизвестное современной науке уравнение (16) (а также уравнение (18)), найденное и изученное в [1, 3, 5, 6], определяет совершенно новый неизвестный тип движения в гравитационных полях и содержит в себе в качестве частного случая параметрическое семейство параболических орбит, каждая из которых частично находится в нашем пространстве, а частично — в двойственном к нему пространстве X^*, введенном в рассмотрение и изученном в [10–13]. Заметим, что если $GM_0 = Q\sqrt{G}$, то в гравитационном поле тела M_0 и в электрическом поле заряда Q реализуются тождественные семейства орбит, включая орбиты с выходом в двойственное пространство X^*.

Основываясь на скалярных уравнениях движения в гравитационных и электромагнитных полях, (6)–(9), найдем соответствующие им векторные уравнения. Заметим, что если скалярное уравнение (15) умножить на единичный вектор $\vec{r}/r$, то в предположении, что в рассматриваемой динамической системе отсутствуют силы, ортогональные к радиус-вектору $\vec{r}$ (что на самом деле неявно и принимается в классической небесной механике [15]), и принимая во внимание операторное тождество (где оператором служит вторая производная по времени d^2/dt^2)

$$\ddot{\vec{r}} \equiv \left(r\frac{\vec{r}}{r}\right)'' \equiv \ddot{r}\,\frac{\vec{r}}{r} + r\left(\frac{\vec{r}}{r}\right)'', \tag{19}$$

первый член в правой части которого определяет ускорение вдоль радиуса, а второй — ускорение, ортогональное радиусу и (по определению) равное нулю в данном случае, получаем (в силу уравнения (15)) следующее дифференциальное уравнение:

$$r^2\ddot{\vec{r}} \equiv r^2\ddot{r}\frac{\vec{r}}{r} = GM_0\frac{\vec{r}}{r}, \tag{20}$$

представляющее собой классическое векторное дифференциальное уравнение Ньютона в центральном гравитационном поле [15]. По аналогии естественно полагать, что и в отношении уравнения (16) допустимы те же операции, которые позволили из скалярного уравнения (15) вывести векторное уравнение (20). В результате находим следующее неизвестное до сих пор векторное уравнение движения в гравитационном поле:

$$GM_0 r\ddot{\vec{r}} = \dot{r}^4\vec{r}. \tag{21}$$

На основе скалярных уравнений (17) и (18) аналогичным образом находятся векторные уравнения движения в центральном электростатическом поле:

$$r^2\ddot{\vec{r}} \equiv r^2\ddot{r}\frac{\vec{r}}{r} = Q\sqrt{G}\frac{\vec{r}}{r}, \tag{22}$$

$$Q\sqrt{G}r\ddot{\vec{r}} = \dot{r}^4\vec{r}. \tag{23}$$

Поскольку известно [15, с. 423–511], что почти все качественные особенности решений классического векторного уравнения движения (20) удается выявить из решений всего лишь одномерного скалярного уравнения движения вдоль радиуса (15), то, возможно, что основные качественные результаты, которые можно получить, решая векторное уравнение (21), тоже можно получить из решения [3, 6, 7] скалярного уравнения (16). Однако поиск всех решений векторного уравнения (21) конечно же необходим. Понятно, что уравнения (22), (23) имеют те же решения, что и уравнения (20), (21).

Пример 4. Можно задаться вопросом: экстремальными уравнениями для каких вариационных задач являются уравнения свободного движения (3) и (4)? Пусть, например, задано уравнение

$$\dot{x}^2 = x\ddot{x} \tag{24}$$

и желательно найти, каков тот функционал

$$J = \int_{t_0}^{t} f(x, \dot{x})\, dt, \tag{25}$$

для которого уравнение (24) оказывается уравнением Эйлера

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial f}{\partial \dot{x}}\right), \tag{26}$$

т. е. уравнением, доставляющим решение вариационной задачи минимизации (или максимизации) функционала (25).

Естественно предположить, что разыскиваемая функция $f(x, \dot{x})$ такова, что

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \dot{x}^2. \tag{27}$$

Интегрируя это уравнение, находим

$$f = x\dot{x}^2 + \varphi(\dot{x}). \tag{28}$$

Подставляя это выражение в правую часть уравнения (26) и сравнивая уравнения (24), (26) и (27), получаем

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \dot{x}^2 = \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial f}{\partial \dot{x}}\right) = \frac{d}{dt}\left(2x\dot{x} + \frac{\partial \varphi}{\partial \dot{x}}\right) = \\ = 2\dot{x}^2 + 2x\ddot{x} + \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \varphi}{\partial \dot{x}}\right) = x\ddot{x}. \tag{29}$$

Приводя уравнение (29) к виду

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \varphi}{\partial \dot{x}}\right) = -(2\dot{x}^2 + x\ddot{x}) \tag{30}$$

и интегрируя последнее, имеем

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \dot{x}} = -\int_{t_0}^{t}(2\dot{x}^2 + x\ddot{x})\, dt + C_1, \tag{31}$$

где $C_1 = \text{const}$. Интегрируя (31) с учетом того, что $\varphi = \varphi(\dot{x})$, получаем функцию

$$\varphi = -\dot{x}\left[\int_{t_0}^{t}(2\dot{x}^2 + x\ddot{x})\, dt + c_1\right] + c_2, \tag{32}$$

где $C_2 = \text{const}$. Отсюда находим подынтегральную функцию f интеграла (25), для которого уравнение (24) оказывается уравнением Эйлера:

$$f = x\dot{x}^2 - \dot{x}\left[\int_{t_0}^{t}(2\dot{x}^2 + x\ddot{x})\, dt + c_1\right] + c_2. \tag{33}$$

Отсюда замечаем, что подынтегральные функции f оптимизируемых функционалов J, для которых уравнения свободного движения (3) и (4) оказываются экстремалями, весьма сложны, на что указывает функция (33), отвечающая наиболее простому уравнению из семейства всех уравнений свободного движения. При этом и физический смысл функции (33) на современном уровне развития физики представляется совершенно непонятным.

Таким образом, в общем случае экстремальная теория размерностей позволяет в любой области естественных наук найти почти все (как уже известные, так и еще неизвестные) формулы, дифференциальные уравнения и законы, управляющие процессами, в любом приближении, зависящем только от числа учитываемых в анализе параметров и переменных.

3. Энергетически наиболее выгодное и наиболее быстрое перемещение в пространстве

Пример 5. Докажем, что энергетически наиболее эффективные переходы в пространстве $X = (t, \vec{r})$

представляют собой ломаную линию из ортогональных отрезков прямых (это свойство экстремалей было строго математически доказано в [12] только для пространства $X^* \triangleq (ct, i\vec{r})$, двойственного к пространству X). В связи с этим интересно следующее утверждение А. И. Вейника, высказанное им в тезисах его неопубликованного доклада в МАИ в 1976 г. и косвенно подмеченное в [20]: «Высокоскоростной полет в среде практически осуществим только по ломаной линии, составленной из отрезков прямых. В противном случае потребуется предварительная вакуумная подготовка слишком больших объемов среды, что связано с многократным перерасходом энергии».

Поставленная задача может быть решена двумя принципиально разными подходами — с помощью экстремальной теории размерностей (аналогично тому, как это продемонстрировано на примере поиска общего электродинамического уравнения в [18]) и на основе поиска экстремума в пространстве X «интеграла действия» (в терминологии классической лагранжевой механики). Поскольку последний подход менее трудоемок, то мы им в данном случае и воспользуемся, занявшись поиском экстремума следующего функционала

$$J = \int_{t_0}^{t_1} dt \int_V \left[\rho_m c^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} + \rho\varphi - \right.$$
$$\left. - \frac{\rho}{c}(\vec{A}_r \vec{v}) - \frac{1}{8\pi}(E^2 - H^2)\right] dx, \qquad (34)$$

где t_0 — момент начала движения электрически заряженных масс, а t_1 — момент окончания движения; V — это величина геометрического объема в координатном пространстве (x_1, x_2, x_3); ρ_m и ρ — соответственно распределенная масса и распределенный электрический заряд в V; c — скорость света в вакууме; v — модуль величины скорости в координатном пространстве (x_1, x_2, x_3); (φ) — скалярный потенциал как функция фазовых координат (x_1, x_2, x_3) и времени t, а $\vec{A}_r = (A_1, A_2, A_3)$ — векторный потенциал электромагнитного поля (того же класса, что и скалярный), порождаемый в любой точке (t, x_1, x_2, x_3) распределенными в объеме V зарядами и электромагнитным полем, существующим не обязательно зависимо от этих зарядов.

Пусть, далее,

$$\vec{E} \triangleq -\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \nabla\varphi, \quad \vec{H} \triangleq rot\vec{A}$$

— обозначения принятых в электродинамике понятий, называемых соответственно напряженностью электрического и магнитного полей. Постоянные коэффициенты в (34) являются следствием выбора гауссовой системы единиц.

Сформулируем вариационную задачу в пространстве X как задачу оптимального управления, в которой управляющими переменными являются вектор-скорости $\vec{v}$ и частные производные от скалярного и векторного потенциала электромагнитного поля, что достигается введением следующих связей, ни в какой мере не ограничивающих вариационную задачу с оптимизируемым функционалом (34):

$$\dot{\vec{x}} = \vec{v}(t), \quad \vec{x}(t_0) = \vec{x}^{\,0}), \quad |\vec{v}(t)| \leqslant c; \qquad (35)$$

$$\begin{gathered} \frac{d\varphi}{dt} = \sum_{k=1}^{3} w_k v_k + w_0, \quad \varphi(t_0) = \varphi^0, \\ \frac{dA_i}{dt} = \sum_{k=1}^{3} u_{ik} v_k + u_{i0}, \\ A_i(t_0) = A_i^0, \quad i = 1, 2, 3, \end{gathered} \qquad (36)$$

где переменные

$$w_0 \triangleq \frac{\partial\varphi}{\partial t}, \quad w_k \triangleq \frac{\partial\varphi}{\partial x_k},$$
$$u_{i0} \triangleq \frac{\partial A_i}{\partial t}, \quad u_{ik} \triangleq \frac{\partial A_i}{\partial x_k}, \quad i, k = 1, 2, 3,$$

играют роль управляющих переменных, однозначно определяющих скалярный и векторный потенциалы, а сами компоненты четырехмерного потенциала $(\varphi, \vec{A}_r)$ (как и компоненты вектора состояния $\vec{r}$) при этом оказываются фазовыми переменными в формулируемой вариационной задаче.

На частные производные от электромагнитного потенциала наложим следующие ограничения, естественные для случая, когда электрическими и магнитными полями можно управлять посредством изменения частных производных от них:

$$\begin{gathered} u_{i0}^0 \leqslant u_{i0} \triangleq \frac{\partial A_i}{\partial t} \leqslant u_{i0}^1, \\ u_{ik}^0 \leqslant u_{ik} \triangleq \frac{\partial A_i}{\partial x_k} \leqslant u_{ik}^1, \\ w_k^0 \leqslant w_k \triangleq \frac{\partial\varphi}{\partial x_k} \leqslant w_k^1, \quad i, k = 1, 2, 3. \end{gathered} \qquad (37)$$

Найдем решение вариационной задачи (34)–(37), определяющей управляемое движение электрически заряженных масс в электромагнитных полях, и покажем, что это решение указывает на существование в X интегралов движения, имеющих место, когда некоторые из ограничений (37) не достигаются (т. е. когда имеется возможность применять такие управляющие воздействия, которые необходимы для реализации этих интегралов) и которые определяют совершенно непривычные траектории движения, энергетически наиболее выгодные в пространстве Минковского X. Решение получим, воспользовавшись теоремой 5.1.1 или теоремой 5.3.1 из [21, с. 202–203, 232–233].

Допущения 2. Пусть $\vec{r}(t)$ — абсолютно непрерывная трехмерная вектор-функция фазовых координат (x_1, x_2, x_3), удовлетворяющая уравнению (35), а $(\varphi, \vec{A}_{\vec{r}})$ — четырехмерная абсолютно непрерывная вектор-функция фазовых координат (φ, A_1, A_2, A_3), удовлетворяющая уравнениям (36), и пусть $\vec{v}(t)$ — почти всюду на (t_0, t_1) измеримая по Лебегу трехмерная вектор-функция управления, а

$$\vec{u}_i = (u_{i0}, u_{i1}, u_{i2}, u_{i3}) \quad \text{и} \quad \vec{w} = (w_0, w_1, w_2, w_3)$$

— измеримые по Лебегу управляющие четырехмерные вектор-функции управления; и, наконец, пусть подынтегральная функция

$$f_0\big(\vec{r}, \varphi, \vec{A}_{\vec{r}}, \vec{v}, \vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3, \vec{w}, t\big)$$

функционала (34) непрерывна, непрерывно дифференцируема и ее модуль мажорируется на (t_0, t_1) функцией $s(t)(|\vec{y}|+1)$, где $\vec{y} \overset{\triangle}{=} (\vec{r}, \varphi, \vec{A}_{\vec{r}})$, а $s(t)$ — некоторая неотрицательная интегрируемая функция.

Теорема 4. *При удовлетворении допущений 2 оптимальное управляемое движение распределенных заряженных масс подчиняется дифференциальному уравнению*

$$\begin{aligned}\dot{\vec{p}} = {} & \vec{E}\rho + [\vec{v}\times\vec{H}]\,\frac{\rho}{c} - \left[\varphi - \frac{(\vec{A}_r\vec{v})}{c}\right]\nabla\rho - \\ & - \frac{d\rho_m}{dt}\frac{\vec{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - c^2\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}\,\nabla\rho_m - \\ & - \frac{\vec{A}_r}{c}\left(\frac{\partial\rho}{\partial t} + (\vec{v}\,\nabla\rho)\right) + \\ & + \left(-\frac{d\vec{w}}{dt}\int_t^{t_1}\rho\,d\tau - \vec{w}\rho + \sum_{i=1}^{3}\frac{\rho}{c}\vec{u}_i v_i + \right. \\ & \left. + \sum_{i=1}^{3}\frac{d\vec{u}_i}{dt}\int_t^{t_1}\frac{\rho}{c}v_i\,d\tau\right),\end{aligned} \tag{38}$$

причем в случае недостижения ограничений (37) в отношении управляющих переменных u_{i0}, и w_i, $i=1,2,3$, задача допускает следующие интегралы движения:

$$\int_t^{t_1}\rho\vec{v}\,d\tau = -\vec{v}\int_t^{t_1}\rho\,d\tau; \tag{39}$$

$$\begin{aligned} v_3\int_t^{t_1}\rho v_2\,d\tau + v_2\int_t^{t_1}\rho v_3\,d\tau = 0,\\ v_2\int_t^{t_1}\rho v_1\,d\tau + v_1\int_t^{t_1}\rho v_2\,d\tau = 0,\\ v_3\int_t^{t_1}\rho v_1\,d\tau + v_1\int_t^{t_1}\rho v_3\,d\tau = 0,\end{aligned} \tag{40}$$

совместное удовлетворение которых приводит к интегралам

$$\begin{aligned} v_1v_2\int_t^{t_1}\rho\,d\tau = 0,\\ v_2v_3\int_t^{t_1}\rho\,d\tau = 0,\\ v_1v_3\int_t^{t_1}\rho\,d\tau = 0,\end{aligned} \tag{41}$$

из которых следует, что в каждый момент t только одна из компонент v_i может не равняться нулю, а следовательно, любая экстремальная траектория представляет собой ломаную линию из ортогональных отрезков прямых, параллельных выбранной системе координат.

Доказательство. Гамильтониан $\hat{H}_J$ в задаче (34)–(37), в которой поля $\vec{E}$ и $\vec{H}$ выражаются через управляющие переменные (36), имеет вид

$$\begin{aligned}\hat{H}_J \overset{\triangle}{=} \int_V & \left\{\rho_m c^2\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2} + \right. \\ & \left. + \rho\varphi - \frac{(\vec{A}_r\vec{v})\rho}{c} - \frac{\vec{E}^2-\vec{H}^2}{8\pi}\right\}dx + \\ & + \vec{\lambda}\vec{v} + \nu_0(\vec{w}\vec{v}+w_0) + \sum_{i=1}^{3}\nu_i\big((\vec{u}_i\vec{v})+u_{i0}\big),\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}\vec{E}^2 = {} & \left(\frac{1}{c}u_{10}+w_1\right)^2 + \left(\frac{1}{c}u_{20}+w_2\right)^2 + \left(\frac{1}{c}u_{30}+w_3\right)^2,\\ \vec{H}^2 = {} & \big(u_{32}^2-2u_{32}u_{23}+u_{23}^2\big) + \\ & + \big(u_{13}^2-2u_{13}u_{31}+u_{31}^2\big) + \big(u_{21}^2-2u_{21}u_{12}+u_{12}^2\big).\end{aligned}$$

Из необходимых условий оптимальности [21, с. 202–203] получаем следующие уравнения:

$$\dot{\vec{\lambda}} = -\frac{\partial\hat{H}_J}{\partial\vec{x}} =$$

$$= -\int\limits_V \left\{ c^2\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}\nabla\rho_m + \rho\nabla\varphi + \varphi\nabla\rho - \right.$$

$$\left. - \left(\vec{A}_r\vec{v}\right)\frac{\nabla\rho}{c} - \left((\vec{v}\,\nabla)\vec{A}_r + \left[\vec{v}\times \operatorname{rot}\vec{A}_r\right]\right)\frac{\rho}{c}\right\} dx;$$

$$\frac{\partial\hat{H}_J}{\partial\vec{v}} = \int\limits_V \left(-\frac{\vec{v}\rho_m}{\sqrt{1-(v/c)^2}} - \frac{\rho}{c}\vec{A}_r\right) dx +$$

$$+ \vec{\lambda} + \nu_0\vec{w} + \sum_{i=1}^{3}\nu_i\vec{u}_i = 0; \tag{42}$$

$$\dot{\nu_0} = -\frac{\partial\hat{H}_J}{\partial\varphi} = -\int\limits_V \rho\, dx, \quad \nu_0(t_1) = 0;$$

$$\dot{\vec{\nu}} = -\frac{\partial\hat{H}_J}{\partial\vec{A}_{\vec{r}}} = \int\limits_V \frac{\rho}{c}\vec{v}\, dx, \quad \vec{\nu}(t_1) = 0. \tag{43}$$

Интегрируя уравнения (43), находим

$$\nu_0(t) = \int\limits_t^{t_1} d\tau \int\limits_V \rho\, dx,$$

$$\vec{\nu}(t) = -\int\limits_t^{t_1} d\tau \int\limits_V \frac{\rho}{c}\vec{v}\, dx. \tag{44}$$

Дифференцируя в системе (42) второе уравнение по времени (с учетом уравнений (43) и (44)) и исключая из него с помощью первого уравнения вектор $\dot{\vec{\lambda}}$, приходим к следующему интегро-дифференциальному уравнению движения в пространстве X в случае управляемых электромагнитных полей:

$$\int\limits_V \dot{\vec{p}}\, dx =$$

$$= \int\limits_V \left\{ \vec{E}\rho + [\vec{v}\times\vec{H}]\,\frac{\rho}{c} - \left[\varphi - \frac{(\vec{A}_r\vec{v})}{c}\right]\nabla\rho\right\} dx -$$

$$- \int\limits_V \left[\frac{d\rho_m}{dt}\frac{\vec{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - c^2\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}\nabla\rho_m\right] dx -$$

$$- \int\limits_V \left[\frac{\vec{A}_r}{c}\left(\frac{\partial\rho}{\partial t} + (\vec{v}\,\nabla\rho)\right)\right] dx +$$

$$+ \int\limits_V \left(-\frac{d\vec{w}}{dt}\int\limits_t^{t_1}\rho\, d\tau - \vec{w}\rho + \right.$$

$$\left. + \sum_{i=1}^{3}\frac{\rho}{c}\vec{u}_i v_i + \sum_{i=1}^{3}\frac{d\vec{u}_i}{dt}\int\limits_t^{t_1}\frac{\rho}{c}v_i\, d\tau\right) dx,$$

из которого следует дифференциальное уравнение (38) почти всюду в объеме V.

В тех случаях, когда ограничения (37) на управляющие переменные u_{k0}, w_k, $k = 1, 2, 3$, не достигаются, необходимые условия экстремума гамильтониана $\hat{H}_J$ (реализующиеся в седловой точке $\hat{H}_J$) сводятся к уравнениям

$$\frac{\partial\hat{H}_J}{\partial u_{k0}} = \nu_k - \frac{1}{4\pi c}\int\limits_V \left(\frac{1}{c}u_{k0} + w_k\right) dx = 0,$$

$$\frac{\partial\hat{H}_J}{\partial w_k} = \nu_0 v_k - \frac{1}{4\pi}\int\limits_V \left(\frac{1}{c}u_{k0} + w_k\right) dx = 0, \quad k = 1, 2, 3,$$

которые можно записать в векторной форме

$$4\pi c\vec{\nu} = -\int\limits_V \vec{E}\, dx, \quad 4\pi\vec{v}\nu_0 = -\int\limits_V \vec{E}\, dx.$$

Отсюда получаем интеграл движения $c\vec{\nu} = \nu_0\vec{v}$, который, с учетом уравнений (44), можно записать также в виде

$$-\int\limits_t^{t_1} d\tau \int\limits_V \rho\vec{v}\, dx = \vec{v}\int\limits_t^{t_1} d\tau \int\limits_V \rho\, dx$$

или (почти всюду в объеме V) — в виде (39).

Другой векторный интеграл можно получить в тех случаях, когда при оптимизации гамильтониана $\hat{H}_J$ не достигаются ограничения (37) на управляющие переменные u_{ik}, $i, k = 1, 2, 3$. Для этого случая необходимые условия оптимальности (реализующиеся в седловой точке $\hat{H}_J$)

$$\frac{\partial\hat{H}_J}{\partial u_{ik}} = 0$$

принимают следующий вид:

$$\int\limits_V (u_{23} - u_{32})\, dx = -4\pi\nu_2 v_3 = 4\pi\nu_3 v_2,$$

$$\int\limits_V (u_{12} - u_{21})\, dx = -4\pi\nu_1 v_2 = 4\pi\nu_2 v_1, \tag{45}$$

$$\int\limits_V (u_{13} - u_{31})\, dx = -4\pi\nu_1 v_3 = 4\pi\nu_3 v_1.$$

Отсюда в силу (44) следует выполнение равенств (40) почти всюду в объеме V. Равенства (41) получаются из (40) в результате использования равенств (39). □

Таким образом, при оптимальном управлении движением электрически заряженных масс, если допустимы достаточно большие значения частных производных от φ и $\vec{A}_{\vec{r}}$, интегралы (39) и (40) реализуются в пространстве X, а уравнения (35), (36), (38)–(41), (44) описывают «электромагнитную трубу», ось которой, согласно уравнениям (41), формируется из прямолинейных отрезков прямых, расположенных под прямым углом друг к другу, причем перемещение по оси этой «электромагнитной трубы» может быть сколь угодно быстрым (в течение нескольких часов до дальних звезд). Этот результат математически подтверждает вышеприведенное предположение А. И. Вейника об оптимальном характере движения в пространстве.

4. Заключительные замечания

Замечание 1. Если справедливость теории кварков подтвердится экспериментально (т. е. подтвердится существование изолированных устойчивых дробных электрических зарядов), то это будет означать существование еще какой-то группы фундаментальных экстремальных базовых постоянных, не входящих в приведенную в Следствии 4 группу констант, порождаемую константами (e, c, G), и потребуется поиск этой новой группы фундаментальных постоянных.

Замечание 2. Международная система единиц СИ в ее современном виде неудобна для изучения электромагнитных систем. Помимо ряда известных ее недостатков, отмеченных в [9], можно указать еще один, выявленный экстремальной теорией размерностей и, возможно, самый существенный. Например, в системе единиц СГС экстремальная фундаментальная постоянная времени $\hat{T}$ может быть выражена множеством экстремальных формул через любые другие экстремальные фундаментальные физические постоянные (выражаемые, в свою очередь, через e, c, G, как это демонстрируется формулами (6) из [1]):

$$\hat{T} = \frac{e\sqrt{G}}{c^3} = \frac{\hat{h}^3\sqrt{G}}{e^5} = \sqrt{\frac{G\hat{h}}{c^5}} = \frac{e}{\hat{I}}, \qquad (46)$$

где $\hat{I} = c^3/\sqrt{G}$ — экстремальная фундаментальная постоянная силы тока в системе СГС, а также сколь угодно большим множеством еще и других формул. Причем все это множество формул представления параметра $\hat{T}$ дает для этого параметра одно и то же численное значение $\hat{T} = 4{,}6046906 \cdot 10^{-45}$ секунд [1, 2]. Однако, если мы вместо $\hat{h}$ подставим в формулы (46) постоянную Планка $\hbar$, то получил для параметра $\hat{T}$ бесконечное множество разных численных значений (причем в одних и тех же единицах измерения — секундах). Заметим еще, что в системе единиц СИ, хотя мы и получаем аналогичную формулам (46) последовательность формул

$$T_{[\text{СИ}]} = \frac{e}{I_{[\text{СИ}]}} = \frac{\mu_0 I_{[\text{СИ}]}}{E_{[\text{СИ}]}} = \frac{e\sqrt{\mu_0 G}}{c^2} = \\ = \ldots 1{,}632198 \cdot 10^{-44} \text{ секунд}, \qquad (47)$$

где $E_{[\text{СИ}]}$ — напряженность электрического поля, $T_{[\text{СИ}]}$, однако, оказалось отличным по своему численному значению от $\hat{T}$, что не может не настораживать и явно требует объяснений. Это различие обусловлено, по-видимому, тем, что константы ε_0 и μ_0 вводятся в систему СИ весьма искусственным образом, причем только их произведение образует экстремальную фундаментальную постоянную $1/c^2 = \varepsilon_0\mu_0$, а порознь они экстремальными фундаментальными не являются. Отсюда следует, что и любые другие постоянные в системе единиц СИ (не выражаемые исключительно через e, c, G) не могут рассматриваться как фундаментальные не только в смысле определения фундаментальности, данного в Следствии 4, но и в любом смысле, поскольку как могут быть константы фундаментальными, если в одних и тех же единицах измерения (как, к примеру, для времени T — в секундах) они принимают разные численные значения! Вернуть всем подобным константам статус фундаментальных очень просто: достаточно положить, например, $\varepsilon_0 = 1$ и $\mu_0 = 1/c^2$. При этом оказывается, что $T_{[\text{СИ}]} = \hat{T}$ и не возникает указанных противоречий между численными значениями фундаментальных констант в обеих системах единиц, характерных для современного состояния системы СИ.

Литература

1. *Смольяков Э. Р.* Особые экстремали в анализе размерностей // ДАН. 2008. Т. 421. № 5. С. 602–606.
2. *Смольяков Э. Р.* Использование особых экстремалей для получения новых уравнений движения и неизвестных констант // Кибернетика и системный анализ. (Киев) 2009. № 4. С. 115–124.
3. *Смольяков Э. Р.* Методы поиска дифференциальных уравнений произвольных динамических процессов // Дифференц. уравнения. 2009. Т. 45. № 12. С. 1704–1715.
4. *Смольяков Э. Р.* Экстремальная теория размерностей и вывод дифференциальных уравнений движения // ДАН. 2009. Т. 429. № 6. С. 750–753.
5. *Смольяков Э. Р.* Особые экстремали в аналитической механике // ДАН. 2010. Т. 435. № 5. С. 601–605.
6. *Смольяков Э. Р.* Методики вывода дифференциальных уравнений на основе экстремальной теории размерностей // Дифференц. уравнения. 2010. Т. 46. № 12. С. 1700–1709.
7. *Смольяков Э. Р.* Поиск неизвестных законов движения на основе экстремальной теории размерностей //

Кибернетика и системный анализ. (Киев) 2011. № 5. С. 83–93.

8. *Смольяков Э. Р.* Принцип экстремальности в теории размерностей и новые фундаментальные физические постоянные // Динамика неоднородных систем. Труды Института системного анализа РАН. 2008. Т. 33. Вып. 12. С. 78–95.
9. *Сена Л. А.* Единицы физических величие и их размерности. М.: Наука. 1977.
10. *Смольяков Э. Р.* Теоретическое обоснование межзвездных полетов. М.: КомКнига. 2005.
11. *Смольяков Э. Р.* Динамика и энергетика переходов между двойственными пространствами // ДАН. 2006. Т. 406. № 6. С. 734–737.
12. *Смольяков Э. Р.* Интегралы движения в двойственном пространстве // ДАН. 2007. Т. 414. № 4. С. 459–463.
13. *Смольяков Э. Р.* Вариационные уравнения электродинамики // Дифференц. уравнения. 2007. Т. 43. № 4. С. 475–480.
14. *Смольяков Э. Р.* Теория движения электрически заряженных массивных тел в пространстве Минковского и двойственном к нему // Динамика неоднородных систем. Труды Института системного анализа РАН. 2007. Т. 29. Вып. 11. С. 85–117.
15. *Бессонов Л. А.* Теоретические основы электротехники. Электрические цепи. М.: Высшая школа. 1978.
16. *Дубошин Г. Н.* Небесная механика. Основные задачи и методы. М.: Наука, 1968.
17. *Ландау Л. Д. и Лифшиц Е. М.* Теория поля. М.: Физматлит. 2003.
18. *Смольяков Э. Р.* Основы экстремальной теории размерностей и фундаментальные новые результаты // Труды института системного анализа РАН. 2011. Т. 61. Вып. 4. С. 113–123.
19. *Ажажа В. Г.*, *Забелышенский В. И.* Феномен НЛО. Аргументы уфологии М.: РИПОЛ классик. 2006. 702 с.
20. *Вейник А. И.* Термодинамическая пара. М.: Высшая школа. 1973.
21. *Смольяков Э. Р.* Теория конфликтных равновесий. М.: URSS, 2005.

Смольяков Эдуард Римович. Д. ф.-м. н., профессор МГУ им. М. В. Ломоносова. Окончил МФТИ в 1962 г. Количество печатных работ: 230, монографий — более 11. Область научных интересов: теория конфликтов и игр, оптимальное управление, теоретическая физика, философия эзотеризма. E-mail: ser-math@rambler.ru