Численные методы решения

Алгоритм решения задачи тепло-массопереноса в системе символьной математики MAPLE

Е. В. Воронова, Т. В. Гладких

Аннотация. В статье использована хорошо известная математическая формулировка одномерной линейной задачи взаимосвязанного тепломассопереноса в шаре с постоянными параметрами процесса переноса. Данная задача описывает нестационарный процесс сушки зерна. Решение данной задачи представлено в аналитической форме с помощью модифицированных рядов Фурье, затем полученная система уравнений решена методом Лапласа, реализация которого проведена с использованием пакета MAPLE.
Ключевые слова: *модифицированные ряды Фурье, теплота, влагосодержание, массообмен, сушка, зерно, зерновые культуры, эксперимент, аналитическое решение, Maple.*

Введение

Развитие теории тепломассопереноса обязано главным образом работам академика А. В. Лыкова и его школы, что создало все возможности для широкого внедрения в инженерную практику аналитических и численно-аналитических методов расчета процессов тепломассопереноса в системах с твердой фазой.

При конвективной сушке система дифференциальных уравнений в частных производных дополняется условиями однозначности в виде граничных условий третьего рода.

Зерно имеет сложную форму (толщину, ширину и длину соответственно $a_0 = 1,6 \div 3,8$, $b_0 = 1,8 \div 3,8$ и $c_0 = 4,8 \div 8,6$ [2]. Такая геометрическая форма создает соответствующие трудности применения математических методов. Поэтому основным допущением является форма зерна — шар с эквивалентным радиусом.

Для описания динамики процесса используются уравнения А. В. Лыкова в предположении о бесконечно малой величине общего градиента давления. Поэтому основными характеристиками нестационарного процесса сушки будут температура $\theta(t,x)$ и влагосодержание $u(t,x)$, где t — время, x — радиус.

Постановка задачи и ее решение

Задача относится к такому типу, где используются уравнения с переменными параметрами. В качестве таких параметров могут приниматься коэффициент теплообмена α и влагообмена β, а также коэффициент диффузии влаги $a_m(t)$, которые представлены эмпирическими коэффициентами. Математическое описание процесса сушки зерна еще усложняется, т. к. зерно неоднородно по структуре и составу. Подвижной слой влажного зерна рассматривается как сплошная среда, когда исследованию подлежит температурное поле и поля влагосодержания.

За основу возьмем систему уравнений А. В. Лыкова [4], представленную уравнениями в сферической системе координат и после замены переменных: r — пространственная координата, отнесенная к эквивалентному радиусу шара; $T=(\theta-\theta_0)/\theta_c$ — безразмерная температура тела, отнесенная к температуре среды θ_c; $U=(u-u_0)/u_0$ — безразмерное влагосодержание тела, отнесенное к начальному влагосодержанию u_0, получим безразмерную форму этих уравнений:

$$\begin{aligned}\frac{\partial T}{\partial \tau}&=A_{11}\left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2}+\frac{2}{r}\frac{\partial T}{\partial r}\right)+A_{12}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial r^2}+\frac{2}{r}\frac{\partial U}{\partial r}\right),\\ \frac{\partial U}{\partial \tau}&=A_{21}\left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2}+\frac{2}{r}\frac{\partial T}{\partial r}\right)+A_{22}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial r^2}+\frac{2}{r}\frac{\partial U}{\partial r}\right),\end{aligned} \tag{1}$$

$T<\infty, U<\infty$ при $r\to 0$, $r\in[0,1]$, $\tau\in[0,1]$, $\tau=t/t_k$,

с граничными условиями третьего рода на шаровой поверхности зерна:

$$\begin{aligned}&-\left.\frac{\partial T(r,\tau)}{\partial r}\right|_{r=1}+a_1\left[1-\left.T(r,\tau)\right|_{r=1}\right]-\\ &\qquad -a_2\left[\left.U(r,\tau)\right|_{r=1}-u_p/u_0\right]=q_t\exp(-\alpha\tau),\\ &\left.\frac{\partial U(r,\tau)}{\partial r}\right|_{r=1}+b_1\left[1-\left.T(r,\tau)\right|_{r=1}\right]+\\ &\qquad +b_2\left[\left.U(r,\tau)\right|_{r=1}-u_p/u_0\right]=q_u\exp(-\alpha\tau),\end{aligned} \tag{2}$$

где u_0, u_p — соответственно начальное и равновесное влагосодержания, α^{-1} — некоторая экспериментальная постоянная, имеющая смысл времени релаксации теплового удара, а величины q_t, q_u равны

$$q_t=a_1-a_2\left(1-u_p/u_0\right),\ q_u=b_1-b_2\left(1-u_p/u_0\right).$$

Начальные условия имеют вид:

$$T(r,0)=0,\ U(r,0)=1, \tag{3}$$

где комплексы критериев определяются уравнениями: $A_{11}=1+\varepsilon\,\mathrm{KoLu\,Pn}$, $A_{12}=\varepsilon\,\mathrm{KoLu}$, $A_{21}=\mathrm{LuPn}$, $A_{22}=\mathrm{Lu}$, $a_1=\mathrm{Bi_q}$, $a_2=(1-\varepsilon)\mathrm{KoLuBi_m}$, $b_1=\mathrm{Pn\,Bi_q}$, $b_2=\mathrm{Bi_m}(1-(1-\varepsilon)\mathrm{PnKoLu})$, а используемые критерии имеют вид: $\mathrm{Ko}=r_0u_0/c_q(\theta_c-\theta_0)$ — Коссовича; $\mathrm{Lu}=a_m/a$ — Лыкова; $\mathrm{Pn}=\delta(\theta_c-\theta_0)/u_0$ — Поснова; $\mathrm{Fo}=at/R^2$ — число Фурье (для удобства записи принимаем $\mathrm{Fo}=\tau$); теплообменный и массообменный критерии Био соответственно $\mathrm{Bi_q}=\alpha R/\lambda$, $\mathrm{Bi_m}=\beta R/a_m$.

Правые части в (2) подобраны так, чтобы эти условия при $\tau=0$ и начальные (3) при $r=1$ были согласованы между собой и, кроме того, при $\tau\to\infty$ правые части в (2) быстро стремились к нулю.

Для решения задачи (1)–(3) будем использовать метод разложения неизвестных функций по модифицированным рядам Фурье. Подобные ряды Фурье обладают свойством повышенной сходимости и допускают возможность почленного дифференцирования [6].

Сделаем замену неизвестных функций:

$$T=\frac{Z(\tau,r)}{r},\ U=\frac{W(\tau,r)}{r},\quad (Z,W)\in C^{(3)}\ (0\le r\le 1). \tag{4}$$

С помощью (4) система (1) относительно Z и W принимает более простую форму:

$$\begin{aligned}\frac{\partial Z}{\partial \tau}&=A_{11}\frac{\partial^2 Z}{\partial r^2}+A_{12}\frac{\partial^2 W}{\partial r^2},\\ \frac{\partial W}{\partial \tau}&=A_{21}\frac{\partial^2 W}{\partial r^2}+A_{22}\frac{\partial^2 W}{\partial r^2}.\end{aligned} \tag{5}$$

Поскольку T и U при $r\to 0$ — ограниченные функции, что согласуется с физическим смыслом задачи, то из (4) имеем

$$\left.Z(r,\tau)\right|_{r=0}=\left.W(r,\tau)\right|_{r=0}=0. \tag{6}$$

Таким образом, задача сводится к нахождению решения системы дифференциальных уравнений (5), удовлетворяющего граничным условиям (2), (6) и начальным условиям (3). Сложность данной начально-краевой задачи заключается не только в системе (5), но и в постановке граничных условий различного рода: при $r=1$ условия (2) смешанного типа, при $r=0$ — условия Дирихле (6). Подобная сложность успешно преодолевается при использовании модифицированных рядов Фурье. В этой связи отметим: если бы решение было найдено, то на сферической границе зерна при $r=1$ функции Z и W принимали бы некоторые значения:

$$\left.Z\right|_{r=1}=\varphi(\tau),\ \left.W\right|_{r=1}=\psi(\tau), \tag{7}$$

где $\varphi(\tau),\psi(\tau)$ — пока неизвестные функции.

Возникает следующая новая задача: найти решение системы (5) с начальным условием (3) и граничными условиями (2), (6) и (7), где неизвестные $\varphi(\tau)$, $\psi(\tau)$ следует определить из граничных условий (2). Решение представим следующими модифицированными рядами Фурье:

$$Z = M_z + \sum_{m=1}^{\infty} Z_m(\tau)\sin(m\pi r),$$
$$W = M_w + \sum_{m=1}^{\infty} W_m(\tau)\sin(m\pi r). \quad (8)$$

Граничные функции второго порядка M_z и M_w с учетом условий (6) и (7):

$$M_z = \varphi(\tau)r + \varphi_0(\tau)\left(\frac{r^2}{2} - \frac{r^3}{6} - \frac{r}{3}\right) + \varphi_1(\tau)\left(\frac{r^3}{6} - \frac{r}{6}\right),$$
$$\varphi_0(\tau) = \left.\frac{\partial^2 Z}{\partial r^2}\right|_{r=0},\ \varphi_1(\tau) = \left.\frac{\partial^2 Z}{\partial r^2}\right|_{r=1},$$
$$M_w = \psi(\tau)r + \psi_0(\tau)\left(\frac{r^2}{2} - \frac{r^3}{6} - \frac{r}{3}\right) + \psi_1(\tau)\left(\frac{r^3}{6} - \frac{r}{6}\right),$$
$$\psi_0(\tau) = \left.\frac{\partial^2 W}{\partial r^2}\right|_{r=0},\ \psi_1(\tau) = \left.\frac{\partial^2 W}{\partial r^2}\right|_{r=1}. \quad (9)$$

Теперь решение задачи можно представить зависимостями:

$$Z = \varphi(\tau)r + \varphi_0(\tau)\left(\frac{r^2}{2} - \frac{r^3}{6} - \frac{r}{3}\right) + $$
$$+\varphi_1(\tau)\left(\frac{r^3}{6} - \frac{r}{6}\right) + \sum_{m=1}^{\infty} Z_m(\tau)\sin(m\pi r),$$
$$W = \psi(\tau)r + \psi_0(\tau)\left(\frac{r^2}{2} - \frac{r^3}{6} - \frac{r}{3}\right) + $$
$$+\psi_1(\tau)\left(\frac{r^3}{6} - \frac{r}{6}\right) + \sum_{m=1}^{\infty} W_m(\tau)\sin(m\pi r),$$
$$T = \varphi(\tau)r + \varphi_0(\tau)\left(\frac{r}{2} - \frac{r^2}{6} - \frac{1}{3}\right) + $$
$$+\varphi_1(\tau)\left(\frac{r^2}{6} - \frac{1}{6}\right) + \frac{1}{r}\sum_{m=1}^{\infty} Z_m(\tau)\sin(m\pi r), \quad (10)$$
$$U = \psi(\tau)r + \psi_0(\tau)\left(\frac{r}{2} - \frac{r^2}{6} - \frac{1}{3}\right) + $$
$$+\psi_1(\tau)\left(\frac{r^2}{6} - \frac{1}{6}\right) + \frac{1}{r}\sum_{m=1}^{\infty} W_m(\tau)\sin(m\pi r).$$

Функции Z и W в виде (10) по построению удовлетворяют граничным условиям (6), (7) и выражены через неизвестные функции только времени: $\varphi(\tau)$, $\varphi_0(\tau)$, $\varphi_1(\tau)$, $\psi(\tau)$, $\psi_0(\tau)$, $\psi_1(\tau)$, $Z_m(\tau)$, $W_m(\tau)$, $m = 1, 2, \ldots$ Перечисленные неизвестные найдем, выполнив дифференциальные уравнения (5), граничные (2) и начальные условия (3). Для этого вначале подставим Z и W из (10) в систему дифференциальных уравнений (5):

$$\varphi'(\tau)r + \varphi'_0(\tau)\left(\frac{r^2}{2} - \frac{r^3}{6} - \frac{r}{3}\right) + \varphi'_1(\tau)\left(\frac{r^3}{6} - \frac{r}{6}\right) +$$
$$+\sum_{m=1}^{\infty} Z'_m(\tau)\sin(m\pi r) =$$
$$= A_{11}\left[\varphi_0(\tau)(1-r) + \varphi_1(\tau)r - \sum_{m=1}^{\infty} Z_m(\tau)m^2\pi^2\sin(m\pi r)\right] +$$
$$+ A_{12}\left[\psi_0(\tau)(1-r) + \psi_1(\tau)r - \sum_{m=1}^{\infty} W_m(\tau)m^2\pi^2\sin(m\pi r)\right],$$
$$\psi'(\tau)r + \psi'_0(\tau)\left(\frac{r^2}{2} - \frac{r^3}{6} - \frac{r}{3}\right) + \psi'_1(\tau)\frac{1}{6}\left(r^3 - r\right) +$$
$$+\sum_{m=1}^{\infty} W'_m(\tau)\sin(m\pi r) =$$
$$= A_{21}\left[\varphi_0(\tau)(1-r) + \varphi_1(\tau)r - \sum_{m=1}^{\infty} Z_m(\tau)m^2\pi^2\sin(m\pi r)\right] +$$
$$+ A_{22}\left[\psi_0(\tau)(1-r) + \psi_1(\tau)r - \sum_{m=1}^{\infty} W_m(\tau)m^2\pi^2\sin(m\pi r)\right]. \quad (11)$$

В (11) следует положить $r = 0$ и $r = 1$, после чего будем иметь четыре уравнения:

$$r = 0:\ A_{11}\varphi_0(\tau) + A_{12}\psi_0(\tau),\ A_{21}\varphi_0(\tau) + A_{22}\psi_0(\tau), \quad (12)$$

$$r = 1:\ \varphi'(\tau) = A_{11}\varphi_1(\tau) + A_{12}\psi_1(\tau),$$
$$\psi'(\tau) = A_{21}\varphi_1(\tau) + A_{22}\psi_1(\tau). \quad (13)$$

Из (12) найдем

$$\varphi_0(\tau) = \psi_0(\tau) = 0. \quad (14)$$

Для нахождения неизвестных $Z_m(\tau)$, $W_m(\tau)$ левые и правые части системы (11) после упрощений с помощью (14) умножим на $\sin(m\pi r)$ и проинтегрируем по r в пределах $[0,1]$:

$$\frac{(-1)^m \varphi'(\tau)}{m^3\pi^3} + \frac{1}{2}Z'_m(\tau) =$$
$$-A_{1,1}\frac{1}{2}\pi^2 m^2 Z_m(\tau) - A_{1,2}\frac{1}{2}\pi^2 m^2 W_m(\tau),$$
$$\frac{(-1)^m \psi'(\tau)}{m^3\pi^3} + \frac{1}{2}W'_m(\tau) = \quad (15)$$
$$-A_{2,1}\frac{1}{2}\pi^2 m^2 Z_m(\tau) - A_{2,2}\frac{1}{2}\pi^2 m^2 W_m(\tau),\ m = 1 \div N.$$

После подстановки Z и W из (10) в (2) при $r=1$ будем иметь:

$$\begin{aligned}&\frac{1}{3}\varphi_1(\tau)+a_1\varphi+a_2\psi+\sum_{m=1}^{N}Z_m(\tau)m\pi(-1)^m=\\&=a_1+a_2\frac{u_p}{u_0}-q_t\exp(-\alpha\tau),\\&\frac{1}{3}\psi_1(\tau)+b_1\varphi+b_2\psi+\sum_{m=1}^{N}W_m(\tau)m\pi(-1)^m=\\&=-b_1+b_2\frac{u_p}{u_0}-q_u\exp(-\alpha\tau)\end{aligned} \qquad (16)$$

Относительно $\varphi(\tau)$, $\psi(\tau)$, $\varphi_1(\tau)$, $\psi_1(\tau)$, $Z_m(\tau)$, $W_m(\tau)$ получили замкнутую систему: (13), (15) и (16). Начальные условия для них найдем с помощью (3). Для этого подставим $Z=rT$ и $W=rU$ из (10) в начальные условия (3):

$$\begin{aligned}&r\varphi(0)+\varphi_1(0)\left(\frac{r^3}{6}-\frac{r}{6}\right)+\sum_{m=1}^{N}Z_m(0)\sin m\pi r=0,\\&r\psi(0)+\psi_1(0)\left(\frac{r^3}{6}-\frac{r}{6}\right)+\sum_{m=1}^{N}W_m(0)\sin m\pi r=r.\end{aligned} \qquad (17)$$

В (17) положим $r=0$, $r=1$; затем обе части (17) дважды продифференцируем по r и вновь возьмем $r=0$, $r=1$:

$$\begin{aligned}&(r=1)\Rightarrow\varphi(0)=0,\ \psi(0)=1;\\&\left(\left.\frac{\partial^2}{\partial r^2}\right|_{r=1}\right)\Rightarrow\varphi_1(0)=\psi_1(0)=0.\end{aligned} \qquad (18)$$

Обе части (17) умножим на $\sin m\pi r$ и проинтегрируем по $r\in(0,1]$:

Из полученного уравнения найдем следующие начальные условия:

$$\psi(0)=1,\ \varphi(0)=\varphi_1(0)=\psi_1(0)=Z_m(0)=W_m(0);\quad m=1\div N. \qquad (19)$$

Таким образом, получена замкнутая система уравнений (13), (15), (16) относительно $\varphi(\tau)$, $\psi(\tau)$, $\varphi_1(\tau)$, $\psi_1(\tau)$, $Z_m(\tau)$, $W_m(\tau)$; $m=1\div N$ с начальными условиями (19). Решение этой системы можно получить либо с помощью стандартной программы на ЭВМ, либо классическим методом.

Введем следующие обозначения:

$$\begin{aligned}&\varphi(\tau)=y_1(\tau),\ \psi(\tau)=y_2(\tau),\ Z_m(\tau)=y_{m+2}(\tau),\\&W(\tau)=y_{m+2+N}(\tau),\ m=1,\ \ldots,\ N\end{aligned} \qquad (20)$$

представим зависимостью:

$$y_k(\tau)=D_k+G_k\exp(-\alpha\tau)+\sum_{j=1}^{2(1+N)}E_jC_{kj}\exp(\lambda_j\tau), \qquad (21)$$

где D_k, G_k, C_{kj}, E_j — постоянные коэффициенты; λ_j — характеристические корни.

С помощью (21) с учетом обозначений (20) из (10) найдем T и U в явном аналитическом виде, которые точно удовлетворяют начальным (3) и граничным (2) условиям и приближенно дифференциальным уравнениям системы (5). Величина максимальной невязки уравнений (5) даже при $N=1$ весьма незначительная и с ростом времени τ быстро уменьшается [8]. Невязка первого дифференциального уравнения системы (5) примерно в два раза меньше, чем у второго. При учете двух слагаемых в рядах Фурье (10) точность быстро возрастает, невязка быстро уменьшается.

Из анализа рядов (10) следует, что для инженерных целей в этих рядах можно ограничиться только одним первым слагаемым и приближенное решение представить суммой граничных функций и первых членов модифицированных рядов Фурье:

$$T\approx\frac{1}{r}\left[M_z+Z_1(\tau)\sin\pi r\right],\ U\approx\frac{1}{r}\left[M_w+W_1(\tau)\sin\pi r\right].$$

Подобные случаи быстрой сходимости известны, так, например, в [5] при решении задачи о кручении упругого стержня прямоугольного сечения показано, что в используемых рядах достаточно ограничиться только первым слагаемым.

Данная задача решена в системе символьных вычислений MAPLE [9]. Приведем ее блок-схему (рис. 1).

В частности, с помощью (10) можно найти закон изменения T и U в центре зерна:

$$\begin{aligned}&T(0,\tau)=\varphi(\tau)-\frac{1}{6}\varphi_1(\tau)+\sum_{m=1}^{N}m\pi\ Z_m(\tau),\ U(0,\tau)=\\&=\psi(\tau)-\frac{1}{6}\psi_1(\tau)+\sum_{m=1}^{N}m\pi W_m(\tau).\end{aligned}$$

Распределения температуры и влагосодержания при $\alpha=10$, вычисленные по данным из [3]:

$$\begin{aligned}&A_{11}=1{,}1;\ A_{12}=0{,}1;\ A_{21}=A_{22}=1;\\&a_1=b_1=b_2=0{,}05;\ a_2=0;\ u_p/u_0=0,\end{aligned} \qquad (22)$$

что соответствует

$$\mathrm{Lu}=1,\ \mathrm{Pn}=1,\ \mathrm{Ko}=0{,}1,\ \mathrm{Bi}_m=0{,}05,\ \mathrm{Bi}_q=0{,}05$$

и $\varepsilon=1$, показаны на рис. 2. Отсюда видно, что при малых числах Bi_m и Bi_q температура T и влагосо-


Начало
A
M - число членов ряда,
prznach - признак формирования начальных условий
Формируем систему, состоящую из:
2-х обыкновенных дифференциальных уравнений;
2-х алгебраических уравнений;
$2N$ обыкновенных дифференциальных уравнений.
Получили $2N+4$ уравнений для неизвестных:
$\varphi(\tau), \varphi_1(\tau), \psi(\tau), \psi_1(\tau), Z_m(\tau), W_m(\tau), \quad m = 1 \div N$
Используя 2 алгебраических уравнения, находим неизвестные $\varphi_1(\tau),\ \psi_1(\tau)$, которые подставляем в дифференциальные уравнения.
Получили систему из $2N+2$ обыкновенных дифференциальных уравнений для неизвестных $\varphi(\tau), \psi(\tau), Z_m(\tau), W_m(\tau), \quad m = 1 \div N$
Сделаем замену переменных:
$\varphi(\tau), y_1(\tau), \psi(\tau)=y_1(\tau), \quad Z_m(\tau)=y_{m+2}(\tau), \quad W_m(\tau)= y_{m+2+N}(\tau), m = 1, ...,N$
Формируем систему обыкновенных дифференциальных уравнений $\dfrac{dY}{d\tau} = F(y_1, y_2, ..., y_{2N+2}, \tau)$, разрешенных относительно производных $\dfrac{dy_i}{d\tau}$. $i = \overline{1, 2N+2}$
нет
prznach = 0
да
Раскладываем систему уравнений в ряд Фурье по sin, получаем систему алгебраических уравнений, решая которую находим
$y_j(0) = y_i^0$, $j = 1,...,2+2N$
$y_1(0)=0,\ y_2(0)=1,$
$y_j(0)=0,\ j = 3 \div 4 + 2N$
1

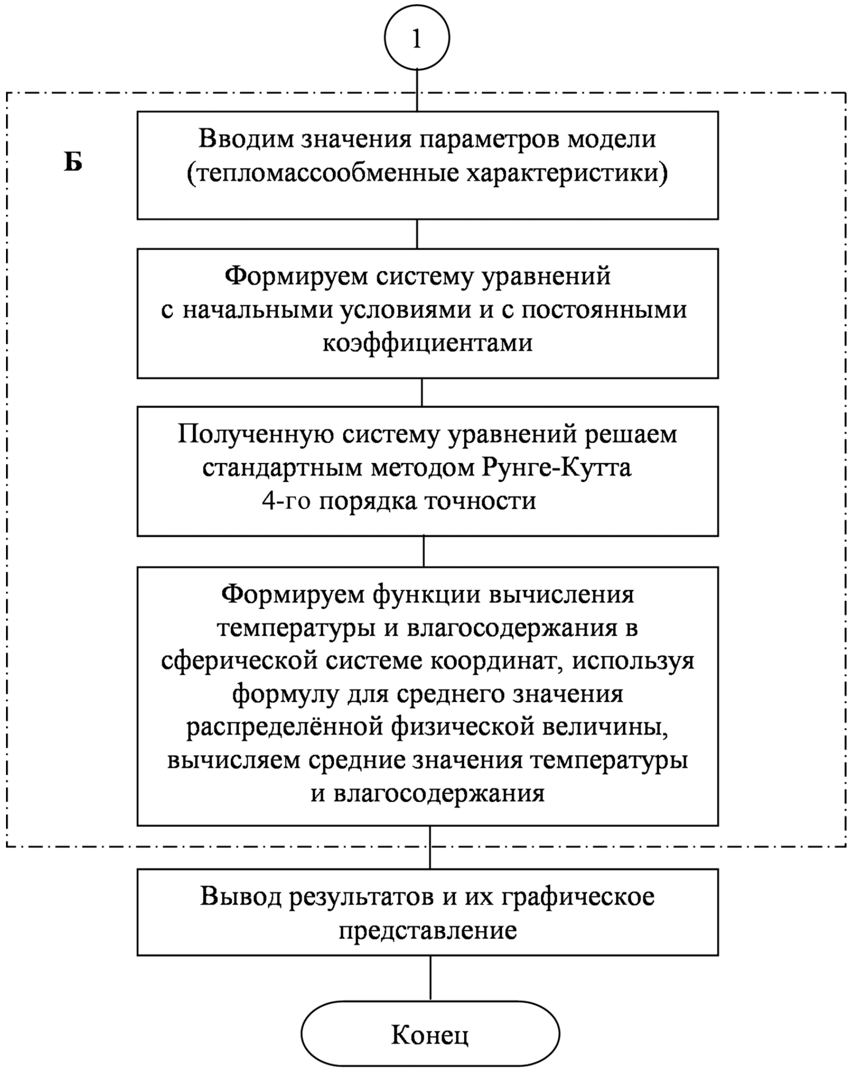

Рис. 1. Блок-схема программного обеспечения для процесса сушки зерна: блок А — аналитическое решение, блок Б — численное решение

держание U незначительно зависят от r и существенно от времени сушки τ. При больших значениях числа Bi_q неравномерность температуры в зерне при нестационарном тепло- и массообмене будет существенной (рис. 3). При больших значениях Bi_m в зерне наблюдается неравномерность влагосодержания (см. рис. 3). Кривые на рис. 3 получены по данным (22) при изменении Bi_m или Bi_q.

Сравнение результатов численных экспериментов по предложенной математической модели с результатами, полученными в [3], представлено на рис. 4, на котором изображены кривые T и U при $r=1$.

Проведена серия экспериментов с различными параметрами агента сушки и значениями начальной влажности зерна. Результаты математического моделирования сопоставлялись с результатами проведенных экспериментов [1]. На рис. 5 изображены распределения температуры и влагосодержания, полученные при $\mathrm{Lu}=0{,}001204$, $\mathrm{Pn}=0{,}27493\cdot 10^{-5}$, $\mathrm{Ko}=2{,}1860$, $\mathrm{Bi}_m=3{,}7354$, $\mathrm{Bi}_q=0{,}015$ и $\varepsilon=1$.

Для сравнения экспериментальных данных с результатами численных экспериментов по формулам [4]

$$\overline{T}(\tau)=\frac{3}{R^3}\int_0^R r^2 T\,dr,\ \overline{U}(\tau)=\frac{3}{R^3}\int_0^R r^2 T\,dr$$

были определены средние по объему значения температуры $\overline{T}(\tau)$ и влагосодержания $\overline{U}(\tau)$. Результаты сравнения изображены на рис. 6. Средняя относительная погрешность за время $\tau=52{,}8$ для влагосодержания составляет $\approx 2\%$, а для температуры $\approx 9\%$.

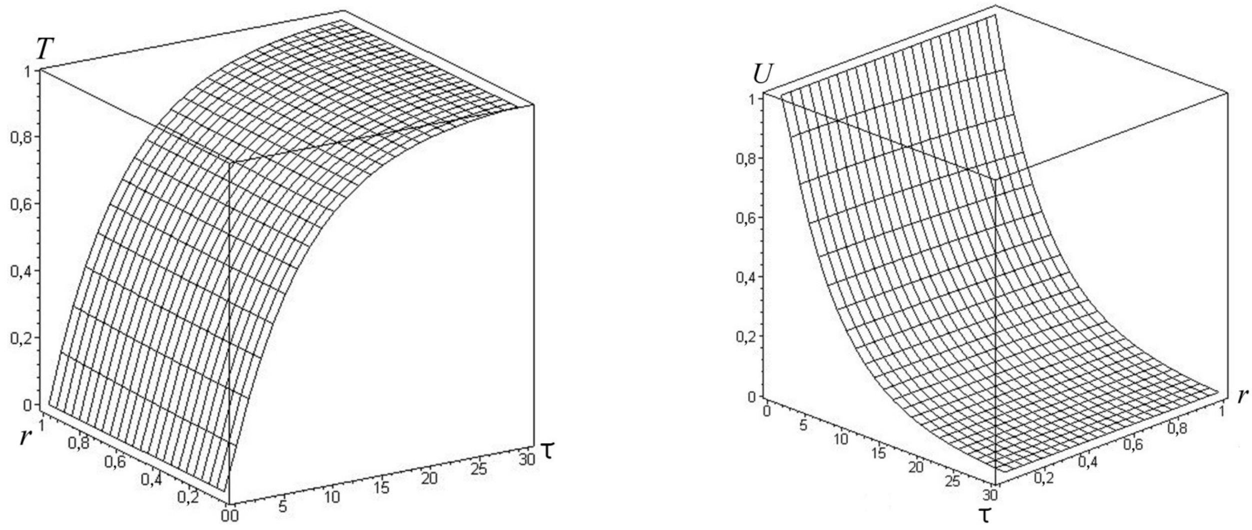

Рис. 2. Распределения температуры и влагосодержания по данным [3]

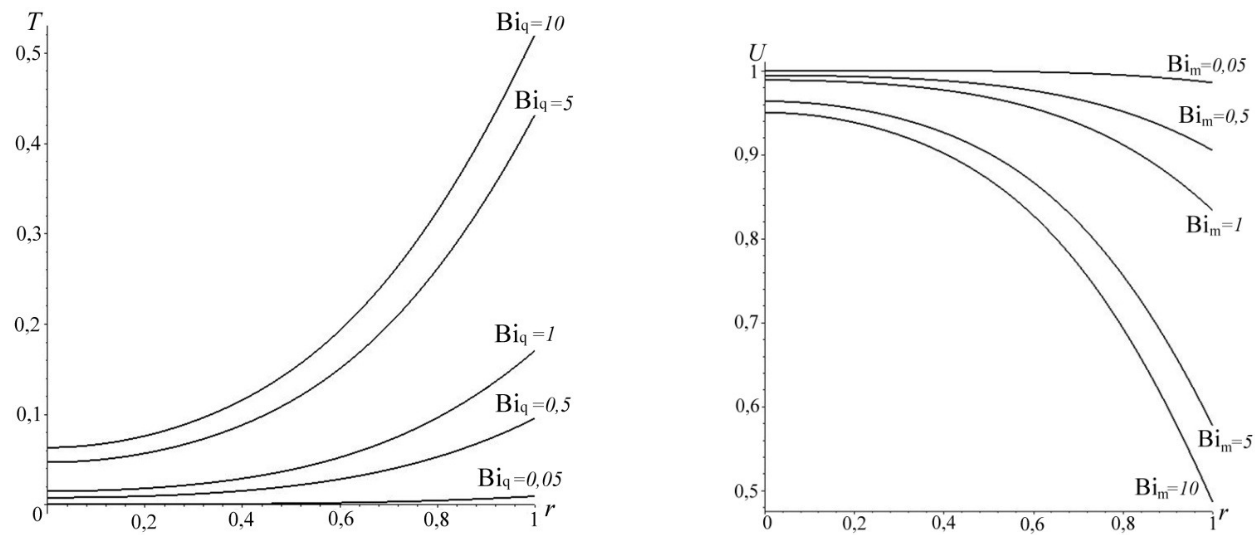

Рис. 3. Неравномерность профилей температуры и влагосодержания в зерне в зависимости от радиуса

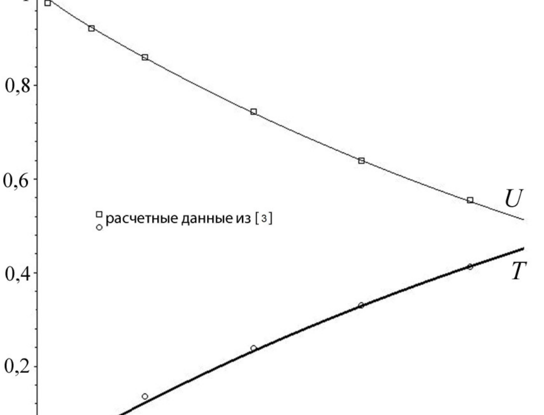

Рис. 4. Сравнение результатов численных экспериментов по предложенной математической модели с результатами, полученными в [3]

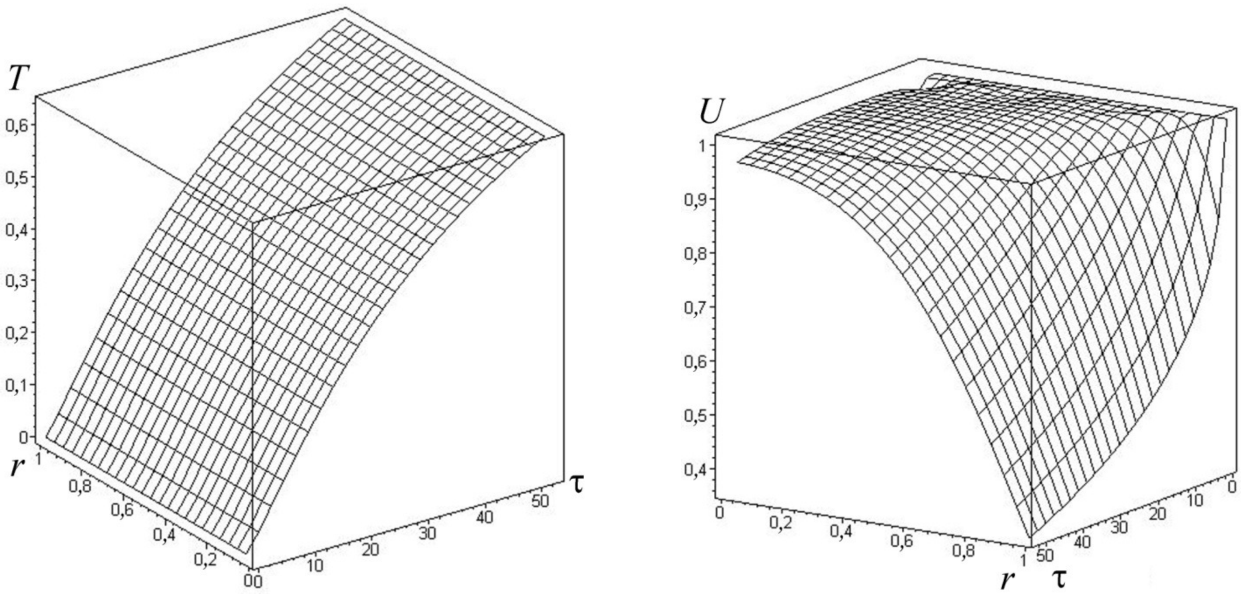

Рис. 5. Распределения температуры и влагосодержания по экспериментальным данным

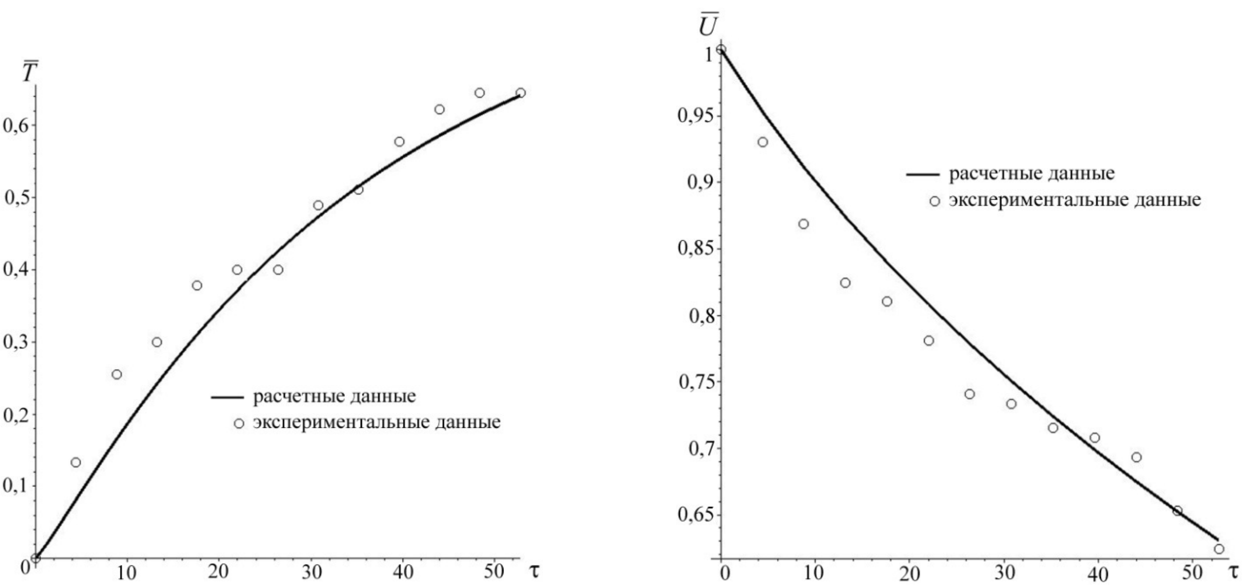

Рис. 6. Сравнение результатов численных экспериментов с экспериментальными данными для средних по объему T и U

Заключение

Таким образом, можно сделать вывод, что математическая модель А. В. Лыкова и представленное аналитическое решение (20) в рамках сделанных допущений достаточно адекватно описывает реальный процесс сушки зерновых культур. Применение модифицированных рядов Фурье, разработанных в [6, 8, 7], для решения подобных задач тепломассообмена позволяет получить приближенное решение в аналитическом виде (20) с любой заданной точностью при минимальных вычислительных затратах на ЭВМ.

Литература

1. *Воронова Е. В.*, *Павлов И. О.* Анализ методов решения математических моделей тепломассообмена в процессе сушки // Системы управления и информационные технологии. № 1(47), 2012. С. 8–11.
2. *Горелова Е. И.* Основы хранения зерна. М.: Агропромиздат, 1986.

3. *Жидко В. И.*, *Бомко А. С.* Решение системы уравнений тепло- и массопереноса методом прямых // ИФЖ. 1966. Т. 11. № 3. С. 362–366.
4. *Лыков А. В.*, *Михайлов Ю. А.* Теория тепло- и массопереноса. М.; Л.: Госэнергоиздат, 1963.
5. *Тимошенко С. П.*, *Гудьер Дж.* Теория упругости. М.: Наука, 1979. 560 с.
6. *Чернышов А. Д.* Улучшенные ряды Фурье и граничные функции // Сб. трудов Международной конференции «Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики». Воронеж, 22–24 июня, 2009 г., ч. 2. С. 236–238.
7. *Шевцов А. А.*, *Павлов И. О.*, *Воронова Е. В.*, *Бритиков Д. А.* Аналитическое решение математической модели связанного тепломассопереноса при конвективной сушке зерна // Известия ВУЗов. Пищевая технология. 2010. № 4. С. 99–102.
8. *Шевцов А. А.*, *Павлов И. О.*, *Воронова Е. В.*, *Бритиков Д. А.* Применение модифицированных рядов Фурье для решения уравнений Лыкова // Международный научно-практический семинар «Актуальные проблемы сушки и термовлажностной обработки материалов». Воронеж: ВГЛТА. 2010. С. 106–107.
9. *Шевцов А. А.*, *Павлов И. О.*, *Воронова Е. В.*, *Бритиков Д. А.* Расчет полей температуры и влагосодержания для процесса нестационарной сушки зерна методом модифицированных рядов Фурье // Свидетельство № 2010613333 об офиц. Рег. Прогр. для ЭВМ Россия. № 2010611441; заявл. 22.03.2010; опубл. 20.05.2010.

Воронова Елена Васильевна. Программист Воронежского государственного университета инженерных технологий. К. т. н. Окончила Воронежскую государственную технологическую академию в 2006 г. Количество печатных работ: 34. Область научных интересов: математическое моделирование тепломассообменных процессов. E-mail: e-lena_B@inbox.ru

Гладких Татьяна Васильевна. Доцент Воронежского государственного университета инженерных технологий. К. т. н. Окончила Воронежский государственный университет в 1995 г. Количество печатных работ: 20. Область научных интересов: информационные технологии. E-mail: gtv1113@rambler.ru