

# Новый взгляд на дифракцию, открытую Гримальди, и гауссовы пучки

А. В. Юркин

**Аннотация.** В предлагаемой работе представлен краткий исторический экскурс в классическую теорию света: Гримальди, Ферма, Ньютон, Гюйгенс, Юнг, Френель, Фраунгофер, Гаусс. Предложен лучевой аналог волновой модели света и элементарных волн Гюйгенса—Френеля на основе рассмотрения геометрической модели. Проанализированы новые геометрические свойства гауссовых пучков. Приведена новая, обобщенная интерпретация угла дифракционной расходимости пучков света. Показано отличие геометрических свойств волновых фронтов бесконечной и конечной длины. Приведены примеры возможного применения нашей геометрической модели в различных областях.

**Ключевые слова:** Гримальди, дифракция, геометрическая оптика, теория света, гауссовы пучки, гауссово распределение.

## Введение

В работе [24] была предложена наглядная геометрооптическая модель на основе рассмотрения биномиального распределения для описания распространения света в лазере. Расчеты проводились при использовании параксиального (гауссова) приближения. Фактически в работе [24] читателям была предложена наглядная геометрическая фигура, представляющая собой с позиции теории графов [9] «дерево»<sup>1</sup>, число ветвей которого на каждом (условно выбираемом) шаге удваивается. Такой подход соответствует термину «дифракция» (от латинского «diffringere» — разбивать, расщеплять надвое — «дифракция»), введенному итальянским физиком Гримальди (1665), открывшим это световое явление. Гримальди склонялся к волновому объяснению природы света [7, 17, 22]

В работе [12] было дано общее описание нелинейной арифметической пирамиды и арифметических треугольников второго (нелинейного) вида и были предложены рекуррентные формулы для построения нелинейной арифметической пирамиды и нелинейных арифметических треугольников, приведены примеры из комбинаторики.

<sup>1</sup> Наше «дерево» имеет некоторые геометрические особенности: очень длинный ствол (ось симметрии) с ветвями, наклоненными под малыми углами к стволу и отстоящими на малые расстояния (по сравнению с длиной ветвей) от ствола. В дальнейшем изложении нам нет необходимости использовать теорию графов, т. к. мы имеем дело с конкретной геометрической фигурой, состоящей из прямых отрезков и углов.

В работах [13, 15] был предложен бином второго, неньютонического вида, была показана новая связь двоичной системы счисления и биномиальных коэффициентов различных видов. Дана геометрическая интерпретация биномов двух видов при рассмотрении траекторий лучей для двумерного случая.

В работе [14] приведены численные расчеты биномиального распределения второго вида для больших степеней бинома. Проведена аналогия с биномиальным распределением первого вида. В работе [16] было показано соответствие между системами геометрических и арифметических треугольников различных видов.

В настоящей работе представлен краткий исторический экскурс в классическую теорию света во времена Гримальди и последующего развития теории, связанного с именами Ферма, Ньютон, Гюйгенс, Юнг, Френель, Фраунгофер, Гаусс. Предложен лучевой (геометрический) аналог волновой Гюйгенса—Френеля модели света. Проанализированы новые геометрические свойства гауссовых пучков. Приведена новая, обобщенная интерпретация угла дифракционной расходимости света. Показано отличие геометрических свойств волновых фронтов бесконечной и конечной длин.

Отметим как существенное облегчение в работе над этой статьей наличие данных, содержащихся в [23]. Отметим также в качестве весьма полезных при подготовке этой работы изучение новейшей теории В. С. Леонова, изложенной в [18] и ключевых проблемы современной физики, приведенные в «списке Леонова» [19], дополняющего «список Гинзбурга» [3].

Однако эти публикации не содержат упоминания о возможности исследования явления дифракции в продолжение идей Гримальди (как, например, в работе [7]) и не указывают на необходимость дальнейшего исследования геометрических свойств структур, приводящих к гауссову или нормальному распределению [5], а также гауссовых пучков [6]. В связи с этим процитируем работу [8, с. 49]: «Центральная предельная теорема и ее обобщения объясняют, почему в природе нормальное распределение встречается так часто, особенно, в связи с величинами, которые составлены из многих («почти») одинаково распределенных («почти») независимых случайных компонент. Следует подчеркнуть, что в природе такие «композиции» из случайных величин не всегда образованы их суммой, поэтому изучение поведения других функций очень важно. Пуанкаре как-то заметил с сарказмом, что все верят в универсальность нормального распределения: физики верят потому, что думают, что математики доказали его логическую необходимость, а математики верят, т. к. считают, что физики проверили это лабораторными экспериментами».

Гауссовы пучки, в т. ч. имеющие нормальное распределение, широко применяются в оптике, в т. ч. в лазерной технике [4, 6]. В настоящей работе мы исследуем новые геометрические модели (структуры) гауссовых пучков, приводящих к нормальному распределению.

В. Л. Гинзбург с большим интересом отнесся к моим работам по близкой теме — распространению света в лазерах, доложенным на его семинаре в 1998 г. Я благодарен ему за его замечания и помощь.

## 1. Краткий экскурс в классическую теорию света во времена Гримальди и последующие

### 1.1. Ферма, Ньютон

Геометрическая оптика — это наиболее простое представление о природе света, с помощью ее подходов удается решать множество задач светотехники и оплотехники [6]. Световой луч в геометрической оптике есть абстрактное математическое понятие, а геометрическая оптика есть предельный случай волновой оптики, соответствующий исчезающе малой длине световой волны  $\lambda \rightarrow 0$ .

Геометрическая оптика основана на принципе кратчайшего оптического пути (или минимального времени распространения). Он был сформулирован Ферма как общий закон распространения света (1660). Для однородной среды этот принцип сводится к закону прямолинейного распространения света.

Ньютон также придерживался теории прямолинейного распространения света виде (световых час-

тиц, летящих прямолинейно) [6]. Для объяснения явления дифракции Ньютон ввел другой термин — «инфлексия», т. е. искривление лучей.

### 1.2. Гюйгенс

Основная часть световых явлений объясняется волновой теорией, основанной на *принципе Гюйгенса* (1690). Волновая теория основывается на законе прямолинейного распространения света [6]. Однако этот закон теряет силу или имеет дополнительные ограничения применимости при описании таких явлений как *дифракция* света [6].

На рис. 1 приведена упрощенная иллюстрация принципа Гюйгенса.

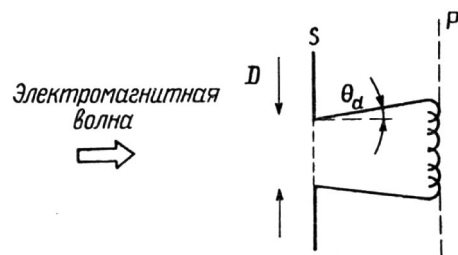


Рис. 1. Иллюстрация принципа Гюйгенса и построения плоского волнового фронта (рис. 1.6 из монографии [4])

На этом рисунке пучок с постоянной интенсивностью и плоским волновым фронтом падает на экран  $S$ , в котором имеется отверстие диаметром  $D$ . Согласно принципу Гюйгенса волновой фронт в некоторой плоскости  $P$  за экраном может быть получен путем суперпозиции элементарных волн, излученных каждой точкой отверстия. Мы видим, что из-за конечного размера  $D$  отверстия пучок имеет конечную расходимость  $\theta_d$ . Ее можно вычислить с помощью теории дифракции [4, с. 21]:  $\theta_d \approx \frac{1}{2} \lambda/D$ . Отметим, что на практике [24] удобнее применять выражение:

$$\theta_D \approx \lambda/D, \quad (1)$$

где  $\theta_D = 2\theta_d$ .

Гюйгенс говорит о распространении волнового фронта виде геометрической поверхности, т. е. когда длина волны бесконечно мала по сравнению с протяженностью волнового фронта. Поэтому принцип Гюйгенса является по существу принципом геометрической оптики, а свет распространяется в виде сферических или плоских поверхностей [6]. Очевидно, что точки излучения элементарных волн расположены на линии волнового фронта на некотором расстоянии  $b$  друг от друга.

### 1.3. Юнг

Исторически первая волновая трактовка дифракции была дана Юнгом (1800 г.). Кроме закона распро-

странения волнового фронта в направлении лучей Юнг ввел принцип передачи или диффузии амплитуды колебаний вдоль волнового фронта, т. е. поперек лучей. Скорость этой передачи диффузии по Юнгу пропорциональна длине волны и растет с увеличением различия амплитуд в соседних точках волнового фронта. Таким образом, по мере распространения волнового фронта происходит сглаживание, «расплывание» неоднородного распределения амплитуды на волновом фронте, а диффузия амплитуды сопровождается изменением фазы колебаний. Метод Юнга в дальнейшем был разработан подробно (М. А. Леонтович, В. А. Фок) в *диффузионной теории дифракции* [6, 7, 22].

### 1.4. Френель

*Гипотеза Френеля* (1815) состоит в допущении зависимости амплитуды вторичных волн от угла  $\varphi$  между нормалью  $n$  к вспомогательной поверхности  $S$  и направлением на точку наблюдения  $B$ . На рис. 2 предоставлен чертеж, поясняющий это допущение, убывание амплитуды представлено уменьшением толщины кривой.

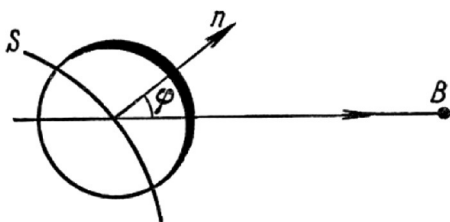
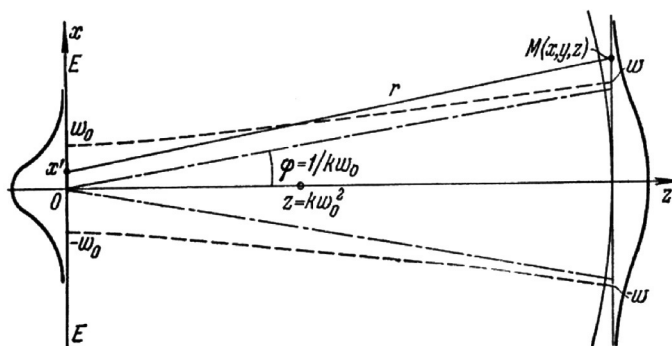


Рис. 2. Иллюстрация гипотезы Френеля (рис. 8.21 из монографии [6])

Согласно этому допущению, амплитуда убывает по мере возрастания угла  $\varphi$  и становится равной нулю, когда абсолютная величина равна или больше  $\pi/2$ .

Френелем были исследованы явления дифракции сферических или плоских волн в точке наблюдения, лежащей на конечном расстоянии от препятствия, поэтому такие дифракционные явления обычно называют *дифракцией Френеля* [6].



### 1.5. Фраунгофер

Фраунгофером (1822 г.) был исследован несколько иной тип дифракции, а именно в параллельных лучах. Этот тип дифракции обычно называют *дифракцией Фраунгофера* [6]. Принципиально дифракция Фраунгофера не отличается от дифракции Френеля, однако рассмотрение случая дифракции Фраунгофера математически не трудно, но важно при исследовании вопросов, касающихся действия оптических приборов.

### 1.6. Гаусс

**1.6.1.** Гаусс, много сделавший для прогресса в развитии оптических инструментов, игнорировал волновую теорию: «Самый главный недостаток в работе Гаусса никогда не принимался им во внимание вообще: Гаусс подходил ко всем оптическим проблемам с позиций наивной корпускулярной теории света и не проявлял никакого интереса к теории распространения света Фраунгофера» [2, с. 149]. «Гаусс сделал несколько замечаний о «волновой теории» света, но он никогда не занимался этим вопросом. Следует иметь в виду, что Гаусс был знаком с Фраунгофером со времени своей поездки в Мюнхен в 1816 году» [2, с. 199].

**1.6.2.** Угол дифракции  $\theta_d$  (рис. 1) для многих практических расчетов пучков света можно считать малым, т. е.  $\sin \theta_d \approx \theta_d$ , поэтому фронт  $P$  на рис. 1 можно приближенно считать плоским, а сам пучок — *параксиальным*, или *гауссовым*. В *гауссовой оптике* «рассматриваются точки и лучи, лежащие в непосредственной близости от оси; члены, содержащие квадраты и более высокие степени расстояний от оси или углов между лучами и осью, отбрасываются» [1, с. 186].

**1.6.3.** На рис. 3 представлен гауссов пучок.

Слева и справа на рис. 3 представлены графики распределения амплитуды в плоскости волнового фронта, описываемые функцией Гаусса:

$$a(x', y') = a_0 \exp\left(-\frac{x'^2 + y'^2}{2w_0^2}\right). \quad (2)$$

$M(x, y, z)$  —

точка наблюдения с координатами  $x, y, z$ , а  $r$  — расстояние от точки  $(x', y', 0)$  до точки  $M(x, y, z)$ .

Рис. 3. Гауссов пучок: распределение амплитуды колебаний волнового фронта описывается функцией Гаусса. Плоскость  $EE$  — поверхность волнового фронта (рис. 9.8. из монографии [6])

Величина  $w_0$  определяет область изменения  $x', y'$ , где интенсивность колебаний пропорциональна,  $a^2(x', y')$ , уменьшается в  $e$  раз по сравнению с максимальным значением,  $a^2$ , достигаемым при  $x' = 0, y' = 0$ . Таким образом,  $w_0$  характеризует область, в которой сосредоточена энергия в плоскости  $EE$  [6].

Гауссовы пучки обладают рядом особенностей.

1. Дифракционная картина характеризуется монотонным уменьшением интенсивности и не содержит осцилляций и линий нулевой интенсивности (дифракционных полос), характерных для дифракций на отверстиях.
2. Если распределение амплитуды поля имеет вид гауссовой кривой, изменяется только радиус кривизны волнового фронта и ширина распределения амплитуды, а не форма кривой.
3. Пример гауссова пучка может служить прекрасной интерпретацией дифракции как диффузии амплитуды (п. 1.3) поля вдоль волнового фронта по мере его распространения в среде.

## 2. Геометрия плоских волновых фронтов

В наших исследованиях мы оперируем двумя основными понятиями: 1) волновой (световой) фронт — прямая линия; 2) луч — прямая линия, перпендикулярная к линии волнового фронта, т. е. нормаль к линии фронта.

Таким образом, предлагаемые геометрические модели распространения волновых (световых) фронтов состоят только из прямых линий, точек пересечения линий и углов между этими линиями.

### 2.1. Бесконечно протяженный фронт

На рис. 4 приведено изображение плоского бесконечно длинного волнового фронта  $F$ .

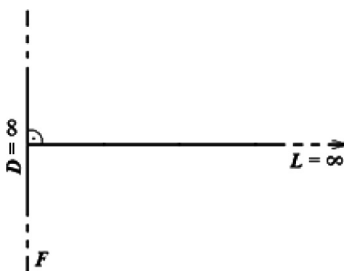


Рис. 4. Бесконечно длинный плоский волновой фронт

Фронт  $F$  распространяется вдоль луча  $L$ . Длина волнового фронта  $D = \infty$ , длина луча  $L = \infty$ , луч (нормаль) перпендикулярен плоскости фронта. Про-

странство считаем однородным. Поскольку  $D = \infty$ , то расходимость (уширение) светового пучка отсутствует вне зависимости от величины длины волны  $\lambda$ .

### 2.2. Фронт конечной длины

2.2.1. В предлагаемой модели мы рассматриваем параксиальный (гауссов) подход к исследованию световых пучков (п. 1.6).

Если волновой (световой) фронт  $F$  имеет конечную длину, т. е.  $D = d$ , то можно сделать допущение (постулат), что луч (нормаль), вдоль которого распространяется фронт, тоже имеет конечную длину  $l$ . В пределах расстояния  $l$  такая модель может описывать приближенно процесс распространения плоского фронта (рис. 5):

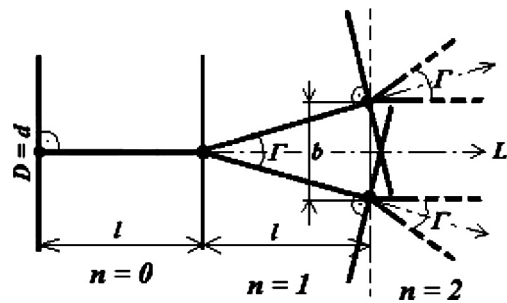


Рис. 5. Плоский волновой фронт конечной длины

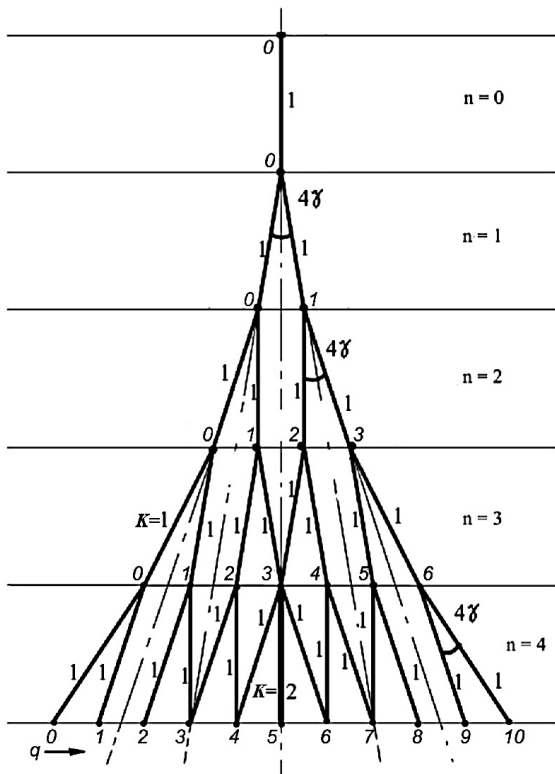
После прохождения расстояния  $l$  за некоторое время  $t$ , считаем (в нашей модели), что луч расщепляется симметрично надвое, вместо одного луча имеем два луча с малым углом  $\Gamma$  между ними. На рис. 5 показаны эти два луча, у каждого свой фронт. После прохода следующего расстояния  $l$  за некоторое время  $t$  лучи снова симметрично расщепляются надвое и т. д. В общем случае можно принять  $l \approx L/n$ .

Номера проходов лучей на рис. 5 обозначены  $n, n = 0, 1, 2 \dots$ . Начальный проход (без расщепления) будем считать нулевым ( $n = 0$ ). Вертикальная пунктирная линия на рис. 5, назовем эту линию *условным фронтом* (аналогичный вопрос исследовался в [21]), показывает примерное расположение фронтов после прохода  $n = 1$ . Расстояние между точками ветвления (точками пересечения) лучей с этой вертикальной линией равно  $b$  (по аналогии с п. 1.2). Поскольку угол  $\Gamma$  мал, то  $l \gg b, d \gg b$ .

В работах [11, 12, 24] мы исследовали ветвящиеся системы лучей, состоящие из групп лучей, соединенных в ломаные траектории, состоящие из звеньев.

На рис. 6 показана группа ветвящихся лучей  $K$ , наклоненных на углы  $\pm \frac{1}{2}k\Gamma$  к осевой линии, угол  $\Gamma = 4\gamma, k = 0, 1, 2 \dots$

После каждого прохода света  $n$  (рис. 6) лучи разветвляются надвое при пересечении линии условного



**Рис. 6.** Система лучей, наклоненных под углами  $\pm \frac{1}{2}k\Gamma = \pm 2k\gamma$  к вертикали. Лучи  $K$  и звенья  $N$  показаны сплошными линиями, оси симметрии — штрих-пунктирными линиями. Свет распространяется сверху вниз,  $n$  — номер прохода лучей,  $q$  — номера точек ветвления лучей. Расстояние между соседними точками ветвления равно  $b$

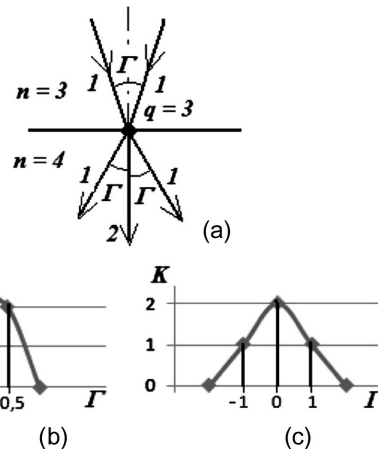
фронта. Распределение световой энергии, выходящей вдоль лучей, пропорционально количеству лучей. Первые три прохода энергия распределяется между лучами поровну. Часть лучей параллельны друг другу, т. е. наклонены на одинаковые углы. Лучи  $K$  распространяются вдоль звеньев  $N$ .

Начиная с четвертого прохода ( $n = 4$ ), некоторые лучи накладываются друг на друга, распределение энергии между лучами становится неравномерным. В общем случае число лучей  $K$  больше или равно числу звеньев  $N$ , т. е.  $K \geq N$ . На рис. 6 число лучей  $K$  помечено цифрами, а точки  $q$  ветвления лучей помечены курсивом.

На рис. 7 представлен пример распределения лучей, ветвящихся в точке  $q = 3$  между  $n = 3$  и  $n = 4$ .

На рис. 7а показаны лучи, входящие и выходящие из точки ветвления (эта же точка отмечена на рис. 6 между проходами  $n = 3$  и  $n = 4$  в центре рисунка). Угловое распределение числа лучей, входящих в точку ветвления — рис. 7б, выходящих — рис. 7с.

При увеличении числа проходов  $n$  число лучей, входящих и выходящих из точек ветвления, увели-



**Рис. 7.** Лучи, входящие и выходящие из точки ветвления  $q = 3$  (а), угловое распределение входящих (б) и выходящих (с) лучей

чивается, а форма огибающих углового распределения лучей (энергии, распространяющейся вдоль лучей) стремится к нормальному.

**2.2.2.** В работе [12] была рассмотрена система лучей, изображенная на рис. 6, и были проведены расчеты построения трехмерной и двумерных числовых таблиц, показывающих общее распределение всех лучей в пределах прохода  $n$ .

В настоящей работе мы приведем новые расчеты распределения входящих и выходящих лучей в точках их ветвления.

**2.2.3. Лучи, входящие в точки ветвления  $q$ .** Слои (двумерные таблицы) *нелинейной арифметической пирамиды первого вида*, предложенной в [12], представлены на рис. 8.

Численно угловое распределение лучей, входящих в точки ветвления  $q$ , показано в виде чисел, составляющих столбцы в прямоугольниках на рис. 8.

**Пример 1.** Угловое распределение входящих под углами  $\pm \Gamma/2$  в точку ветвления  $q = 3$  лучей, приведенное на рис. 7а, можно видеть на рис. 8 — столбец для  $[n = 3]$  — числа 0, 1, 1, 0 расположены в вертикальной рамке.

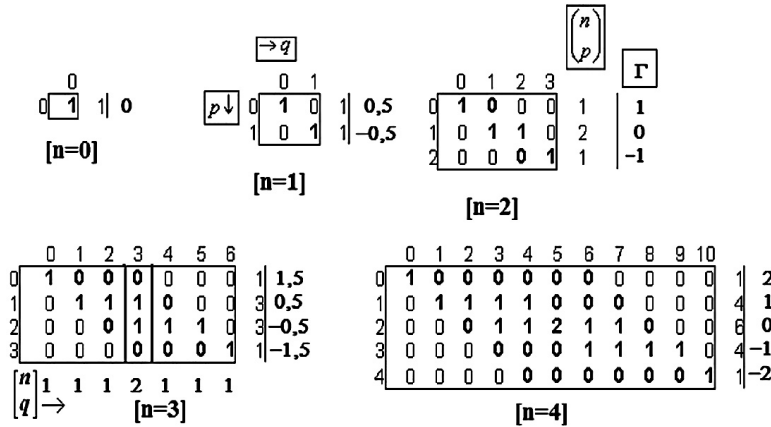
Правило последовательного заполнения числами наших таблиц (рис. 8) — слоев пирамиды, начиная с вершины:

$$\begin{bmatrix} n \\ p \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n-1 \\ p-1 \\ q-p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n-1 \\ p \\ q-p \end{bmatrix}. \tag{3}$$

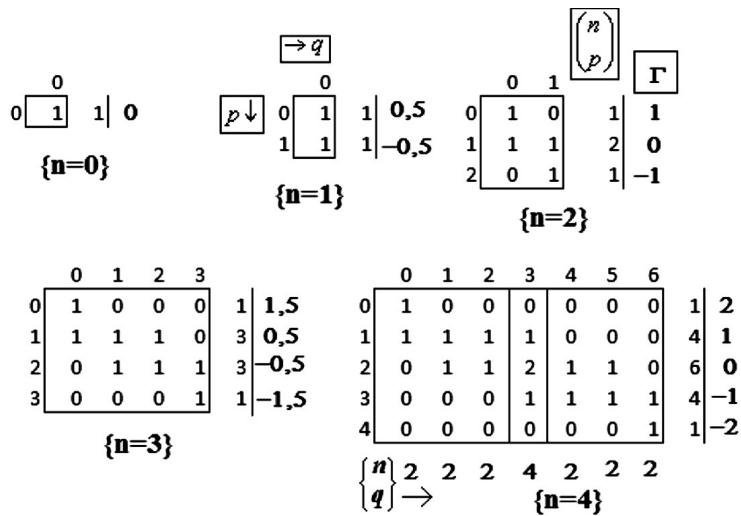
Подробно процесс заполнения этих таблиц (с примерами) показан в [12].

Угловое распределение входящих в точки ветвления лучей (рис. 6) при проходе  $n$ , т. е. число лучей под углами, кратными  $\pm \Gamma/2$  равно сумме чисел ряда  $p$  слоя  $n$  (на рис. 8 числа справа от рамки) выражается обычными биномиальными коэффициентами  $\binom{n}{p}$ .





**Рис. 8.** Распределение лучей, входящих в точки ветвления  $q$ . Слои нелинейной арифметической пирамиды для различных значений  $n$ .  $p$  — номера рядов, а  $q$  — номера столбцов для каждого из слоев. В первой колонке за пределами прямоугольников справа — суммы чисел рядов  $p$ , выражаемые обычными биномиальными коэффициентами  $\binom{n}{p}$ , во второй колонке справа приведены значения углов наклона лучей (рис. 6), кратные углам  $\pm\Gamma/2$ . Для  $[n = 3]$  показаны суммы чисел в вертикальных столбцах, выражаемые биномиальными коэффициентами вида  $\binom{n}{p}$  [12]. В столбцах (выделены жирным шрифтом) ряд чисел, наклоненных на  $45^\circ$  соответствует распределению лучей, выходящих из точек ветвления [12]



**Рис. 9.** Распределение лучей, выходящих из точек ветвления  $q$ . Слои нелинейной арифметической пирамиды для различных значений  $n$ .  $p$  — номера рядов, а  $q$  — номера столбцов для каждого из слоев. В первой колонке за пределами прямоугольников справа — суммы чисел рядов  $p$ , выражаемые обычными биномиальными коэффициентами  $\binom{n}{p}$ , во второй колонке справа приведены значения углов наклона лучей (рис. 6), кратные углам  $\pm\Gamma/2$ . Для  $\{n = 4\}$  показаны суммы чисел в вертикальных столбцах, выражаемые биномиальными коэффициентами вида  $\binom{n}{p}$  [12]

**2.2.4. Лучи, выходящие из точек ветвления  $q$ .**

Слои (двумерные таблицы) нелинейной арифметической пирамиды второго вида представлены на рис. 9.

Численно угловое распределение лучей, выходящих из точек ветвления  $q$ , показано в виде чисел, составляющих столбцы в прямоугольниках на рис. 9.

**Пример 2.** Угловое распределение лучей, выходящих под углами  $\pm\Gamma/2$  из точки ветвления  $q = 3$

лучей (приведено на рис. 7а, с) можно видеть на рис. 9 — столбец для  $\{n = 4\}$  — числа 0, 1, 2, 1, 0 расположены в вертикальной рамке.

Правило последовательного заполнения числами наших таблиц (рис. 9) — слоев пирамиды, начиная с вершины, по аналогии с выражением (3):

$$\begin{Bmatrix} n \\ p \\ q \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} n-1 \\ p-1 \\ q-p+1 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} n-1 \\ p \\ q-p \end{Bmatrix}. \tag{4}$$

Угловое распределение выходящих из точек ветвления лучей (рис. 6) при проходе  $n$ , т. е. число лучей под углами, кратными  $\pm\Gamma/2$ , равно сумме чисел ряда  $p$  слоя  $n$  (на рис. 9 числа справа от рамки), выражается обычными биномиальными коэффициентами  $\binom{n}{p}$ .

### 3. О схожести и различии моделей, описывающих распространения света

**3.1.** По п. 1.1: в наших лучевых исследованиях мы пользовались построениями только с помощью прямых линий и углов и не пользовались такими понятиями как кривые линии, окружности, площади, и т. д.

Такой подход, фактически основанный на подходе к рассмотрению дифракции как расщеплению, предложенный Гримальди в нашей модели (рис. 5–7), предполагает, что лучи могут многократно расщепляться и не всегда распространяться прямолинейно или по кратчайшему расстоянию.

**3.2.** В п. 1.2 отмечалось, что Гюйгенс описывает распространение волнового фронта с помощью суперпозиции элементарных волновых фронтов, исходящих из точек. В наших лучевых исследованиях мы использовали понятия параксиальных лучей, входящих и исходящих из точек их ветвления (рис. 5–7). Причем мы предполагаем, что процесс ветвления лучей имеет место в нашей модели, в том случае если волновой фронт имеет конечную длину (рис. 5).

**3.3.** В п. 1.3 отмечалось, что Юнг ввел принцип диффузии «расплывания» амплитуды колебаний вдоль волнового фронта, т. е. поперек лучей. Из наших геометрических построений также наглядно виден (рис. 6) процесс «диффузии» [7, 20, 22] световых лучей вдоль волнового фронта по мере распространения света.

**3.4.** В п. 1.4 была описана гипотеза Френеля, объясняющая элементарные вторичные волны Гюйгенса с помощью окружностей, составленных из «линий», имеющих неодинаковую толщину (рис. 2). Наши исследования показали, что можно использовать простейшие геометрические объекты — прямые линии, входящие и исходящие из точек ветвления, для аналогичного описания процесса распространения света (рис. 5–7).

**3.5.** По п. 1.5: исследования Фраунгофера относятся к изучению свойств параллельных лучей. Наши геометрические построения тоже исследуют свойства фактически параллельных лучей, т. к. мы используем параксиальное или гауссово приближение.

**3.6.** По п. 1.6: Рассмотрение нашей наглядной геометрической модели с биномиальными коэффициентами вида  $\left[ \begin{matrix} n \\ q \end{matrix} \right]$  и  $\left\{ \begin{matrix} n \\ q \end{matrix} \right\}$  [12, 14], а также исследование распределений лучей, входящих и выходящих из

точек (рис. 7), иллюстрирует многообразие геометрических моделей, приводящих к гауссову (нормальному) распределению.

**3.7.** В работе [10] для характеристики лазерного «квазирезонатора» [11] было предложено безразмерное геометрическое (механическое) число  $m = D/4\gamma L$  по аналогии с волновым числом Френеля  $F = 4D^2/L\lambda$  [4], где  $D$  — апертура лазера, т. е. ширина волнового фронта, угол  $\gamma = \Gamma/4$  и  $L$  — длина лазерного резонатора. Можно найти соответствие между числами  $m$  и  $F$ , если принять  $\Gamma = 4\gamma \sim \lambda/D$ , тогда  $m \sim F/4 = D^2/\lambda L$ . Поэтому можно найти соответствие и между двумя парами ортогональных отрезков (рис. 5): длиной волнового фронта  $D$  и длиной луча  $l$ , а также длиной волны (распространяющейся вдоль лучей)  $\lambda$  и расстоянием  $b$  между точками ветвления лучей: Обобщенное выражение (1) тогда запишем как:

$$\theta_D \approx \frac{\lambda}{D} \approx \frac{b}{l} \approx \Gamma. \quad (5)$$

### Заключение

В настоящей работе мы выявили общие закономерности и дали наглядную геометрическую интерпретацию волновой и лучевой теорий света и элементарных волн Гюйгенса—Френеля, рассматривая геометрические свойства всего одной фигуры, изображенной на рис. 6. Эта фигура может быть и трехмерной [21], однако в ее основе лежат только тонкие линии, безразмерные точки и малые углы. Наша простая и наглядная модель работает в параксиальном (гауссовом) приближении подходит для описания особенностей распространения узконаправленных гауссовых пучков лазера.

Эта модель, приводящая к гауссову распределению, также может быть использована не только для наглядной геометрической интерпретации распространения света в среде, содержащей рассеивающие центры [11], но и для интерпретации движения тел в средах, содержащих малые, равномерно распределенные неоднородности примерно одинакового размера. Например, для описания возможных траекторий движения стрелы, выпущенной из лука в дождь, траекторий движения бура при бурении глубоких скважин и т. п.

К достоинствам предложенной геометрической модели можно отнести наглядность, простоту расчетов, системную связь с известными и новыми [5, 12, 13] математическими соотношениями (нормальное распределение, биномиальные формулы, двоичная система счисления, арифметические треугольники различных типов и др.), историческую преемственность с идеями Гримальди, впервые объяснившего дифракцию (разделение надвое) как процесс расщепления света. К сожалению, наша модель, как и лю-

бая другая, не может претендовать на описание всего многообразия световых и других физических явлений, однако способствует их пониманию во всей глубине и многообразии.

### Благодарности

Автор выражает благодарность д. ф.-м. н, проф. Э. Э. Шнолю и д. ф.-м. н, проф. В. Г. Михалевичу за прочтение рукописи и ряд полезных замечаний, высказанных при подготовке этой работы.

### Литература

1. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1970.
2. Бюллер В. Гаусс. М.: Наука, 1989. С. 149, 199.
3. Гинзбург В. Л. О некоторых успехах физики и астрономии за последние три года // УФН, 2002. Т. 172. С. 213.
4. Звельо О. Принципы лазеров. М.: Мир, 1990. С. 21, 192.
5. Колмогоров А. Н., Журбенко И. Г., Прохоров А. В. Введение в теорию вероятностей. М.: Наука, 1995.
6. Ландсберг Г. С. Оптика. М. Наука, 1976. С. 13–20, 150–186, 272–274.
7. Малюжинец Г. Д. Развитие представлений о явлениях дифракции (к 130-летию со дня смерти Томаса Юнга) // УФН, 1959. Т. 69. С. 321.
8. Секей Г. Парадоксы в теории вероятностей и математической статистике. М. Мир, 1990.
9. Харари Ф. Теория графов. М. Мир, 1973.
10. Юркин А. В. О возможности уменьшения расходимости лазера // Квантовая электроника, 1991. Т. 18. С. 1209.
11. Юркин А. В. Квазирезонатор — новая интерпретация рассеяния в лазере // Квантовая электроника, 1994. Т. 21. С. 385.
12. Юркин А. В. Система лучей в лазерах, нелинейная арифметическая пирамида и нелинейные арифметические треугольники // Тр. Института системного анализа РАН, 2008. Т. 32 (2). С. 99.
13. Юркин А. В. Траектории лучей и алгоритм вычисления биномиальных коэффициентов нового вида // Тр. Института системного анализа РАН, 2009. Т. 42 (1). С. 66.
14. Юркин А. В. О биномиальном распределении второго (нелинейного) вида для больших степеней бинома // Тр. Института системного анализа РАН, 2010. Т. 49 (1). С. 210.
15. Юркин А. В. Траектории лучей, биномиальные коэффициенты нового вида и двоичная система счисления // Компьютерные исследования и моделирование, 2010. Т. 2. № 4. С. 359.
16. Юркин А. В. О соответствии систем геометрических и арифметических треугольников // Тр. Института системного анализа РАН, 2010. Т. 53 (3). С. 117–125.
17. Francesco Maria Grimaldi // Catholic Encyclopaedia <http://www.newadvent.org/cathen/>
18. Leonov V. S. Quantum Energetics. Cambridge International Science Publishing, 2009.
19. Leonov V. S. Preface to Quantum Energetics. Vol. 1. Theory of Superunification. Cambridge International Science Publishing, 2010.
20. Mensky M. B., Yurkin A. V. The ‘diffusion’ of light and angular distribution in the laser equipped with a multilobe mirror // Тр. Института системного анализа РАН, 2008. Т. 32 (2). С. 113.
21. Popyrin S. L., Sokolov I. V., Yurkin A. V. Three-dimensional geometrical analysis and the characteristics of laser generation in a multilobe mirror cavity // Optics Communications, 1999. V. 164. P. 297.
22. Rubinowicz. Thomas Young and Theory of Diffraction // Nature, 1957. V. 180. P. 160–162.
23. Sloane N. J. A., Plouffe S. The Encyclopedia of Integer Sequences. New York: Academic Press, 1995. <http://oeis.org/Seis.html>. Последовательности A053632, A063746, A128084, A162499 и др.
24. Yurkin A. V. System of rays in lasers and a new feasibility of light coherence Control // Optics Communications. 1995. V. 114. P. 393.

**Юркин Александр Владимирович.** С. н. с. ИОФ РАН. К. ф.-м. н. Окончил Мурманское высшее инженерное морское училище в 1980 г. Количество печатных работ: более 36. Область научных интересов: история науки, физика, математика, химия, технические науки. E-mail: alvl1yurkin@rambler.ru