Дискуссии

Исследование устойчивости удаленных от Солнца траекторий зондов Voyager-1, 2 и обоснование аномального их движения*

Э. Р. Смольяков

Аннотация. Проведено исследование устойчивости движения некоторых орбит в центральном гравитационном поле, выполненное в связи с наблюдаемым и удовлетворительно не объясненным в рамках ньютоновской механики аномальным движением космических зондов Voyager и Pioneer, покидающих солнечную систему.

Ключевые слова: *устойчивость траекторий, аномальное движение космических зондов.*

Уже 36-й год американские зонды Voyager-1 и Voyager-2 летят к звездам, сохраняя работоспособность почти всей своей научной аппаратуры. Однако после того, как они удалились от планет солнечной системы в разные стороны от плоскости эклиптики, их движение стало замедляться в большей мере, чем это предписывается законами гравитационного тяготения. И это замедление не может быть объяснено никакими известными на сегодня действующими силами в космическом пространстве, порождаемыми, например, «солнечным ветром», космическим излучением и другими известными факторами. Поскольку внутри солнечной системы (вплоть до внешней границы гелиопаузы) силовое воздействие на зонды Voyager солнечного ветра, «дующего» в попутном с зондами направлении, существенно превосходит встречное воздействие космического излучения (причем это имеет место вплоть до сегодняшнего дня), то именно солнечный ветер и задает суммарную силу, которая в наибольшей мере возмущает силу гравитационного тяготения. Но эта суммарная возмущающая сила не затормаживает движение зондов, а, наоборот, ускоряет их движение от солнца, так что реально наблюдаемый эффект затормаживания, существование которого мы доказываем ниже, не может в данном случае вызываться какими-либо из хорошо известных возмущающих сил.

Заметим, что благодаря этим зондам было получено большое количество новой информации о больших планетах солнечной системы — Юпитере, Сатурне, Уране и Нептуне и обнаружено большое число неизвестных до сих пор их спутников. Первоначально планировалось с их помощью изучить поверхность Юритера и Сатурна и их спутников. Но поскольку энергосистемы этих зондов и их научное оборудование выявили огромный запас своих возможностей, то было принято решение видоизменить первоначальную программу исследований, тем более что в конце 70-х и начале 80-х годов XX века имело место благоприятное расположение всех больших далеких планет солнечной системы, случающееся раз в 175 лет. Поэтому траекторию зонда Voyager-2 (с помощью бортовых двигателей и гравитационных маневров) видоизменили так, чтобы он смог пройти вблизи всех больших планет, а траекторию зонда Voyager-1 рассчитали так, чтобы она прошла вблизи Юпитера и Сатурна и за счет гравитационного маневра вблизи Сатурна обеспечила близкий пролет около его спутника Титана, выйдя, однако, в результате этого маневра из плоскости эклиптики под углом 38^o в северное полупространство, где нет планет. А Voyager-2 после подобного же маневра около Сатурна был направлен к Урану, а за-

* Работа выполнена при поддержке Программы фундаментальных исследований ОНИТС РАН и РФФИ (проект № 12–01–00961-а).

тем к Нептуну, около которого он совершил свой заключительный гравитационный маневр, позволивший ему сблизиться со спутником Урана Тритоном и после этого выйти из плоскости эклиптики под углом -48^o в южную небесную полусферу.

В настоящее время эти зонды находятся на границе солнечной системы в области, называемой гелиопаузой, где солнечный ветер сталкивается со встречным космическим ветром — космическим излучением и межзвездным газом. И предполагается, что, возможно, уже в 2013 году, по крайней мере, зонд Voyager-1 войдет в межзвездную среду, где влияние Солнца по существу не станет проявляться.

Заметим, что диаметр параболической антенны зондов Voyager составляет 3,5 м, и своей вогнутой частью она обращена к солнцу в течение всего их 35-летнего полета, т. е. играет роль превосходного паруса при движении в направлении от солнца. Более того, на зондах Voyager имеется еще и дополнительный парус гораздо большего размера, а именно: полимерное полотно размером около 100 м^2. Предполагалось, что этот солнечный парус позволит зондам не только полностью исключить затормаживание их движения вследствие притяжения солнца, но даже увеличивать скорость их полета при движении в солнечной системе. Именно так и случилось. Однако расчет траектории, например зонда Voyager-1, в гравитационном поле без учета возмущающих сил (т. е. с учетом только гравитационных сил) и сравнение этой траектории с реализовавшейся в результате 35-летнего полета траекторией показали, что, несмотря на существенное ускорение движения за счет солнечного ветра, зонд сейчас находится ближе к солнцу, чем он должен был бы находиться в отсутствие солнечного ветра. Поэтому прежде всего мы продемонстрируем, что некоторая странная непредвиденная заторможенность движения зондов действительно имеет место.

1 сентября 2012 года в 20 часов 00 минут по московскому времени Voyager-1 находился от солнца на расстоянии 18 209 919 000 км, а 28 декабря 2012 года в 19 часов 56 минут — на расстоянии 18 382 945 000 км, пролетев, таким образом, реальное расстояние 173 026 000 км за время $\Delta t = 10\,194\,969$ секунд. Причем в конце декабря его реальная (радиальная, т. е. вдоль радиуса к солнцу) скорость относительно солнца составляла 16,97102 км/с.

Подсчитаем теперь радиальное ускорение $\ddot{r}^N$, которое действовало на Voyager-1 согласно закону гравитационного тяготения Ньютона в рассматриваемые нами моменты в сентябре и декабре 2012 года:

$$\ddot{r}^N(1.09.2012) = \frac{GM}{r^2} = \frac{6{,}672 \cdot 10^{-8} \cdot 1{,}9927 \cdot 10^{33}}{(1{,}8209858)^2 \cdot 10^{30}} = \\ = 4{,}00945 \cdot 10^{-5} \text{см/с}^2,$$

$$\ddot{r}^N(28.12.2012) = \frac{6{,}672 \cdot 10^{-8} \cdot 1{,}9927 \cdot 10^{33}}{(1{,}8382945)^2 \cdot 10^{30}} = \\ = 3{,}9343 \cdot 10^{-5} \text{см/с}^2,$$

где G — гравитационная постоянная, а M — масса солнечной системы.

Так как за четыре месяца полета радиальное ускорение гравитационного притяжения изменилось пренебрежимо мало (на величину второго порядка малости), то расчет изменения радиальной скорости за этот период вполне допустимо провести в линейном приближении, т. е. по формуле $\Delta\dot{r} = \ddot{r}\Delta t$, взяв среднее значение $\ddot{r}$ из полученных выше двух крайних значений, что дает $\Delta\dot{r} = 4{,}05$ м/с.

Таким образом, получаем, что за четыре рассмотренных месяца полета радиальная скорость полета (относительно центра солнца) в гравитационном поле в отсутствие каких-либо возмущений должна была бы измениться на $\approx$ 4 м/с. А следовательно, 1 сентября 2012 года она должна была бы быть равной 16,975 км/с, а в середине рассматриваемого интервала равной 16, 973 км/с. Отсюда следует, что изменение расстояния до солнца под влиянием только гравитационного поля за рассматриваемые четыре месяца должно составлять 16,973 $\cdot$ 10 194 969 = 173 039 050 км, что на Δr =13 050 км больше, чем реальное расстояние 173 026 000 км, которое пролетел за это время Voyager-1, подвергаясь весьма серьезному ускорению за счет солнечного ветра. Так что реально имевшая место заторможенность его движения за эти четыре месяца должна быть существенно больше, чем 13 050 км.

Так как до сих пор не получено удовлетворительного объяснения имеющему место эффекту затормаживания движения зондов, мы предлагаем математическое обоснование высказанной в заметке [1] и в [4, с. 84] причины этой аномальности, опирающееся на проведенный ниже анализ устойчивости классических и неклассических траекторий в гравитационном поле на больших удалениях от центра тяготения.

Поскольку зонды сейчас находятся на расстоянии около 20 миллиардов километров (т. е. на расстоянии более чем в десять тысяч раз превышающем диаметр Солнца, наблюдаемого сейчас от них как яркая звездочка) и поскольку начинали они свое движение относительно близко от Солнца по сравнению с 20 миллиардами километров), то в настоящее время касательная к траектории движения каждого из них с удовлетворительной точностью совпадает с направлением прямой, соединяющей их с центром тяготения солнечной системы (который вполне допустимо считать размещенным в центре Солнца, поскольку масса солнца составляет 99,866 % от массы всей солнечной системы).

Так что вполне допустимо, без существенной потери в точности приводимых ниже расчетов, считать, что в настоящее время эти зонды движутся по прямым, соединяющим их с центром Солнца, а следовательно, вместо расчетов на основании весьма сложного классического (ньютоновского) уравнения движения в центральном гравитационном поле [2, с. 417]

$$r^2\ddot{\mathbf{r}} = GM\frac{\mathbf{r}}{r} \tag{1}$$

где G — гравитационная постоянная ($G < 0$), M — масса солнечной системы, а $\mathbf{r}$ — радиус-вектор положения зонда относительно центра масс солнечной системы, можно воспользоваться на больших расстояниях от центра тяготения следующим классическим уравнением Ньютона, описывающим движение вдоль радиуса [2, с. 507]:

$$r^2\ddot{r} = GM. \tag{2}$$

Аналогичным образом мы используем решения неизвестного до сих пор следующего уравнения движения вдоль радиуса в центральном гравитационном поле [3; 4 с. 45]:

$$\dot{r}^4 = (GM)\ddot{r}. \tag{3}$$

являющегося частным случаем следующего векторного уравнения [4, с. 53]:

$$GMr\ddot{\mathbf{r}} = \dot{r}^4\mathbf{r}. \tag{4}$$

В [3, 4] доказывается, что в гравитационных полях уравнения (1) и (4) (или, в частном случае, уравнения (2) и (3)) существуют или не существуют только вместе (они — неразделимая пара). Но если уже известно, что классические уравнения (1) и (2) реально описывают все известные нам на сегодня движения в гравитационных полях, то необходимо при каких-то условиях должны реализовываться и уравнения (3) и (4), выражающие собой следующий закон [3; 4, с. 50] "Инерциальное ускорение тела в центральном гравитационном поле пропорционально четвертой степени от его скорости и обратно пропорционально массе центра гравитации". Ограниченные возможности реализации этого неизвестного нам закона, как показывается ниже, связаны с тем фактом, что траектории уравнений (3) и (4) существенно менее устойчивы, чем классические орбиты уравнений (1) и (2).

Исследуем устойчивость орбит уравнений (2) и (3), аппроксимирующих со со вполне приемлемой точностью движение, соответственно, по уравнениям (1) и (4) на достаточно больших расстояниях от центра тяготения.

Введем обозначение $(GM) = -\mu$ (где $\mu > 0$), используемое в небесной механике [2, 6], и найдем вариацию (линеаризацию) уравнения (1) (относительно некоторого его решения):

$$\delta\ddot{r}r^2 + 2\ddot{r}r\delta r = 0. \tag{5}$$

Вводя ради удобства обозначение $\delta r \overset{\triangle}{=} y_1$ и переписывая уравнение второго порядка (5) в виде системы уравнений первого порядка, получаем следующую систему двух линейных уравнений, описывающих отклонения от любого выбранного номинального решения уравнения (2):

$$\dot{y}_1 = y_2, \quad \dot{y}_2 = -2y_1\frac{\ddot{r}}{r}. \tag{6}$$

Устойчивость нулевого решения $y = (y_1, y_2) = 0$ уравнений (6) определяет (в первом приближении) устойчивость некоторого рассматриваемого решения уравнения (2). Согласно теоремам Ляпунова [5, с. 98–103] необходимо найти корни характеристического уравнения

$$\Delta = \begin{bmatrix} -\lambda & 1 \\ -2\dfrac{\ddot{r}}{r} & -\lambda \end{bmatrix} = 0, \tag{7}$$

т. е. уравнения $\lambda^2 + 2\ddot{r}/r = 0$. Очевидно, $\lambda_{1,2} = \pm\sqrt{\dfrac{-2\ddot{r}}{r}} = \pm\sqrt{\dfrac{2\mu}{r^3}}$. Получаем, что оба корня вещественны и разного знака. Согласно теореме Ляпунова, "если среди корней характеристического уравнения найдется хотя бы один с положительной вещественной частью, то невозмущенное движение неустойчиво независимо от членов выше первого порядка малости", [5, с. 103]. Таким образом, любые движения по уравнению (2) (или по уравнению (1) на очень больших расстояниях от центра тяготения, исключая круговые орбиты) неустойчивы относительно r и $\dot{r}$. Однако они устойчивы относительно классических элементов своей орбиты [6, с. 79].

Обратимся теперь к исследованию устойчивости движения, описываемого уравнениями (3) и (4). По аналогии найдем уравнение в вариациях для уравнения (3). При прежних обозначениях получаем следующие уравнения возмущенного движения

$$\dot{y}_1 = y_2, \quad \dot{y}_2 = -4\dot{r}^3y_2/\mu. \tag{8}$$

Характеристическое уравнение

$$\Delta = \begin{bmatrix} -\lambda & 1 \\ 0 & -4\dot{r}^3/\mu - \lambda \end{bmatrix} \tag{9}$$

приводит к вещественным корням $\lambda_1 = 0, \lambda_2 = -4\dot{r}^3/\mu$, первый из которых равен нулю, а второй отрицателен только в случае $\dot{r} > 0$ (т. е. только в случае движения к центру тяготения). Поскольку существование нулевого корня не позволяет сделать какого-либо заключения об устойчивости или неустойчивости решений уравнения (3), представляющих собой следующие параболические траектории [3; 4, с. 46]:

$$r = -\frac{GM}{2}\left\{\left[\left(\frac{-2r_0}{GM} - 2C_1\right)^{\frac{3}{2}} \pm \right.\right.$$
$$\left.\left. \pm \frac{3}{GM}(t - t_0)\right]^{\frac{2}{3}} + 2C_1\right\}, \quad (10)$$

то остается возможность найти решение уравнений в вариациях (8), подставив в эти последние решение (10), и непосредственно выяснить устойчиво или неустойчиво нулевое решение уравнений (8).

Подставляя решение (10) в систему (8), приводим эту последнюю к виду

$$\dot{y}_1 = y_2, \quad \dot{y}_2 = \frac{\pm 4y_2}{\mu\left[\frac{1}{\dot{r}_0^3} \pm \frac{3}{(-\mu)}(t - t_0)\right]}. \quad (11)$$

Уравнения (11) имеют следующие решения:

$$y_2(t) = \pm y_2^0\left[\frac{1}{\dot{r}_0^3\left(\frac{1}{\dot{r}_0^3} \pm \frac{3(t_0 - t)}{\mu}\right)}\right]^{4/3}, \quad (12)$$

$$y_1(t) = \frac{\mu y_2^0}{\dot{r}_0^4}\left[\frac{1}{\left(\frac{1}{\dot{r}_0^3} \pm \frac{3(t_0 - t)}{\mu}\right)^{1/3}} - \dot{r}_0\right]. \quad (13)$$

Очевидно, $y_2(t) \to 0$ при $t \to \infty$, а $y_1(t) \to$ $\to -\frac{\mu y_2^0}{\dot{r}_0^3}$. Это указывает лишь на неасимптотическую устойчивость орбит (10) по отношению к паре $(r, \dot{r})$, но не обеспечивает устойчивости по отношению к параметрам орбит уравнений (3) и (4).

Если учесть, что все классические орбиты устойчивы по отношению к своим орбитальным элементам (см., например, [6, с. 79]), и принять во внимание, что орбиты уравнений (3) и (4) менее устойчивы, то можно ожидать, что движение по этим последним реализуется лишь эпизодически. Учитывая, что любая орбита из классического семейства орбит уравнения (1) не только пересекается с бесконечным множеством орбит из семейства орбит уравнения (4) (в частности, — с параболическими орбитами (10)), но и может иметь большое число касательных контактов с ними (с одинаковым значением $\mathbf{r}$ и $\dot{\mathbf{r}}$ в точках контакта), то не исключена возможность взаимного перехода зондов (под влиянием очень малых возмущений или даже в их отсутствие) с орбит одного семейства на орбиты другого семейства. Так что на одних участках своей траектории зонд может двигаться по ньютоновской (гиперболической) орбите, а на других участках — по экзотическим орбитам уравнения (4), причем подобная комбинированная траектория должна, скорее, походить на слабо возмущенную классическую орбиту с заторможенной скоростью движения, поскольку сила тяготения F на экзотических орбитах типа (10) существенно выше, чем на классических орбитах, как это продемонстрировано в [1] расчетами действующих сил (F) на траекториях уравнений, соответственно, (2) и (3) для зондов Voyager-1 и Voyager-2 на очень больших удалениях от солнца. Эти силы рассчитываются по формулам:

$$F^{(2)} = \frac{GMm}{r^2}, \quad F^{(3)} = \frac{\dot{r}^4}{G}\frac{m}{M}, \quad (14)$$

где $G = 6{,}672 \cdot 10^{-8}$ см/(г с^2) — гравитационная постоянная, $m = 7{,}22 \cdot 10^5$ г — масса каждого из зондов Voyager, а $M = 1{,}9927 \cdot 10^{33}$ г — масса всей солнечной системы.

В [4, с. 84] было показано, а в [1] продемонстрировано численно, что тела, летящие в центральном гравитационном поле с большими скоростями по орбитам уравнения (4) на большом удалении от центра тяготения подвергаются существенно большему силовому воздействию, чем на классических гиперболических орбитах. Учитывая указанную выше принципиальную возможность перехода зондов в процессе полета с орбит уравнения (1) на орбиты уравнения (4) (и обратно) и бóльшую устойчивость движения (1) по сравнению с движением (4), можно предположить, что бóльшую часть времени полета вдали от солнца зонды движутся по ньютоновским гиперболическим орбитам и существенно меньшую часть времени — по экзотическим орбитам уравнения (4), а в целом, на достаточно больших участках их траектории оказываются комбинированными, составленными из чередующихся участков движения по уравнениям (1) и (4), причем с существенным преобладанием участков движения по уравнению (1).

Уместно отметить также, что уравнение (4) (и (3)) теоретически может предотвратить выход любого тела массой m из гравитационного поля центра тяготения M ($M \gg m$), поскольку величина (по модулю) отрицательного ускорения на траекториях уравнения (4) при больших скоростях движения и на большом удалении от центра тяготения во много раз больше, чем на ньютоновских траекториях. А следовательно, если даже траектории зондов Voyager и Pioneer кратковременно, эпизодически включают в себя участки орбит уравнения (4), то зонды могут никогда не долететь до звезд. Более того, не исключена даже возможность возвращения их к солнцу.

Осенью 2012 года некоторые американские ученые (например, Robert Decker и некоторые его коллеги из Университета прикладной физики им. Джонса Хопкинга) усомнились (не предоставив, однако, никаких серьезных оснований для этого) в том, что зонд Voyager-1 когда-либо долетит до звезд, предположив, что зонд может перейти с гиперболической на эллиптическую орбиту и вернуться к солнцу через 40–50 лет. Покажем, что в настоящее время орбита этого зонда является явно гиперболической. Чтобы доказать это, достаточно найти скорость, которая должна была бы быть хотя бы на классической параболической орбите на том удалении от солнца, на котором сейчас находится Voyager-1. В том приближении, в котором проведены все расчеты выше (т. е. в предположении, что траекторию движения зонда Voyager-1 сейчас можно считать приблизительно совпадающей с траекторией движения строго от солнца, т. е. вдоль радиуса), подобная вырожденная классическая параболическая орбита (определяющая движение вдоль радиуса) в центральном гравитационном поле задается уравнением (см. уравнение (10.76) на с. 509 в [2]):

$$r = \left[r_0^{3/2} \pm 3\sqrt{\frac{\mu}{2}}(t - t_0) \right]^{2/3}, \qquad (15)$$

где $\mu = -GM > 0$, M — это масса всей солнечной системы.

Отсюда (для случая покидания зондом солнечной системы) получаем следующее выражение для скорости движения по этой (вдоль радиуса) параболической орбите (аппроксимирующей на большом удалении от солнца в удовлетворительном приближении реальную параболическую орбиту):

$$\dot{r} = \sqrt{2\mu} \left[r_0^{3/2} + 3\sqrt{\frac{\mu}{2}}(t - t_0) \right]^{-1/3}. \qquad (16)$$

Принимая за момент t_0 время 28.12.2012 г. в 19 часов 56 минут, когда Voyager-1 находился от центра солнца на расстоянии $r_0 = 18\ 382\ 845\ 000$ км, получаем из формулы (16), что скорость $\dot{r}_0$ в момент $t = t_0$ в точке этой орбиты, удаленной от солнца на расстояние r_0, должна быть следующей:

$$\dot{r}_0 = \sqrt{\frac{2GM}{r_0}} = 3{,}8\text{км/с}. \qquad (17)$$

В то же время реальная радиальная скорость зонда Voyager-1 на указанный момент составляла $\dot{r}_0 = 16{,}971$ км/с, т. е. приблизительно вчетверо превосходила возможную на этом расстоянии от солнца параболическую скорость, а следовательно, была явно гиперболической, и ни о каком переходе Voyager-1 на эллиптическую орбиту в настоящее время не может быть и речи. Однако когда-нибудь в будущем, если его траектория будет включать в себя даже небольшие участки орбит уравнения (4), то его переход на эллиптическую орбиту и возвращение к солнцу может стать реальностью.

Литература

1. *Смольяков Э. Р.* Возможное обоснование торможения межпланетных зондов Pioneer и Voyager на границе солнечной системы // Труды ИСА РАН. 2012. Т. 62. Вып. 4. С. 129–132.
2. *Дубошин Г. Н.* Небесная механика. Основные задачи и методы. М.: Наука. 1968.
3. *Смольяков Э. Р.* Методы поиска дифференциальных уравнений произвольных динамических процессов // Дифференц. уравнения. 2009. Т. 45. № 12. С. 1704–1715.
4. *Смольяков Э. Р.* Теория поиска точных уравнений и законов движения. М.: Русская энциклопедия. 2012.
5. *Меркин Д. Р.* Введение в теорию устойчивости движения. М.: Наука. 1987.
6. *Дубошин Г. Н.* Небесная механика. Аналитические и качественные методы. М.: Наука. 1964.

Смольяков Эдуард Римович. Профессор МГУ. Д. ф. -м. н. Окончил в 1962 г. МФТИ. Количество печатных работ: более 236, в т. ч. 14 монографий. Область научных интересов: теория конфликтов и игр, оптимальное управление, теоретическая физика, философия эзотеризма. E-mail: ser-math@rambler.ru