Многокритериальная оценка оптимальной величины импортной пошлины*

В. Д. Ногин, А. В. Прасолов

Аннотация. В работе формулируется несколько задач оценки оптимальной импортной пошлины с точки зрения выгод страны и импортера, которым считается остальной мир. Рассматривается один товар, который ввозится в страну, где он может производиться в некоторых количествах. Страна заинтересована в собираемых налогах при внутреннем производстве товара, в таможенных платежах и в увеличении рабочих мест. Импортер заинтересован в доходах от торговли. Математически проблема сводится к оценке множества Парето по трем критериям, которое является основой окончательного принятия решений о величине пошлины со стороны правительства страны и об объеме импорта со стороны импортера. В работе предложен конструктивный метод вычисления множества Парето для рассматриваемых задач. Примеры выполнены для случая трех целевых функций от двух переменных, описывающих стратегии поведения. Поскольку слишком широкие возможности выбора оптимального решения приводят к сложным и долгим переговорам, в работе предлагается метод сужения множества Парето, основанный на получении дополнительной информации о предпочтениях экономических агентов (правительства и импортера).

Ключевые слова: *международная торговля, импорт, оптимальные цены, парето-оптимальность, множество компромиссов.*

Введение

Протекционизм как инструмент торговой политики остается востребованным в межгосударственных отношениях, несмотря на активные действия сначала ГАТТ, а теперь — ВТО. Достаточно вспомнить длящуюся почти 20 лет «банановую войну» между США и ЕС, в которой американские поставщики бананов из Латинской Америки на европейские рынки были встречены огромными импортными пошлинами, поскольку ЕС предпочитает экспортеров из Африки и Океании. Только в последнее время ВТО договорилась о некотором снижении пошлины, но не о полном освобождении американского импорта. В свою очередь правительство США ограничило ввоз вин, сыров, электроприборов и других товаров из Европы. В прошлом году, в период кризиса, США ввели антидемпинговые пошлины в отношении китайских шин, труб для нефтяных бурильных установок, медной фольги, в 2010 году — в отношении подарочных упаковок китайского производства. Китай в свою очередь в феврале 2010 года объявил об антидемпинговых мерах в отношении американской курятины. Список товаров, на которые Россия устанавливает ограничения, составляет сотни наименований. Таким образом, количественный анализ торговых войн является актуальной и современной задачей, хотя первые работы по оптимизации таможенного тарифа относятся к концу XIX века. Упомянем имена Менделеева, Эджворта, Бикердайка [1–3]. Публикации продолжаются и в настоящее время (например, [4–8]) с еще большей активностью.

Учебники по международной торговле и микроэкономическому анализу [9–11] как правило рассматривают оптимальный импортный тариф для разных экономических ситуаций по-разному. Выделяют случай торговли малой страны с остальным миром, монопольного и олигопольного ценообразования, взаимозависимого обмена товарами и т. п. Но почти всегда в работах внимание сосредотачивается на числовом значении оптимального импортного тарифа и, как следствие, вычисляются объемы импорта. Такой подход неизбежно влечет применение различных форм свертки функционалов или применение теоретико-игровых методов [12–15]. В данной работе экономические агенты (правитель-

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 11-07-00449). Классификация JEL: C63; F55.

ство страны-потребителя и импортер совместно со своим правительством) имеют по несколько целевых функций, чьи экстремальные значения определяют окончательное решение задачи.

Хотя всем известны отрицательные и положительные стороны протекционистских решений, правительства стран проводят торговую политику, обеспечивающую определенные собственные интересы. Так, в «банановой войне» на американское правительство воздействовало лобби компаний Dole, Chiquita, DelMonte, а европейские страны поддерживали экономики своих бывших колоний в Африке, на Карибах и стран Тихоокеанского региона. Целью введения импортных пошлин может быть увеличение числа рабочих мест, повышение конкурентоспособности в отрасли или получение дополнительных средств для бюджета страны. По форме ограничение на торговлю может выражаться в тарифном и нетарифном квотировании импорта, установлении санитарных или иных норм. Вслед за введением протекционистских ограничений страна, на которую эти ограничения направлены, пытается провести ответные меры, еще более затрудняющие торговые сношения между государствами и бизнес внутри стран. Поиск договоренностей между конфликтующими странами может длиться годами. Он отвлекает огромные материальные и человеческие ресурсы. В конечном итоге обычно находится некоторое количественное решение торгового конфликта, выраженное либо умеренными пошлинами, либо разумными квотами. Однако чем больше вариантов таких решений, тем дольше идут переговоры о принятии наилучшего из них. Поэтому задача уменьшения числа возможных решений в конфликтах и сужения поля потенциально оптимальных стратегий является весьма актуальной. Привлечение математического аппарата разворачивает проблему в формальное русло, позволяет снимать политическую напряженность в поисках оптимальных решений для всех участников торгового конфликта.

1. Задача многокритериального выбора и принцип Парето

Пусть в экономике действуют несколько участников, у каждого из которых имеются свои целевые функции. Будем считать, что каждый из участников стремится максимизировать свою целевую функцию. При этом все они заинтересованы в выборе «взаимовыгодных» (взаимоприемлемых) решений среди элементов заданного множества возможных (допустимых) решений. Взаимная выгодность, прежде всего, означает, что они не согласятся на такой вариант, который может быть улучшен хотя бы для одного участника без каких бы то ни было потерь для остальных. Как известно, подобная ситуация может быть адекватно описана при помощи модели многокритериального выбора.

Несколько иначе к решению данной проблемы подошли в [16–18]. Здесь в задаче о торговле двух стран двумя товарами сформулировали понятия «взаимовыгодных торговых соглашений» и «политически оптимальных тарифов» (reciprocal trade agreements, politically optimtal tariffs). В частности, ими доказано, что равновесные по Нэшу тарифы не являются эффективными с точки зрения взаимовыгодных торговых соглашений.

Модель многокритериального выбора $\langle X, f, \succ_X \rangle$ содержит следующие три объекта:

X — множество возможных вариантов (решений), из которых участники экономики осуществляют выбор; это непустое множество произвольной природы;

$f = (f_1, ..., f_m)$, $\quad m \geq 2$ — векторный критерий, определенный на множестве X и принимающий числовые значения в арифметическом векторном (критериальном) пространстве R^m; i-я компонента f_i этого критерия представляет собой целевую функцию i-го участника экономики;

$\succ_X$ — асимметричное отношение коллективного предпочтения ЛПР, определенное на множестве X. Запись $x_1 \succ_X x_2$ для $x_1, x_2 \in X$ означает, что вариант x_1 для всех участников экономики предпочтительнее варианта x_2; иными словами, при выборе из двух данных вариантов коллектив выберет первый и не выберет второй вариант.

Результатом решения задачи многокритериального выбора является подмножество множества возможных вариантов X, которое именуется множеством выбираемых вариантов и обозначается $C(X)$. В частных случаях это множество может состоять из одного элемента или же оказаться пустым. Принципиальная трудность теории многокритериального выбора заключается в том, что для множества $C(X)$ не выработано «единственно верное» определение, пригодное для решения любой многокритериальной задачи. Всякая попытка строгого формального определения множества выбираемых вариантов является малопродуктивной, поскольку у каждого коллектива участников это множество — свое собственное, и его формирование, как правило, зависит от большого числа самых различных условий и обстоятельств, которые не удается адекватно описать математически. В таких условиях представляется целесообразным лишь получение некоторой оценки сверху для неизвестного множества $C(X)$ при помощи неполных сведений об основных составляющих задачи многокритериального выбора (Ногин, 2005).

В дальнейшем также будут использоваться множество возможных векторов (векторных оценок) $Y = f(X) \subset R^m$ и множество выбираемых векторов $C(Y) = f(C(X))$. Будем считать, что на множестве возможных векторов Y задано отношение коллективного предпочтения $\succ_Y$ (которое на практике обычно полностью не известно), согласованное с отношением $\succ_X$ следующим образом:

$$x_1 \succ_X x_2 \Leftrightarrow f(x_1) \succ_Y f(x_2)$$
$$\text{для всех } x_1 \in \tilde{x}_1, x_2 \in \tilde{x}_2; \quad \tilde{x}_1, \tilde{x}_2 \in \tilde{X},$$

где $\tilde{X}$ — совокупность классов эквивалентности, порожденных отношением эквивалентности

$$x_1 \sim x_2 \Leftrightarrow f(x_1) = f(x_2) \text{ на множестве } X.$$

Модель многокритериального выбора $\langle Y, \succ_Y \rangle$ в терминах векторных оценок включает множество возможных векторов Y и отношение коллективного предпочтения $\succ_Y$, заданное на множестве Y, а решением задачи многокритериального выбора в таком случае является множество выбираемых векторов $C(Y)$. Между задачами выбора в терминах вариантов и в терминах их оценок имеется очевидная связь, которая дает возможность любое высказывание, сформулированное в одних терминах, переформулировать в другие термины.

Напомним определения множества парето-оптимальных (эффективных) векторов

$$p(Y) = \{y^* \in Y |\text{ не существует такого } y \in Y, \text{ что } y \geqslant y^*\}$$

и парето-оптимальных вариантов

$$P_f(X) = \{x^* \in X |\text{ не существует такого } x \in X, \text{ что } f(x) \geqslant f(x^*)\}.$$

Здесь запись $y \geqslant y^*$ означает, что каждая компонента первого вектора больше либо равна соответствующей компоненты второго вектора, причем $y \neq y^*$, т. е. по крайней мере, одна компонента первого вектора строго больше соответствующей компоненты второго вектора.

Имеет место следующее утверждение.

Принцип Эджворта-Парето [17]. *Пусть выполнены аксиома исключения доминируемых вариантов и аксиома Парето* [17]. *Тогда для любого множества выбираемых векторов $C(Y)$ имеет место включение $C(Y) \subset P_f(Y)$.*

Согласно этому принципу, коллектив, принимающий определенные «разумные» аксиомы, должен осуществлять поиск «наилучших» вариантов только в пределах множества Парето. Следует добавить, что принцип Парето верен как для транзитивных, так и не транзитивных отношений коллективного предпочтения.

2. Математическая модель

Формальная постановка задачи рассматривалась в [8] с иным способом принятия решений, однако основные экономические цели участников процесса в данной работе остаются почти без изменений. Пусть некоторое государство (например, Российская федерация) торгует с другими государствами на своем внутреннем рынке каким-то продуктом, который производится как внутри страны, так и за рубежом. Далее в данной работе именно Россия будет рассматриваться в качестве иллюстративного примера страны, принимающей решение об установлении таможенной ввозной пошлины в отношении некоторого товара или услуги. Вследствие этой торговли в бюджет РФ поступает доход

$$S = t_d x p + \tau q y + t_m (1 + \tau) q y, \qquad (1)$$

где t_d — налог на добавленную стоимость на произведенный в стране продукт (в настоящее время в России $t_d = 18\,\%$),

t_m — налог на добавленную стоимость для продуктов и услуг, поступивших в страну через границу (в настоящее время этот налог в РФ применяется поразному к трем категориям товаров и услуг: 0 % для особо важных, например, компоненты и приборы для космической отрасли; 10 % для товаров средней важности, например, предметы питания и детские товары; и, наконец, обычные товары и услуги облагаются налогом в 18 %);

x — объем производства данного продукта в России,

p — рыночная цена продукта на внутреннем рынке в России,

τ — ввозная пошлина на импорт продукта (в данной работе рассматривается пошлина типа *ad valorem*; так называемые «специфические» пошлины анализируются в соответствующей литературе, (например, см. [18]),

q — цена продукта за рубежом (с учетом того, что импортер не платит налог на добавленную стоимость в стране, где он приобрел продукт, т. е. величина q намного меньше, чем в розничной торговле в соответствующей стране),

y — объем импорта.

Поскольку для большинства продуктов и услуг налог на добавленную стоимость определяется одинаково как для производимых внутри страны, так и для импортируемых из-за рубежа, не уменьшая общности постановки задачи, положим $t_d = t_m = t$.

Импортер (все импортеры из всех стран) данного продукта получает прибыль

$$D = y[p - (1 + \tau)(1 + t)q] \qquad (2)$$

Согласно Налоговому кодексу Российской Федерации [19], глава 21 и ст. 150, 153, 164 и 166, товары и услуги, ввозимые на территорию РФ, за некоторым исключением, облагаются налогом на добавленную стоимость, базой для которого является таможенная стоимость с учетом ввозной пошлины. В разных странах ставки налога различны, в некоторых государствах (например, США, Япония) их вообще нет. Европейские страны взимают высокие налоги (в Норвегии — 25 %). Китай, Индия, арабские страны — примерно 10 %. В сумме для российского бюджета данный налог составляет сотни миллиардов рублей.

Страна — потребитель продукта стоит перед выбором регулирования импорта в зависимости от ситуации с помощью величины ввозной пошлины (или некоторой системы квот, о которой в данной работе мы не говорим, так как оптимальные пошлины и оптимальные квоты взаимосвязаны и являются управлением в распоряжении правительства). Целью такого регулирования может быть доход от налогов и таможенных платежей (1) или рост доли отечественного производителя в объемах продаж. Целью импортера, которой он добивается изменением объема импорта, является либо прибыль (2), либо число рабочих мест в странах, производящих импортируемый продукт, которое мы далее принимаем пропорциональным объему импорта.

В данной работе рассматривается государство, чье потребление не изменяет мировой цены предложения q (которая будет предполагаться постоянной). Кроме того, здесь не анализируются товары замещения или дополняющие товары и услуги. Это существенно упрощает задачу и ее решение. Но поскольку целью статьи является алгоритмизация построения парето-оптимального множества, а не решение конкретной экономической задачи, то это упрощение поможет нам в изложении алгоритма. Рынок данного продукта считается конкурентным, что позволит рассматривать цену продукта внутри страны, как следствие равновесия по Вальрасу. Случаи монопольных или олигопольных ценовых надбавок рассматриваться не будут.

Большой поток научных статей посвящен анализу международной торговли с учетом ограничений на факторы. Задача $2 \times 2 \times 2$ и более общие постановки привлекали к себе внимание как с позиций теоремы Хекшера-Олина [20], так и с позиций общего равновесия [21]. Конечно, включение в анализ ограничений на факторы, проблему распределения доходов от торговли и др. вопросов структуры торговли могло бы существенно обогатить работу, но одновременно и усложнило бы формулировки результатов, хотя в принципе излагаемый метод решения применим и к более общим постановкам.

Сформулируем три задачи.

Задача А: найти множество Парето для двух целевых функций S и D при $y \geqslant 0, \tau \geqslant 0, D \geqslant 0$.

Внутреннее производство в этой задаче считается постоянным. Результат решения задачи А определяет возможности взаимных стратегий государства и импортера. Множество Парето задает область компромиссов в торговой политике и выбор внутри него позволяет за столом переговоров (или же, например, методом «проб и ошибок») установить взаимовыгодную стратегию.

Задача Б: найти множество Парето для трех целевых функций S, D и $Y = y$ при $y \geqslant 0, \tau \geqslant 0, D \geqslant 0$.

Внутреннее производство x в этой задаче также считаем постоянным. Результат решения задачи Б определяет возможности взаимных стратегий государства-потребителя, импортирующих компаний и государств, производящих импорт, так как дополнительной целью оптимизации является увеличение (или не уменьшение) число рабочих мест. Актуальность такого исследования появляется, если импорт в страну-потребителя достаточно велик, чтобы профсоюзы страны-производителя или органы, контролирующие экспорт, потребовали от правительства ответных мер на установление ввозных пошлин. Например, ограничение поставок куриных окороков из США в РФ («ножки Буша») привело к существенному напряжению на птицефабриках штата Мэриленд в США и вызвало политические реакции правительства США. Тогда как оценивание множества Парето, возможно, позволило бы найти приемлемое компромиссное решение проблемы.

Задача В: найти множество Парето для трех целевых функций S, D и $X = x$ при $y \geqslant 0, \tau \geqslant 0, D \geqslant 0$.

Будем считать, что внутреннее производство x в этой задаче переменное и соответствует функции предложения отечественного производства. В такой постановке задача анализирует возможности протекционистского поведения с целью сделать собственное производство более конкурентно-способным или просто увеличить объем собственного производства, что соответствует заботе правительства страны-потребителя о рабочих местах в своей стране.

В дальнейшем будем использовать обозначение $\Omega = \{(y, \tau) : y \geqslant 0; \tau \geqslant 0; D \geqslant 0\}$.

Во всех предлагаемых задачах цена продукта на внешнем рынке постоянна, поэтому ее можно выбрать в качестве денежной единицы на протяжении всей работы: $q = 1$. Аналогично, в первых двух задачах объем внутреннего производства постоянен и поэтому можно выбрать в качестве единицы измерения объемов импорта и потребления эту величину: $x = 1$. Кроме того, предположим, что внутренний потребитель из своего бюджета тратит определенную, фиксированную сумму М на данный товар. Тогда кривая спроса определяется соотношением

$$p(x + y) = M. \tag{3}$$

В результате использования этих предположений для первых двух задач получим три целевые функции

$$S = \frac{txM}{x+y} + [\tau + t(1+\tau)]qy \tag{4}$$

$$D = y\left[\frac{M}{x+y} - (1+\tau)(1+t)q\right] \tag{5}$$

$$Y = y. \tag{6}$$

В задаче А целевая функция (6) не участвует. Переменными здесь являются $y \geqslant 0, \tau \geqslant 0$, а М выступает, как положительный параметр (ниже в вычислениях и графиках будем считать $M = 6$, а в формулах оставим буквенное обозначение параметра).

3. Решение поставленных задач

Приступим к нахождению множества Парето в задаче А. Согласно (5), условие прибыльности импорта $D \geqslant 0$ выражается неравенством

$$\tau \leqslant \frac{M}{q(1+t)(x+y)} - 1,$$

что отвечает области Ω на рис. 1 для значений налога $t =0{,}18$.

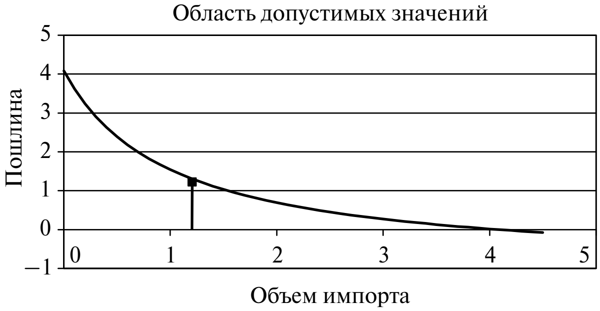

Рис. 1. Множество Ω на плоскости (y, τ), для которого возможен безубыточный импорт. Вертикальный отрезок соответствует решению задачи А

Поскольку в задаче А рассматриваются только две целевые функции от двух переменных, то можно применить известный подход на основе «коробки (ящика) Эджворта» [11, 22]. Ниже строится так называемая «контрактная кривая» аналитически.

Утверждение 1. *Множество локально парето-оптимальных решений для нахождения компромисса между государством и импортером содержится в множестве точек отрезка*

$$\left\{(\bar{y}, \tau):\ 0 \leqslant \tau \leqslant \frac{1}{1+t}\sqrt{\frac{M}{qx(1-t)}} - 1\right\},$$

где $\bar{y} = \sqrt{\dfrac{(1-t)Mx}{q}} - x$.

Численные расчеты на компьютере показывают, что множество, указанное в Утверждении 1, является (глобальным) множеством Парето.

Замечание 1. Так как оптимальный объем импорта не зависит от величины пошлины, то подстановка в (4) и (5) дает линейные зависимости от τ:

$$S(\bar{y}) = t\sqrt{\frac{qxM}{1-t}} + [(1+t)\tau + t]\sqrt{qxM(1-t)} - qx,$$

$$D(\bar{y}) = \left[\sqrt{qxM(1-t)} - qx\right]\left[\sqrt{\frac{M}{(1-t)qx}} - (1+t)(1+\tau)\right].$$

Первая зависимость возрастающая, а вторая — убывающая, но с одинаковыми угловыми коэффициентами. Это значит, что увеличение импортной пошлины на один процент влечет рост доходов государства и уменьшение доходов импортера на одну и ту же величину (которая зависит от многих характеристик экономического состояния РФ и мировых цен).

Замечание 2. Согласно методике, изложенной в [8] (где используется модель при $t_m =0\,\%$), импортер принимает стратегию

$$y^* = \arg\ \max D(y, \tau)$$

при фиксированном значении τ, а затем государство определяет уровень τ^* по полученному объему y^*. В обозначениях и предположениях данной работы имеем

$$D'_y = \frac{M}{1+y} - 1 - \tau - \frac{My}{(1+y)^2} = 0.$$

Следовательно, $y^* = \sqrt{\dfrac{M}{1+\tau^*}} - 1$, а значит $\tau^* = \dfrac{M}{(1+y^*)^2} - 1$. При этом прибыль государства достигается на кривой

$$S^*(\tau) = 1,18\sqrt{M(1+\tau)} + \tau\left(\sqrt{\frac{M}{1+\tau}} - 1\right).$$

Наибольшее значение этой прибыли будет иметь место при $\tau^* \approx 2,29$, когда $M = 6$, и в этом случае $y^* \approx 0,35$. Подставляя эти значения в S и D получаем $S^* \approx 1,6; D^* \approx 0,4$. В то же время область

Парето дает возможность принятия компромиссного решения в пределах $\hat{\tau}$ из интервала [0;1,7]. Приближенные оценки показывают, что S растет от 0,5 до 2,5, а D убывает от 2,1 до 0 при возрастании $\hat{\tau}$. В частности, при $\hat{\tau} = 0{,}9$ имеем $S = 1{,}6$; и $D = 1$. Таким образом, результат выбора торговой политики с использованием области Парето дает существенно лучший результат.

Решение задачи Б. Наличие третьей целевой функции $Y = y$, представляющей интересы стран-производителей импорта, несколько изменяет построение множества Парето внутри $\Omega = \{(y,\tau) : y \geqslant 0, \tau \geqslant 0, D \geqslant 0\}$.

Рассмотрим три ненулевых вектора на плоскости (y,τ), исходящих из точки $(\hat{y},\hat{\tau}) \in \Omega$:

$$\operatorname{grad} S = \begin{pmatrix} -\dfrac{txM}{(x+y)^2} + [\tau + t(1+\tau)]q \\ (1+t)qy \end{pmatrix},$$

$$\operatorname{grad} D = \begin{pmatrix} \dfrac{M}{x+y} + (1+\tau)(1+t)q - \dfrac{yM}{(x+y)^2} \\ -(1+t)qy \end{pmatrix},$$

$$\operatorname{grad} Y = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Концы этих векторов определяют треугольник на плоскости (y,τ). Углы между векторами для точки $(\hat{y},\hat{\tau}) \in \Omega$ легко вычисляются через соответствующие скалярные произведения векторов. Данные векторы указывают направления, по которым происходит увеличение каждой функции (4), (5) и (6). Если точка, из которой начинаются все три вектора, лежит внутри треугольника, построенного на концах векторов, то не существует возможности улучшить значения всех трех функций одновременно, а значит, в этом случае точка является локально парето-оптимальной. Таким образом, множество Парето состоит из точек, лежащих внутри соответствующих треугольников. Следующее утверждение дает конструктивный критерий определения таких точек.

Утверждение 2. *Для того чтобы точка* $(\hat{y},\hat{\tau}) \in \operatorname{int}\Omega$ *принадлежала множеству локально парето-оптимальных точек необходимо выполнение равенства*

$$\varphi(\operatorname{grad} S, \operatorname{grad} D)|_{(\hat{y},\hat{\tau})} + \varphi(\operatorname{grad} S, \operatorname{grad} Y)|_{(\hat{y},\hat{\tau})} + \varphi(\operatorname{grad} D, \operatorname{grad} Y)|_{(\hat{y},\hat{\tau})} = 2\pi.$$

Здесь ϕ *— угол между соответствующими векторами на плоскости* (y,τ).

На основе определения парето-оптимального решения в результате непосредственных вычислений можно найти, что в задаче Б множество Парето имеет вид

$$\left((y,\tau) :\ y \geqslant \sqrt{\frac{(1-t)xM}{q}} - x, \tau \geqslant 0, D \geqslant 0 \right).$$

Перейдем к **задаче В.** Как и прежде, основные целевые функции определяются выражениями (1) и (2), но в равенство (3) теперь входит переменное x, это производство рассматриваемого продукта внутри страны, и оно определяется функцией предложения, которую будем считать линейной для простоты выводов. На практике для формирования полной в смысле экономических интерпретаций задачи необходимо привлекать статистические методы идентификации этой функции. Итак, пусть функция предложения имеет вид

$$p = ax + b,$$

где, очевидно, $a > 0, b > 0$. Подставляя найденное из последнего равенства $x = {}^{(p-b)}\!/_{a}$ в (3), находим следующее соотношение для внутренней цены p

$$p = \frac{b-ay}{2} + \sqrt{\frac{(b-ay)^2}{4} + aM}.$$

Здесь выбран один из двух корней получающегося квадратного уравнения в силу $p > 0$.

Как и раньше, уменьшим количество параметров, вводя специальные единицы измерения количества денег и объемов продаж: $q = 1$ и $a = 1$. Тогда переменное значение цены на внутреннем рынке и переменное количество единиц выпускаемого в стране продукта определяются формулами

$$p = \frac{b-y}{2} + \sqrt{\frac{(b-y)^2}{4} + M},$$

$$x = -\frac{b+y}{2} + \sqrt{\frac{(b-y)^2}{4} + M}.$$

Подставим полученные выражения для цены и объема собственного производства в целевые функции (1) — (2):

$$S = txp + \tau y + t(1+\tau)y = \tau y + t(1+\tau)y + t\left[M - \frac{y}{2}\left(b - y + \sqrt{(b-y)^2 + 4M}\right)\right],$$

$$D = \frac{y}{2}\left[b - y + \sqrt{(b-y)^2 + 4M} - 2(1+t)(1+\tau)\right].$$

Вычислим соответствующие производные:

$$\frac{\partial S}{\partial y} = (t + t\tau + \tau) + \frac{t}{2}\left[2y - b - \sqrt{(b-y)^2 + 4M} - \frac{y(y-b)}{\sqrt{(b-y)^2 + 4M}}\right],$$

$$\frac{\partial S}{\partial \tau} = y(t+1);$$

$$\frac{\partial D}{\partial y} = \frac{1}{2}\Bigg[b - 2y + \sqrt{(b-y)^2 + 4M} + \\ + \frac{y(y-b)}{\sqrt{(b-y)^2+4M}} - 2(1+t)(1+\tau)\Bigg],$$

$$\frac{\partial D}{\partial \tau} = -y(t+1);$$

$$\frac{\partial X}{\partial y} = \frac{1}{2}\left(\frac{y-b}{\sqrt{(b-y)^2+4M}} - 1\right), \quad \frac{\partial X}{\partial \tau} = 0.$$

Проведение дальнейшего анализа требует от нас некоторой информации о параметре b, который присутствует в функции внутреннего предложения продукта. Если бы значение b было меньше 1, то это означало бы, что продукт может производиться в стране без особых проблем в достаточных количествах. Поскольку цена вне страны за единицу продукта равна 1, то при $b < 1$ производство возможно только при современных технологиях и отсутствии дефицита производственных факторов. Если же $b > 4$, то наращивать объемы производства не имеет смысла. Поэтому будем считать, что $1 < b < 4$.

Поскольку $\partial S/\partial \tau = y(t+1)$ и $\partial D/\partial \tau = -y(t+1)$, то оценим сначала множество Парето для двух целевых функций S и D. В точках этого множества градиенты должны быть коллинеарными, т. е.

$$\text{grad}\, S = \lambda\, \text{grad}\, D.$$

Последнее будет иметь место на решениях следующего уравнения относительно y:

$$2y - b - \sqrt{(b-y)^2 + 4M} - \frac{y(y-b)}{\sqrt{(b-y)^2+4M}} + \frac{2}{1-t} = 0.$$

Здесь b, M, t – параметры. При $M = 6$ и $t = 0,18$ с помощью компьютерной программы (EXCEL MS) можно установить, что данное уравнение имеет единственное положительное решение, и оно приблизительно линейно зависит от параметра b:

$$\check{y} \approx 0,3355b + 1,633.$$

На плоскости (y, τ) условие $D>0$ равносильно неравенству

$$\tau < \frac{1}{2(1+t)}\left[b - y + \sqrt{(b-y)^2+4M}\right] - 1 = \check{\tau}$$

Так как $\dfrac{\partial X}{\partial y} < 0$, то добавление третьей целевой функции $X = x$ приводит к множеству Парето в форме криволинейной трапеции $0 \leqslant y \leqslant \check{y}, 0 \leqslant \tau \leqslant \check{\tau}$ в зависимости от параметров b, M, t.

4. Сужение множества Парето

Нередко в прикладных многокритериальных задачах множество Парето является довольно широким, и выбор в нем представляется затруднительным. По этой причине возникает так называемая *проблема сужения множества Парето* (Ногин, 2008).

Необходимо понимать, что сужение множества Парето может быть осуществлено только при наличии той или иной дополнительной информации о решаемой многокритериальной задаче. Нередко подобную информацию авторы заменяют какими-либо эвристическими соображениями или определенными «правдоподобными» предположениями, позволяющими сузить область поиска «наилучших» вариантов. Характерным признаком эвристических методов является невозможность четкого описания того класса задач многокритериального выбора, при решении которых данный эвристический метод будет гарантированно приводить к желаемому результату. С этой точки зрения аксиоматические подходы можно считать более обоснованными, поскольку используемая в них аксиоматика строго отделяет класс задач, для решения которых она предназначена, от всех остальных, где применение данного аксиоматического подхода не гарантирует получение желаемого результата.

Отдельные авторы полагают, что окончательный выбор должен осуществлять сам коллектив участников после анализа всего представленного им множества Парето или какой-то его существенной части. Действительно, когда имеется лишь небольшое число парето-оптимальных вариантов (лучше всего — два), выбор из них в принципе может быть произведен после сравнительного сопоставления этих вариантов и анализа достоинств и недостатков каждого из них. Правда, даже в случае двух вариантов коллектив может оказаться в затруднительном положении, когда, например, число участников (и соответственно — критериев) велико. Если же множество Парето достаточно широкое, а тем более, — бесконечное, непосредственный анализ парето-оптимальных вариантов становится затруднительным и для успешного решения задачи выбора следует иметь в распоряжении какую-либо формализованную процедуру.

В [23] приведена условная классификация различных подходов к решению проблемы сужения множества Парето. Один из них — наиболее проработанный в математическом плане *аксиоматический подход*, развиваемый с начала 80-х годов прошлого столетия первым автором данной работы. Для его применения следует считать выполненными определенные четыре аксиомы, которые характеризуют поведение коллектива в процессе принятия решений как «разумное» или «естественное» [17].

Рассмотрим две произвольные оценки $z' = (z'_1, \dots, z'_m)$ и $z'' = (z''_1, \dots, z''_m)$ принадлежащие множеству парето-оптимальных векторов $f(P_f(X))$. По определению множества Парето должны найтись такие два непустых подмножества номеров критериев $A,\ B \subset I = \{1, 2, \dots, m\}$, что

$$z'_i - z''_i = w_i > 0 \quad \forall\, i \in A;$$
$$z''_j - z'_j = w_j > 0 \quad \forall\, j \in B;$$
$$z'_s = z''_s, \quad \forall\, s \in I \backslash (A \cup B).$$

Здесь первый вектор превосходит второй по компонентам группы A, тогда как второй превосходит первый по компонентам группы B; по остальным компонентам (если таковые имеются) два указанных вектора совпадают. Если участники «выбраковывают» один из этих двух векторов (например, второй), то это означает, что для них первый вектор предпочтительнее второго, т. е. $z' \succ z''$. Соотношение $z' \succ z''$ задает некий «квант информации» о характере поведения участников в процессе выбора, который свидетельствует о готовности участников группы B пойти на потери в размере не более w_j, в то время как участники группы A при этом рассчитывают получить прибавки в размере, не менее w_i. Наличие указанного «кванта информации» свидетельствует об определенной «дискриминации» участников группы B и «привилегированном положении» участников группы A. Указанная информация позволяет сократить множество Парето на один вектор z''. Однако благодаря принятию отмеченных выше аксиом, происходит значительно более широкое сокращение. А именно, имеет место следующий результат.

Теорема 1 [17]. *При выполнении аксиом “разумного” поведения в условиях наличия “кванта информации” об отношении предпочтения $\succ$ для любого множества выбираемых вариантов $C(X)$ справедливы включения $C(X) \subset P_g(X) \subset P_f(X)$, причем “новый” векторный критерий g образуется из следующих функций*:

$$f_i \qquad \text{для всех } i \in I \backslash B;$$
$$g_{ij} = w_j f_i + w_i f_j \qquad \text{для всех } i \in A, j \in B.$$

В соответствии с Теоремой 1 новое множество Парето $P_g(X)$ дает более точную (более узкую) оценку сверху для неизвестного множества $C(X)$, чем исходное множество Парето $P_f(X)$. Именно из множества $P_g(X)$ следует выбирать «наилучшие» варианты при наличии указанного «кванта информации».

Вернемся к рассмотрению задачи А. Как видно из (4) и (5) целевые функции S и D при фиксированном y являются линейными, причем их угловые коэффициенты представляют собой противоположные числа. Поэтому, если в соответствии с Утверждением 1 зафиксировать $y = \bar{y}$ для того, чтобы перейти к отрезку, содержащему множество Парето, получим две линейные функции переменной τ с угловыми коэффициентами, равными $\bar{y}$ и $-\bar{y}$.

Предположим, что в результате переговоров (или сложившейся на момент выбора ситуации) государство, располагая некими средствами давления на импортера, вынуждает его согласиться на уступку в размере, не превышающем$w_D > 0$ единиц по критерию D, и при этом государство рассчитывает на повышение величины критерия S по крайней мере на $w_S > 0$ единиц. Такого рода информация задает определенный «квант». В соответствии с Теоремой 1 приходим к новой двухкритериальной задаче с целевыми функциями S и $w_D S + w_S D$. В случае $w_D = w_S$ угловой коэффициент второй целевой функции равен 0. Множество Парето относительно критериев S и const будет совпадать с множеством точек максимума функции S на отрезке, указанном в Утверждении 1, т. е. с точкой

$$\bar{y} = \sqrt{\frac{(1-t)xM}{q}} - x, \quad \bar{\tau} = \frac{1}{1+t}\sqrt{\frac{M}{qx(1-t)}} - 1$$

Такой же результат получается и при $w_D > w_S$, поскольку угловой коэффициент линейной функции $w_D S + w_S D$ при переменной τ будет иметь тот же знак, что и у функции S. Если же выполняется неравенство $w_D < w_S$, то новое множество Парето будет совпадать с исходным. Т. е. в этом случае наличие указанного «кванта информации» не дает возможности сузить исходное множество Парето.

Аналогично можно рассмотреть симметричную ситуацию, когда импортер имеет средства давления на государство, и оно согласно пойти на потери в размере не более чем w_S единиц, и при этом «не возражает» против получения импортером прибавки по меньшей мере вw_D единиц. В таком случае приходим к новой двухкритериальной задаче с функциями $w_D S + w_S D$ и D. При $w_D \leqslant w_S$ получаем сужение множества Парето до точки $\bar{y} = \sqrt{(1-t)xM/q} - x,\ \bar{\tau} = 0$, тогда как при $w_D > w_S$ сужения множества Парето не происходит.

В задаче Б имеется три критерия S, D и Y. Теоретически здесь возможны ситуации, когда имеется информация о том, что какая-то пара критериев обладает тем свойством, что по одному из критериев этой пары возможна уступка ради получения выигрыша по другому критерию. Кроме того, здесь вполне допустимы и такие случаи, когда уступка (или выигрыш) относятся к паре критериев, а выигрыш (соответственно, уступка) отвечают оставшемуся третьему критерию. Например, может реализоваться ситуация, когда государство обладает инструментами давления, заставляя импортера пойти на определенные уступки по критерию D; при этом само государство рассчитывает на некоторые увеличения значений по критериям S и Y. Располагая информацией о критериях, по которым возможны уступки и выигрыши, а также величинами уступок и выигрышей с помощью теоремы 1 можно учесть такого рода информацию для сужения множества Парето.

Пусть, например, государство и импортер готовы уступить по критерию Y не более одной единицы, чтобы получить прибавки не менее 0,3 по критериям S и D, т. е. $w_s = w_D = 0{,}3$, $w_y = 1$. Тогда, как показывают вычисления, соответствующее множество Парето описывается следующим образом

$$\left\{(y,\tau)\mid \sqrt{\frac{(1-t)Mx}{q}}-x\leqslant y\leqslant \right.$$
$$\left.\leqslant \sqrt{\frac{(1-t)Mx}{q-0{,}6}}-x, \tau\geqslant 0, D\geqslant 0\right\}.$$

Рассмотрим задачу В. Как указано ранее, здесь множество Парето представляет собой криволинейную трапецию $\{(y,\tau)|\ 0\leqslant y\leqslant \check{y},\ 0\leqslant\tau\leqslant\check{\tau}\}$, где$\check{y}\approx 0,3355b+1,633$ и

$$\check{\tau}=\frac{1}{2(1+t)}\left[b-y+\sqrt{(b-y)^2+4M}\right]-1.$$

Пусть государство имеет возможность вынудить импортера пойти на потерю в размере, не превышающем $w_D>0$ единиц по критерию D(прибыль импортера) для того, чтобы оно смогло повысить величину критерия S(налоговые поступления в бюджет) не более чем на $w_S>0$ единиц. Согласно теореме 1 для построения нового множества Парето приходим к трехкритериальной задаче с целевыми функциями S, w_DS+w_SD и x(считаем, что развитие собственной промышленности и, в частности, количество рабочих мест являются менее приоритетными, чем бюджетные поступления).

Аналогично в «обратном» случае, когда государство готово пойти на уступку в размере w_S, а импортер при этом получает добавку w_D, приходим к трехкритериальной задаче с целевыми функциями w_DS+w_SD, D и x.

Еще один из вариантов имеет место, когда государство готово потерять некоторое количество единиц w_x от внутреннего производства для того, что получить прибавку по критерию S в размере w_S. Тогда критериями являются следующие три функции S, D и w_xS+w_Sx. Если же государство заботится о рабочих местах и развитии собственного производства, то в качестве критериев рассматриваются функции x, D и w_xS+w_Sx.

Кроме того, в задаче В (так же, как и в задаче Б) теоретически возможны ситуации, когда уступки (выигрыш) происходят по какой-то паре критериев из имеющихся трех S, D и x.

В качестве иллюстративного примера с конкретными числовыми характеристиками задачи В выберем один из последних случаев: пусть более значимым является доход S при М $=6$; $t=0,18$; $b=3$; $w_x=1$; $w_S=2$ имеем

$$S=(0,18+1,18\tau)y+$$
$$+0,18\left[6-\frac{y}{2}\left(3-y+\sqrt{(3-y)^2+24}\right)\right],$$
$$D=\frac{y}{2}\left[3-y+\sqrt{(3-y)^2+24}-2,36(1+\tau)\right],$$
$$G=\left\{(0,18+1,18\tau)y+\right.$$
$$\left.+0,18\left[6-\frac{y}{2}\left(3-y+\sqrt{(3-y)^2+24}\right)\right]\right\}+$$
$$+2\left\{-\frac{3+y}{2}+\sqrt{\frac{(3-y)^2}{4}+6}\right\}.$$

Для получения множества Парето вычислим градиенты трех функций и проверим, когда точка с началами этих векторов лежит внутри треугольника, составленного из концов. Множество таких точек и будет искомым:

$$\left\{y\in[1,69;2,64],\right.$$
$$\left.\tau\in\left[0;\tfrac{1}{2{,}36}\left(3-y+\sqrt{(3-y)^2+24}\right)\right]\right\}.$$

Очевидно, полученное множество значительно уже того, что было в исходной задачи без информации о предпочтениях.

Заключение

В работе рассмотрена задача установления ввозных пошлин на продукт, который также производится внутри страны. В принятии решения принимают участие несколько экономических агентов: правительство страны потребителя, правительство страны импортера, импортеры и производители внутри страны. Все они имеют некоторые интересы, формально записываемые в виде прибыли (или дохода). Каждый из экономических агентов может принимать решение отдельно, тогда необходимо устанавливать очередность принятия решений. Предложен алгоритм оптимизации таможенных пошлин на основе анализа множества Парето. Используя некоторые дополнительные предположения о поведении внутреннего потребителя и производителя, строится множество Парето для различных целей экономических агентов. Приведены конструктивные алгоритмы и иллюстративные примеры.

Очевидно, не все эффекты введения пошлины учтены выше. Так не анализируется развитие внутреннего производства в направлении модернизации или повышения конкурентно способности. В задаче 3 к целевым функциям (4) и (5) добавляется проблема увеличения рабочих мест на внутреннем производстве. Таким образом, рассмотренная функция внутреннего предложения не отражает всего многообразия связанных с ней понятий (например, не рассмотрены излишки производителей как основная цель введения пошлины для развития внутреннего производства). Соотношение (3) (бюджетное ограничение для одного продукта) дает зависимость цены на рынке p и объемов продукта x, y. В момент формирования плана своих действий импортер видит цену p и ориентируется на нее. Внутренний производитель также видит цену p и, согласно предположенной функции внутреннего предложения, создает производство продукта из x единиц. Безусловно, рассмотрение задачи с полным включением модели производителя (а лучше нескольких товаров, нескольких производителей, а также с учетом временных лагов производства) приводит к существенному усложнению рассмотренной модели.

Особое внимание уделено трансформации алгоритмов для сужения множества Парето при наличии дополнительной информации об отношении предпочтения ЛПР.

Приложение. Доказательство Утверждения 1

Точка плоскости (y, τ) обязательно лежит вне множества Парето, если в ней линии уровней функционалов (4) и (5) пересекаются. В противном случае, т. е. при

$$\operatorname{grad} S = \vartheta \operatorname{grad} D \tag{7}$$

множество таких точек содержит парето-оптимальное множество. Выпишем в явном виде равенства (7):

$$-\frac{txM}{(x+y)^2} + [\tau + t(1+\tau)]q =$$
$$= \vartheta\left[\frac{M}{x+y} - (1+\tau)(1+t)q - \frac{yM}{(x+y)^2}\right],$$
$$(1+t)qy = -\vartheta qy(1+t).$$

Из второго равенства ясно, что $\vartheta = -1$.Тогда первое равенство приводит к квадратному уравнению

$$q(x+y)^2 - M(x+y) + m(y+tx) = 0.$$

Положительное решение этого уравнения является оптимальным объемом импорта:

$$\bar{y} = \sqrt{\frac{(1-t)Mx}{q}} - x$$

Учитывая, что нас интересуют только точки множества Ω, получим интервал изменения импортной пошлины

$$0 \leqslant \tau \leqslant \frac{1}{1+t}\sqrt{\frac{M}{qx(1-t)}} - 1.$$

Литература

1. *Менделеев Д. И.* Толковый тариф или исследование о развитии промышленности России в связи с ее общим таможенным тарифом 1891 года // ПСС Д. И. Менделеева. 1891. Т. 19. 1950. С. 230–937.
2. *Edgeworth F. Y.* Appreciations of Mathematical Theories // Economic Journal. 1908. № 18(72). P. 541–556.
3. *Bickerdike C. F.* The Theory of Incipient Taxes // Economic Journal. 1906. № 16 (64). P. 529–535.
4. *Zissimos B.* Optimum tariffs and retaliation: How country numbers matter // Journal of International Economics. 2009. № 78. P. 276–286.
5. *Bradford S.* Protection and unemployment // Journal of International Economics. 2006. № 2. V. 69. P. 257–271.
6. *Lahiri S. Raimondos-Møller P.*, *Wong,Kar-yiu W.*, *Alan D.* Optimal foreign aid and tariffs // Journal of Development Economics. 2002. Vol. 67. P. 79–99.
7. *Keen M.*, *Wildasin D.* Pareto-Efficient International Taxation // The American Economic Review. 2004. Vol. 94. № 1. P. 259–275.
8. *Прасолов А. В.* Об одном возможном подходе к анализу протекционизма // Экономика и математические методы. 1999. № 2. С. 153–156.
9. *Линдерт П. Х.* Экономика мирохозяйственных связей. Пер. с англ. / Общ. ред. и предисл. О. В. Ивановой. М., 1992. 520 с.
10. *Пугель Т. А.*, *Линдерт П. Х.* Международная экономика: Пер. с англ. М.: Дело и Сервис. 2003, 800 с.
11. *Тарасевич Л. С.*, *Гребенников П. И.*, *Леусский А. И.* Микроэкономика. М.: Юрайт, 2006. 375 с.
12. *Brander J. A.*, *Spencer B. J.* Tariffs and the Extraction of Foreign Monopoly Rents under Potential Entry // The Canadian Journal of Economics / Revue canadienned'Economique. 1981. Vol. 14. № 3. P. 371–389.
13. *Baldwin R.* Politically Realistic Objective Functions and Trade Policy PROFs and Tariffs // Economics Letters. 1987. 24. P. 287–290.

14. *Kim K. H. and Roush F. W.* Strategic Tariff Equilibrium and Optimal Tariffs // Mathematical Social Sciences. 1988. 15. P. 105–131.
15. *Bagwell K.*, *Staiger R. W.* A Theory of Managed Trade // The American Economic Review. 1990. Vol. 80. № 4. P. 779–795.
16. *Bagwell K.*, *Staiger R. W.* An Economic Theory of GATT // The American Economic Review. 1999. Vol. 89. № 1. P. 215–248.
17. *Ногин В. Д.* Принятие решений в многокритериальной среде: количественный подход (2-е изд., испр. и доп.). М.: Физматлит, 2005.
18. *Kowalczyk C. and Skeath S. E.* Pareto ranking optimal tariffs under foreign monopoly // Economics Letters 45. 1994. P. 355–359.
19. Налоговый кодекс РФ. Разд. VIII: Федеральные налоги; глава 21: Налог на добавленную стоимость http://base.garant.ru/10900200/28/#20021. 2002.
20. *Mayer W.* Endogenous Tariff Formation // The American Economic Review, 1984. Vol. 74. № 5, P. 970–985.
21. *Dixit A.*, *Norman V.* Theory of International Trade. A Dual, General Equilibrium approach. London: Cambridge University Press, 1980.
22. *Гальперин В. М.*, *Игнатьев С. М.*, *Моргунов В. И.* Микроэкономика. В 2 т. Общая редакция В. М. Гальперина. СПб.: Экономическая школа, 2000.
23. *Ногин В. Д.* Проблема сужения множества Парето: подходы к решению // Искусственный интеллект и принятие решений. 2008. № 1. P. 98–112.

Ногин Владимир Дмитриевич. Профессор СПГУ. Окончил в 1971 г. ЛГУ. Д. ф. -м. н. Кол-во печатных работ: свыше 120, из них 2 монографии и ряд учебных пособий. Область научных интересов: принятие решений при многих критериях, многокритериальная оптимизация. E-mail: noghin@gmail.com

Прасолов Александр Витальевич. Зав. кафедрой СПГУ. Окончил в 1971 г. ЛГУ. Доктор ф. м. н., профессор. Кол-во печатных работ: более 80. Область научных интересов: математическое моделирование в задачах экономики. E-mail: alexander.prasolov@gmail.com