Критерии робастной абсолютной устойчивости дискретных систем управления с периодическими ограничениями

М. В. Морозов

Аннотация. Рассматриваются нелинейные дискретные системы управления с периодическими ограничениями. Предполагается, что матрица линейной части и характеристики нелинейных элементов принадлежат некоторым множествам, изменяющимся с течением времени по заданным периодическим законам. С использованием вариационного метода и метода функций Ляпунова установлены критерии робастной абсолютной устойчивости, т. е. устойчивости всей совокупности нелинейных дискретных систем, соответствующей заданной параметрической неопределенности линейной части и характеристик нелинейных элементов.

Ключевые слова: *нелинейная нестационарная дискретная система управления, периодические ограничения, функции Ляпунова, робастная абсолютная устойчивость.*

Введение

Одним из основных требований для системы управления является свойство устойчивости. В реальных условиях в силу наличия различных возмущений параметры системы управления и характеристики ее отдельных элементов часто известны неточно и определены неоднозначно. Это приводит к необходимости анализа устойчивости семейства систем, параметры и характеристики элементов которых принадлежат некоторым заданным множествам. В современной литературе по теории управления соответствующая проблема получила название задачи робастной устойчивости [1, 2].

Решение проблемы робастной устойчивости для дискретных систем управления, как с параметрической, так и непараметрической неопределенностью, посвящено большое число работ (см., например, обзор [3]). Большинство результатов получено для линейных стационарных дискретных систем. В основном они связаны с обобщениями на дискретный случай работ В. Л. Харитонова [4, 5]. Значительно меньшее число работ связано с рассмотрением линейных нестационарных и нелинейных дискретных систем (см., например, [6–9]). При этом во всех известных автору работах (как для стационарных, так и для нестационарных систем) рассматривались лишь стационарные множества, задающие ограничения на параметры системы и характеристики нелинейных элементов. Как правило, для матрицы линейной части системы в качестве такого множества рассматривается некоторый заданный выпуклый многогранник в пространстве матриц заданной размерности. В частном случае так называемых интервальных матриц [10–16] таким многогранником является многомерный параллелепипед, грани которого параллельны соответствующим координатным плоскостям в матричном пространстве. Относительно характеристик нелинейных элементов обычно предполагается [7, 8], что они принадлежат заданным секторам (с фиксированными границами), как в случае классической задачи об абсолютной устойчивости [17].

Однако ряд практических задач, в частности задача об абсолютной устойчивости дискретных систем управления с периодически меняющимися параметрами [18], приводит к необходимости рассмотрения таких множеств изменения параметров системы и характеристик нелинейных элементов, границы которых изменяются по заданным периодическим законам. Получению условий робастной устойчивости для таких систем посвящены работы [19–20], в которых был использован метод сравнения с векторфункцией Ляпунова специального вида.

В [18] были установлены критерии абсолютной устойчивости для дискретных систем управления с фиксированной периодической матрицей линейной части и периодически изменяющимися секторными ограничениями на характеристики нелинейных элементов.

В настоящей работе, которая является продолжением [18], рассматривается более общая задача робастной абсолютной устойчивости для нелинейных дискретных систем управления при наличии периодических ограничений на элементы матрицы линейной части системы и характеристики нелинейных элементов. С использованием вариационного метода и метода функций Ляпунова устанавливаются общие критерии робастной абсолютной устойчивости таких систем. Выделяются параметрические классы функций Ляпунова, определяющие необходимые и достаточные условия робастной абсолютной устойчивости. С использованием кусочно-линейной функции Ляпунова специального вида устанавливается критерий робастной абсолютной устойчивости в форме условий разрешимости некоторой периодической системы разностных матричных уравнений.

1. Постановка задачи

Рассматриваются нелинейные дискретные системы управления, описываемые разностными уравнениями вида

$$x(s+1) = A(s)x(s) + \sum_{j=1}^{m} b^j(s)\varphi_j(\sigma_j(s, x(s)), s)\,, \quad (1)$$

где

$$\sigma_j(s,x) = \langle c^j(s), x\rangle = \sum_{i=1}^{n} c_i^j(s)x_i,\ \varphi_j(0_j s) \equiv 0,$$
$$j = \overline{1,m},\ x = (x_i)_{i=1}^n,\ x \in R^n$$

— n-мерный вектор, характеризующий отклонение системы от режима, предписанного целью управления[1], $A(s)$ — квадратная матрица порядка n, $b^j(s),\ c^j(s),\ j = \overline{1,m}$ — n-мерные вектор-функции дискретной переменной $s = 0, 1, \ldots$, скобки $\langle .,. \rangle$ обозначают скалярное произведение. Предполагается, что вектор-функции $b^j(s), c^j(s)$ периодические с периодом N т. е.

$$b^j(s+N) = b^j(s),\quad c^j(s+N) = c^j(s),\ s = 0, 1, \ldots$$

и $j = \overline{1,m}$ где N — некоторое натуральное число (период).

Предполагается, что нестационарная матрица $A(s)$ (вообще говоря непериодическая) принадлежит множеству матриц

$$A^p = \left\{ A(s) : A(s) = \sum_{i=1}^{p} \lambda_i(s)A_i(s) \right\}, \quad (2)$$

где $A_i(s),\ i = \overline{1,p}$ — фиксированные периодические матрицы периода N, т. е.

$$A_i(s+N) = A_i(s),\ i = \overline{1,p},\ s = 0, 1, \ldots,$$

а $\lambda_i(s),\ i = \overline{1,p}$ — произвольные (в общем случае непериодические) ограниченные и измеримые функции, удовлетворяющие условиям

$$\lambda_i(s) \ge 0,\ \ i = \overline{1,p};\ \ \sum_{i=1}^{p} \lambda_i(s) = 1$$

при всех $s = 0, 1, \ldots$.

Предполагается также, что нелинейные функции $\varphi_j(\sigma_j(s,x),s),\ j = \overline{1,m}$, задающие характеристики нелинейных нестационарных элементов, определены при всех $x \in R^n$, $s = 0, 1, \ldots$ и удовлетворяют неравенствам

$$k_{1j}\sigma_j^2(s,x) \le \varphi_j(\sigma_j(s,x),s)\sigma_j(s,x) \le k_{2j}\sigma_j^2(s,x)$$
$$\left(-\infty < k_{1j} \le k_{2j} < +\infty,\ j = \overline{1,m}\right). \quad (3)$$

Совокупность всех таких нестационарных нелинейных функций

$$\varphi(\sigma(s,x),s) = (\varphi_j(\sigma_j(s,x),s))_{j=1}^m\,,$$

где $\sigma(s,x) = (\sigma_j(s,x))_{j=1}^m$, обозначим через Φ_m.

В силу (2) при всяком $s = 0, 1, \ldots$ матрица $A(s)$ линейной части системы (1) принадлежит выпуклому многограннику $co\{A_1(s), \ldots, A_p(s)\}$, натянутому на периодические матрицы $A_i(s)$, $i = \overline{1,p}$.

В этом смысле множество A^p в (2) задает периодические ограничения на параметры линейной части системы (1).

Множество Φ_m нелинейных функций

$$\varphi(\sigma(s,x),s),$$

удовлетворяющих неравенствам (3), задает периодические ограничения на характеристики нелинейных элементов системы (1).

Таким образом, на самом деле имеется не одна конкретная система (1), а семейство нелинейных дискретных систем вида (1), соответствующее произвольному выбору матрицы $A(s)$ из множества A^p и функции $\varphi(\sigma(s,x),s)$ из множества Φ_m.

Примером системы (1) является цифровой фильтр, описываемый разностным уравнением второго порядка

$$x(s+2) + ax(s+1) + u(s)\cos(\pi s)x(s) = 0,$$

где $u(s)$ — произвольная функция, удовлетворяющая условию $|u(s)| \le b$, a и b — постоянные параметры.

[1] Этому режиму соответствует нулевое решение $x(s) \equiv o$ системы (1).

Заменой переменных $x_1(s) = x(s),\ x_2(s) = x(s+1)$ приведенное выше уравнение сводится к системе вида (1) при $n = p = N = 2,\ \varphi(\sigma(s,x),s) \equiv 0$ и

$$A_1(s) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -b\cos(\pi s) & -a \end{pmatrix},\ A_2(s) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ b\cos(\pi s) & -a \end{pmatrix}.$$

В этом случае, в соответствии с (2), множеством A^p является отрезок в пространстве вещественных (2×2) – матриц с периодическими крайними матрицами $A_1(s)$ и $A_2(s)$.

Следуя [7], будем называть систему (1) робастно абсолютно устойчивой относительно множеств A^p и Φ_m, если нулевое решение $x(s) \equiv 0$ системы (1) асимптотически устойчиво в целом при любом выборе матрицы $A(s) \in A^p$ и функции $\varphi(\sigma(s,x),s) \in \Phi_m$.

При отсутствии неопределенности линейной части системы (1), т. е. в случае, когда все матрицы $A_i(s),\ i=\overline{1,p}$ в (2) одинаковы ($A_i(s) = A(s),\ i=\overline{1,p}$) и множество A^p вырождается в «точку» $A(s)$, задача робастной абсолютной устойчивости переходит в задачу абсолютной устойчивости системы (1) в классе Φ_m. Такая задача рассматривалась в [18].

В другом частном случае, когда $\varphi(\sigma(s,x),s) \equiv 0$ (т. е. $k_{1j} = k_{2j} = 0$ при всех $j=\overline{1,m}$), задача робастной абсолютной устойчивости сводится к задаче робастной устойчивости совокупности линейных нестационарных дискретных систем

$$x(s+1) = A(s)x(s),\ s = 0, 1,\ldots \tag{4}$$

при периодических ограничениях на матрицу $A(s)$, задаваемых множеством A^p. Эта задача также была рассмотрена в [18].

Задача состоит в определении необходимых и достаточных условий робастной абсолютной устойчивости нелинейной дискретной системы (1) относительно множеств A^p и Φ_m.

2. Основные результаты

Следуя [21], наряду с нелинейной системой (1) рассмотрим билинейную дискретную систему

$$x(s+1) = A(s)x(s) + \sum_{j=1}^{m} b^j(s)u_j(s)\left\langle c^j(s), x(s)\right\rangle, \tag{5}$$

где $A(s) \in A^p$, а $u_j(s)$ — произвольные функции, удовлетворяющие при всех $s = 0,1,\ldots$ неравенствам

$$k_{1j} \le u_j(s) \le k_{2j}(s),\ \mathrm{j} = \overline{1,m}. \tag{6}$$

Обозначим совокупность таких функций $u(s) = (u_j(s))_{j=1}^m$ через U_m. Под робастной абсолютной устойчивостью системы (5) относительно множеств A^p и Φ_m будем понимать асимптотическую устойчивость нулевого решения этой системы при любом выборе матрицы $A(s) \in A^p$ и функции $u(s) \in U_m$.

Из [18, 21, 22] следует, что семейства нелинейных систем (1) и билинейных систем (5) эквивалентны периодическому разностному включению

$$x(s+1) \in F(s,x(s)),\ s = 0,1,\ \ldots, \tag{7}$$

где периодическая многозначная вектор-функция $F(s,x)$ ($F(s+N,x) \equiv F(s,x)$) определяется в каждой точке (s,x) ($s = 0,1,\ \ldots,\ x \in R^n$) соотношением

$$F(s,x) = \left\{ y : y = \sum_{j=1}^{p} \lambda_i A_i(s)x + \sum_{j=1}^{m} b^j(s)\mu_j\left\langle c^j(s), x\right\rangle, \right.$$
$$\left. \lambda_i(s) \ge 0,\ i=\overline{1,p};\ \sum_{i=1}^{p}\lambda_i(s) = 1;\ \mu_j \in [k_{1j}, k_{2j}],\ j=\overline{1,m} \right\}. \tag{8}$$

Эквивалентность понимается в смысле совпадения множеств решений системы (1) (при всевозможных $A(s) \in A^p$, $\varphi(\sigma(s,x),s) \in \Phi_m$), системы (5) (при всевозможных $A(s) \in A^p$, $u(s) \in U_m$) и разностного включения (7), (8).

Поэтому задача робастной абсолютной устойчивости нелинейной системы (1) относительно множеств A^p и Φ_m эквивалентна аналогичной задаче для билинейной системы (5) относительно множеств A^p и U_m, и обе эти задачи сводятся к проблеме определения условий асимптотической устойчивости нулевого решения периодического разностного включения (7), (8).

Введем в рассмотрение периодические матрицы

$$B_\nu(s) = \sum_{j=1}^{m} \mu_{\nu j} b^j(s)(c^j(s))',\ \nu=\overline{1,q},\quad q = 2^m, \tag{9}$$

где штрих означает операцию транспонирования, а скалярные величины $\mu_{\nu j}$ могут принимать независимо значения $\mu_{\nu j} = k_{1j}$ или $\mu_{\nu j} = k_{2j},\ j=\overline{1,m}.$

Определим также периодические матрицы

$$C_{i\nu}(s) = A_i(s) + B_\nu(s),\ i=\overline{1,p},\ \nu=\overline{1,q}. \tag{10}$$

Непосредственно из определения выпуклого многогранника [23] следует, что сумма двух выпуклых многогранников является выпуклым многогранником, вершины которого являются всевозможными суммами вершин этих двух многогранников. Используя это свойство, нетрудно показать, что любой вектор $y \in F(s,x(s))$ в (8) допускает эквивалентное представление в виде

$$y=\sum_{1=1}^{p}\sum_{\nu=1}^{q}\gamma_{i\nu}C_{i\nu}(s)x,$$

где $\gamma_{i\nu}\geq 0,\ i=\overline{1,p},\ \nu=\overline{1,q},\ \sum_{1=1}^{p}\sum_{\nu=1}^{q}\gamma_{i\nu}=1$.

Отсюда следует, что задача робастной абсолютной устойчивости системы (1) относительно множеств A^p и Φ_m сводится к эквивалентной задаче робастной устойчивости линейной системы (4) относительно множества матриц $A(s)$, представимых в виде

$$\mathrm{A(s)}=\sum_{1=1}^{p}\sum_{\nu=1}^{q}\gamma_{i\nu}C_{i\nu}(s),$$

где периодические матрицы $C_{i\nu}(s)$, $i=\overline{1,p}$, $\nu=\overline{1,q}$ периода N определены в соответствии с (10), а $\gamma_{i\nu}(s)$ — произвольные функции, удовлетворяющие условиям

$$\gamma_{i\nu}(s)\geq 0,\ i=\overline{1,p},\ \nu=\overline{1,q},\ \sum_{i=1}^{p}\sum_{\nu=1}^{q}\gamma_{i\nu}(s)=1.$$

Поэтому для анализа робастной абсолютной устойчивости системы (1), как и в случае обычной задачи об абсолютной устойчивости [18, 22], можно использовать вариационный метод. Для краткости в настоящей работе приводится лишь один из критериев робастной абсолютной устойчивости, которые могут быть получены на основе вариационного метода.

Всюду в дальнейшем символ $\|A\|$ будет обозначать любую норму матрицы A, индуцированную некоторой векторной нормой $\|x\|:\|A\|=\max\limits_{\|x\|=1}\|Ax\|$ (см., например, [24]). В частности, это может быть матричная норма $\|A\|_p$, индуцированная гельдеровой векторной нормой $\|x\|_p=\left(\sum_{i=1}^{n}|x_i|^p\right)^{1/p}$, $p\geq 1$.

Через Π_k обозначим множество всех матричных произведений длины k вида

$$\pi_k(i,\nu)=C_{i_k\nu_k}(k-1)\ldots C_{i_1\nu_1}(0), \qquad (12)$$

где $(i_1,\ldots,i_k)\in\{1,\ldots,p\}^k$, $(\nu_1,\ldots,\nu_k)\in\{1,\ldots,q\}^k$, а через $\{1,\ldots,p\}^k$, $\{1,\ldots,q\}^k$ обозначаются k-кратные прямые произведения множеств $\{1,\ldots,p\}$, $\{1,\ldots,q\}$ соответственно. Множество Π_k содержит $(pq)^k$ матричных произведений вида (12).

Справедлива следующая

Теорема 1. *Система* (*1*) *робастно абсолютно устойчива относительно множеств A^p и Φ_m в том и только в том случае, если существует число $k\geq 1$, такое, что*

$$\|\pi_k(i,\nu)\|<1\quad\forall\pi_k(i,\nu)\in\Pi_k. \qquad (13)$$

Доказательство теоремы приведено в Приложении (1). Утверждение теоремы 1 представляет собой естественное обобщение аналогичного критерия, установленного в [9] для задачи о робастной устойчивости совокупности линейных нестационарных систем (4) в случае, когда все матрицы $A_i(s)$ в (2) стационарны, т. е. $A_i(s)\equiv A_i=const,\ i=\overline{1,p}$.

На основе метода функций Ляпунова применительно к периодическому разностному включению (7), (8) почти дословным повторением доказательств могут быть установлены необходимые и достаточные условия робастной абсолютной устойчивости системы (1) в форме утверждений, аналогичных теоремам 1–5 в [18]. Основное содержание этих утверждений связано с выделением классов функций Ляпунова, определяющих необходимые и достаточные условия абсолютной устойчивости (при отсутствии неопределенности линейной части системы (1)). Из этих классов наибольший интерес представляют параметрические классы кусочно-линейных функций Ляпунова

$$V_M(s,x)=\max_{1\leq j\leq M}\left|\langle l^j(s),x\rangle\right| \qquad (14)$$

и функции Ляпунова вида форм четной степени $2r$:

$$V_{M,r}(s,x)=\sum_{j=1}^{M}\langle l^j(s),x\rangle^{2\kappa} \qquad (15)$$

В [18] показано, что n-мерные периодические вектор-функции $l^j(s)$ $(l^j(s+N)=l^j(s))$, $j=\overline{1,M}$ в (14) и (15) должны удовлетворять ранговому условию

$$\operatorname{rank} L(s)=n\leq M,\ L(s)=(\mathrm{l}^1(s),\ldots,\mathrm{l}^M(s)),\ s=0,1,\ldots, \qquad (16)$$

т. е. периодическая $(n\times M)$-матрица $L(s)$ $(L(s+N)=L(s))$ имеет максимальный ранг при всех $s=0,1,\ldots$. Условие (16) обеспечивает положительную определенность функций Ляпунова $V_M(s,x)$ и $V_{M,r}(s,x)$ всюду в R^n.

В силу сказанного выше функции Ляпунова вида (14) и (15) определяют также необходимые и достаточные условия робастной абсолютной устойчивости системы (1). Именно, справедливы следующие утверждения.

Теорема 2. *Для того чтобы система* (*1*) *была робастно абсолютно устойчивой относительно множеств A^p и Φ_m, необходимо и достаточно, чтобы для некоторого целого $M\geq n$ существовала кусочно-линейная функция Ляпунова $V_M(s,x)$ вида* (*14*)*, удовлетворяющая условию* (*16*) *и неравенству*

$$\max_{y\in F(s,x)}V_M(s,y)\leq\theta V_M(s,x),\ x\in R^n,\ s=0,1,\ldots \qquad (17)$$

при некотором θ ($0<\theta<1$).

Теорема 3. *Система* (*1*) *робастно абсолютно устойчива относительно множеств* A^p *и* Φ_m *в том и только в том случае, если существует функция Ляпунова* (*15*), *с вектор-функциями*

$$l^j(s) \quad (l^j(s+N) = l^j(s),\ \ j = \overline{1, M}),$$

удовлетворяющими условию (*16*), *для которой выполняется неравенство вида* (*17*) *при некотором целом* $r \geq 1$.

Как и в случае задачи об абсолютной устойчивости [18], использование утверждения теоремы 2 позволяет получить критерий робастной абсолютной устойчивости системы (1) в алгебраической форме.

Теорема 4. *Для робастной абсолютной устойчивости системы* (*1*) *относительно множеств* A^p *и* Φ *необходимо и достаточно, чтобы существовали число* $M \geq n$, *периодическая* ($n \times M$)-*матрица* $L(s)$ ($L(s+N) = L(s)$, $s=0, 1, \ldots$), *удовлетворяющая условию* (*16*), *и периодические* ($M \times M$)-*матрицы* $D_{i\nu}(s)$, $D_{i\nu}(s+N) = D_{i\nu}(s)$, $i = \overline{1, p}$, $\nu = \overline{1, q}$, $s=0, 1, \ldots$, *удовлетворяющие условиям*

$$\|D_{i\nu}(s)\|_\infty < 1,\ i = \overline{1, p},\ \nu = \overline{1, q},\ s = 0, 1, \ldots,$$

такие, что выполняются матричные соотношения

$$C'_{i\nu}(s)L(s+1) = L(s)D'_{i\nu}(s),\ i = \overline{1, p},\ \nu = \overline{1, q},\ s = 0, 1, \ldots, \tag{18}$$

где матрицы $C_{i\nu}$, $i = \overline{1, p}$, $\nu = \overline{1, q}$, $s=0, 1, \ldots$ *определены в соответствии с* (*10*).

Доказательство теорем 2–4 проводится по схеме доказательств теорем 3–5 в [18] соответственно.

Заключение

Поскольку в общем случае сложно проверить аналитически выполнение условий теорем 1–4, приведенных выше, то дальнейшее продвижение в решении проблемы робастной абсолютной устойчивости может развиваться по двум направлениям. Первое из них связано с выделением специальных частных случаев системы (1), для которых условия теорем 1–4 могут быть эффективно проверены аналитически.

К этому же направлению можно отнести также задачу определения более простых и эффективно проверяемых достаточных условий робастной абсолютной устойчивости. Второе направление связано с разработкой численных методов анализа робастной абсолютной устойчивости. Дальнейшая работа в этом направлении предусматривает разработку как численных алгоритмов проверки выполнения неравенства (13) в условиях теоремы 1 или системы матричных уравнений (18) в условиях теоремы 4, так и алгоритмов построения функций Ляпунова вида (14) и (15), удовлетворяющих условиям теорем 2 и 3 соответственно.

Приложение

Доказательство теоремы 1. Из результатов, полученных в [25], следует, что асимптотическая устойчивость решения $x(s) = 0$ разностного включения (7), (8) эквивалентна экспоненциальной устойчивости в целом, равномерной по x_0 ($\|x_0\| \leq R$ и s_0. Полагая $s_0 = 0$, рассмотрим компактное множество достижимости $X(x_0, k)$ включения (7), (8) из точки за k шагов. Определим функцию

$$\chi(k) = \max_{\|x_0\|=1} \max_{x \in X(x_0, k)} \|x\|. \tag{П.1}$$

Аналогично доказательству леммы П.1 в [26] нетрудно показать, что условие $\chi(k) < 1$ при некотором $k \leq 1$ необходимо и достаточно для равномерной экспоненциальной устойчивости включения (7), (8), а следовательно, и для робастной абсолютной устойчивости множеств A^p и Φ_m.

Повторяя с надлежащими изменениями рассуждения, использованные для доказательства равенства (19) в [22], получим, что значение функции $\chi(k)$ в (П.1) достигается на некоторой матрице

$$\pi_k(i, \nu) \in \Pi_k$$

вида (12). Отсюда следует, что условие $\chi(k) < 1$ эквивалентно условию (13). Теорема 1 доказана.

Литература

1. *Dorato P., Yedavalli R. K.* Recent Advances in Robust Control. — N.-Y.: IEEE Press, 1990.
2. *Morari M, Zafiriou E.*. Robust Process Control. — New Jersey: Prentice Hall, 1989.
3. *Джури Э. И.* Робастность дискретных систем (обзор) // Автоматика и телемеханика. — 1990. — № 5. — С. 3–28.
4. *Харитонов В. Л.* Асимптотическая устойчивость семейства систем линейных дифференциальных уравнений // Дифференц. уравнения. — 1978. — Т. 14. — № 11. — С. 2086–2088.
5. *Харитонов В. Л.* Об обобщении критерия устойчивости // Изв. АН КазССР. Сер. физ.-мат. — 1978. — № 1. — С. 53–57.
6. *Kolla S. R., Vedavalli R. K., Farison J. B.* Robust Stability Bounds of Time-Varying Perturbations for State Space Models of Discrete-Time Systems // Int. J. Control. — 1989. — Vol. 50. — No 1. — P. 151–159.
7. *Цыпкин Я. З.* Робастно устойчивые нелинейные дискретные системы управления // Изв. РАН. Техн. кибернетика. — 1992. — № 6. — С. 18–29.
8. *Mota F, Kaszkurewicz and Bhaya A.* Robust Stabilization of Time-Varying Discrete Interval Systems // Proc. 31st Conf. on Decision and Control. Tucson, AZ. — Dec. 1992. — P. 341–346.

9. *Bauer P. H., Premaratne K., Duran J.* A Necessary and Sufficient Condition for Robust Asymptotic Stability of Time-Variant Discrete Systems//IEEE Trans. Automat. Control. — 1993. — V. 38. — № 9. — C. 1427–1430.
10. *Mansour M.* Robust Stability of Interval Matrices // Proc 28-th Conference of Decision and Control. — Tampa, FL., Dec. 1989. — P. 46–51.
11. *Wang K., Michel A. N.* On Sufficient Conditions for the Stability of Interval Matrices // Systems and Control Letters. — 1993. — V. 20. — № 6. — C. 345–351.
12. *Bialas S.* A necessary and sufficient condition for stability of interval matrices // Int. J. Control. — 1983. — Vol. 37. — No 4. — P. 717–722.
13. *Xu Daoui.* Simple Criteria for stability of interval matrices // Internat. Journ. Contr. — 1985. — Vol. 41. — No 1. — P. 289–295.
14. *Shih-Wei Kau*, *Yung-Sheng Liu.* A new LMI condition for robust stability of discrete-time uncertain systems // Systems&Control Letters. — December 2005. — Vol. 54. — Iss. 12. — P. 1195–1203.
15. *Buslowicz M.* Simple conditions for robust stability of positive discrete-time linear systems with delays // Control and Cybernetics. — 2010. — Vol. 39. — No 4. — P. 1159–1171.
16. *Buslowicz M*, *Kaczorek T.* Robust stability of positive discrete-time interval systems with time-delays // Bulletin of the Polish Academy of Sciences. Technical Sciences. — 2004. — Vol. 52. — No 2. — P. 99–102.
17. *Цыпкин Я. З.* Абсолютная устойчивость положения равновесия и процессов в нелинейных импульсных автоматических системах // Автоматика и телемеханика. — 1963. — № 12. — C. 1601–1615.
18. *Молчанов А. П.*, *Морозов М. В.* Функции Ляпунова для нелинейных нестационарных дискретных систем управления с периодической линейной частью // Автоматика и телемеханика. — 1992. — № 10. — C. 37–45.
19. *Морозов М. В.* Условия робастной устойчивости линейных нестационарных систем управления с интервальными ограничениями // Проблемы управления. — 2009. — № 3. — C. 23–26.
20. *Морозов М. В.* Робастная устойчивость дискретных систем управления с периодическими интервальными ограничениями // Проблемы управления. — 2013. — № 4. — C. 11–15.
21. *Молчанов А. П., Морозов М. В.* Абсолютная устойчивость нелинейных нестационарных систем управления с периодической линейной частью // Автоматика и телемеханика. — 1992. № 2. — C. 49–59.
22. *Молчанов А. П.* Условия равномерной абсолютной устойчивости нелинейных нестационарных импульсных систем. // Автоматика и телемеханика. — 1983. — № 3. — C. 40–49.
23. *Рокафеллар Р.* Выпуклый анализ. — М.: Мир, 1973.
24. *Ланкастер П.* Теория матриц. — М.: Наука, 1982.
25. *Морозов М. В.* Об эквивалентности двух определений абсолютной устойчивости нелинейных нестационарных систем управления с периодической линейной частью // А и Т. 1992. № 8. С. 46–53.
26. *Молчанов А. П.* Критерий абсолютной устойчивости импульсных систем с нестационарной нелинейностью. I // А и Т. 1983. № 5. С. 73–81.

Морозов Михаил Владимирович. С. н. с. ИПУ РАН им. Трапезникова. К. ф.-м. н. Окончил в 1982 г. МГУ. Количество печатных работ: 43. Область научных интересов: теория управления, теория дифференциальных уравнений, теория устойчивости. E-mail: miguel@ipu.ru