

# Малое предпринимательство в регионах России: производственные функции по панельным данным

Ю. С. ПИНЬКОВЕЦКАЯ

**Аннотация.** В статье приведены результаты исследований производственных функций, основанных на использовании пространственных и временных статистических данных, характеризующих деятельность совокупности малых предприятий по регионам Российской Федерации. Показана возможность разработки производственных функций, описывающих зависимость оборота малых предприятий от инвестиций в основной капитал и заработной платы работников этих предприятий. Рассмотрены основные характеристики полученных производственных функций.

**Ключевые слова:** производственная функция, панельные данные, малые предприятия, оборот, инвестиции, заработная плата.

За последние годы роль малых предприятий в экономике страны существенно повысилась, что видно из приведенной далее таблицы. В таблице 1 по данным Федеральной службы государственной статистики [15, 17] представлены показатели, характеризующие малое предпринимательство в Российской Федерации за период с 2007 года по 2011 год.

Таблица 1

Динамика показателей малых предприятий России

| Показатель                                                                                        | Годы   |         |         |         |         |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|---------|---------|---------|---------|
|                                                                                                   | 2007   | 2008    | 2009    | 2010    | 2011    |
| Количество малых предприятий, тыс.                                                                | 1137,4 | 1347,7  | 1602,5  | 1644,3  | 1836,4  |
| Численность работников, тыс. чел.                                                                 | 9239,2 | 10436,9 | 10247,5 | 11149,0 | 11480,5 |
| Удельный вес работников малых предприятий в общей численности экономически активного населения, % | 12,3   | 13,8    | 13,5    | 14,8    | 15,2    |

Из таблицы 1 видно, что количество малых предприятий стабильно росло и за 5 лет увеличилось на 61 %. Численность работников, занятых в малом предпринимательстве, возросла на 24 % и достигла 15 % от общей численности экономически активного населения страны.

Учитывая возрастание роли малых предприятий в экономике страны, анализ закономерностей и тенденций их развития является одним из актуальных направлений современной экономической исследований. Оценка эффективности деятельности малых предприятий может основываться на разработке производственных функций, которые, как показывает накопленный опыт [1, 3, 4, 22, 29], позволяют описывать функционирование самых разнообразных хозяйствующих субъектов и их совокупностей, от отдельных предприятий и организаций до отраслей, экономики регионов и экономики страны в целом.

Производственные функции являются экономико-математическими моделями процессов выпуска продукции и количественно выражают устойчивые зависимости между ресурсами и объемами производства. Они широко применяются в экономическом анализе и управлении.

В большинстве проведенных ранее исследований производственные функции разрабатывались на основе данных за длительный промежуток времени. Вместе с тем еще основоположник методологии производственных функций П. Дуглас указывал, что интересно исследовать экономические объекты не только на основе временных рядов, а и рассматривая много одновременно функционирующих объектов за определенный промежуток времени [23]. В качестве примера построения производственной функции по ряду объектов можно привести работу [31] известного американского экономиста, лауреата нобелевской премии Р. Солоу по построению производственной функции за 1956 год по девяти регионам

США. Однако этот подход не получил широкое развитие в связи с отсутствием возможностей обработки больших массивов информации.

В начале двадцать первого века на основе применения компьютеров и соответствующих комплексов прикладных программ одновременное рассмотрение временных и пространственных данных в экономике получило широкое развитие. Пространственные данные за ряд лет получили название панельных данных. Методология анализа панельных данных приведена в работах таких ученых, как Б. Балтаги, К. Баум, М. Нерлове, Б. Хоноре, Ч. Хсиао [20, 21, 25, 26, 30]. Поскольку панельные данные сочетают в себе информацию как о пространственных характеристиках рассматриваемых объектов, так и динамику их изменения в течение определенного времени, разработанные модели обладают большей гибкостью и содержательностью.

Как показывает накопленный к настоящему времени опыт, методология, основанная на использовании панельных данных, обеспечивает ряд существенных преимуществ по сравнению с построением аналогичных моделей за один конкретный период (год):

- в процессе моделирования рассматривается значительно большее количество наблюдений;
- обеспечивается повышение эффективности оценок;
- исключаются недостатки, характерные как для пространственных, так и для временных моделей;
- появляется возможность определить изменение рассматриваемых факторов во времени.

Обоснование возможности применения производственных функций для анализа деятельности совокупности малых предприятий в регионах Российской Федерации представлено в таких работах, как [11, 13]. Наряду с разработанными ранее производственными функциями за конкретные годы представляет определенный интерес разработка производственных функций по панельным данным. Некоторые итоги соответствующих исследований представлены в настоящей статье.

Методика исследований включала следующие этапы:

- определение информационной базы для построения функций;
- сбор и первичная обработка исходных данных;
- определение необходимых для расчетов математических методов и программных средств;
- проведение вычислительного эксперимента;
- логический и математический анализ качества полученных функций;
- установление закономерностей, характеризующих функционирование совокупности малых предприятий в регионах.

В предыдущих работах автора [12] было показано, что наилучшим образом аппроксимируют исход-

ные данные двухфакторная степенная производственная функция, которая описывает зависимость оборота малых предприятий от инвестиций в основной капитал и заработной платы работников по всем субъектам (республикам, краям, областям, а также городам федерального значения) Российской Федерации. Аналогичный подход предлагается применять при анализе панельных данных.

Использование панельных данных предусматривает формирование массивов информации по каждому из субъектов страны за ряд лет с последующим объединением их в общую информационную базу. Учитывая, что критерии отнесения к малым предприятиям были установлены в 2007 году в законе «О развитии малого и среднего предпринимательства в Российской Федерации» [16], представляется возможным проведение анализа показателей, характеризующих функционирование совокупности малых предприятий в субъектах страны за 2007–2011 годы. Данные за более ранний период рассматривать не целесообразно ввиду их несопоставимости. Источниками исходной информации являлись статистические сборники Федеральной службы государственной статистики [7, 8, 9, 10]. В процессе исследований рассматривались совокупности малых предприятий по 76 субъектам страны (за исключением Ингушской и Чеченской республик, по которым отсутствуют статистические данные за некоторые годы рассматриваемого периода). Для исключения повторного счета не включались статистические данные по автономным округам и автономной области.

Разработка производственных функций основывалась на применении регрессионного анализа [4, 6]. Поскольку функция представляет собой степенную зависимость, предварительно проводилась линеаризация. Учитывались методические особенности анализа панельных данных, изложенные в работах [14, 19, 27, 28].

Вычислительный эксперимент проводился с использованием компьютерных программ StataSE 10 и Microsoft Excel [5, 21, 24]. Оценка качества полученных функций основывалась на принятых критериях, а именно на анализе коэффициентов корреляции и детерминации, критериев Фишера—Снедекора и Стьюдента. Также оценивалось значение стандартной ошибки.

В соответствии с методикой обработки панельных данных были построены три производственные функции, соответствующие трем основным модельным спецификациям. Наилучшим образом аппроксимирует исходные данные следующая производственная функция:

$$y_1(x_1, x_2) = 7,411 \times x_1^{0,181} \times x_2^{0,908}, \quad (1)$$

где  $y_1$  — оборот совокупности малых предприятий в субъектах страны, млрд руб.;

$x_1$  — инвестиции в основной капитал совокупности малых предприятий в субъектах страны, млрд руб.;

$x_2$  — заработная плата работников совокупности этих малых предприятий, млрд руб.

Все представленные в статье функции и последующая таблица разработаны автором.

Оценка качества полученной функции (1) основывалась на сравнении расчетных значений указанных выше критериев качества с соответствующими табличными значениями [22]. Расчетные значения по функции (1) приведены в первой строке таблицы 2. Анализ показал, что разработанная функция обладает высоким качеством. Так коэффициенты детерминации и корреляции близки к единице. Расчетное значение намного больше табличной величины критерия Фишера— Снедекора, равной 3,15. Отметим, что проведенная проверка показала отсутствие автокорреляции и гетероскедастичности. Расчетное значение стандартной ошибки мало. Точность оценки коэффициентов производственной функции (1) проверялась с использованием критерия Стьюдента при уровне значимости равном 0,05. При этом оба полученных расчетных значения превышают табличное значение критерия, равное 1,99.

Учитывая большой удельный вес, приходящийся на совокупности малых предприятий городов федерального значения — Москвы и Санкт-Петербурга, была разработана производственная функция по субъектам страны, исключая данные по этим городам. Соответствующая функция приведена ниже:

$$y_2(x_1, x_2) = 7,338 \times x_1^{0,179} \times x_2^{0,913}, \quad (2)$$

где  $y_2$  — оборот совокупности малых предприятий в субъектах страны за исключением городов Москвы и Санкт-Петербурга, млрд руб.;

$x_1$  — инвестиции в основной капитал совокупности малых предприятий в субъектах страны за исключением городов Москвы и Санкт-Петербурга, млрд руб.;

$x_2$  — заработная плата работников совокупности малых предприятий в субъектах за исключением городов Москвы и Санкт-Петербурга, млрд руб.

Сравнение функций (1) и (2) показало, что как показатели степеней при факторах, так и значения коэффициентов полученных функций отличаются менее чем на один процент. То есть эти функции схожи. Поэтому оборот совокупностей малых предприятий всех субъектов страны, включая мегаполисы Москву и Санкт-Петербург, может быть описан производственной функцией (1).

Оценка качества функции (2) также основывалась на сравнении расчетных значений критериев качества с соответствующими табличными значениями. Расчетные значения по функции (2) приведены во второй строке таблицы 2. Анализ показал, что разработанная функция обладает высоким качеством.

Наряду с разработкой производственной функции по панельным данным была построена также так называемая сквозная регрессионная модель, основанная на исходных данных без их разделения по конкретным годам. Соответствующая производственная функция, в которой не учитываются временные составляющие (то есть изменения, обусловленные разными периодами времени) и случайные эффекты, приведена далее:

$$y_3(x_1, x_2) = 7,664 \times x_1^{0,124} \times x_2^{0,917}, \quad (3)$$

где  $y_3$  — оборот совокупности малых предприятий в субъектах страны, млрд руб.;

$x_1$  — инвестиции в основной капитал совокупности малых предприятий в субъектах страны, млрд руб.;

$x_2$  — заработная плата работников совокупности малых предприятий в субъектах страны, млрд руб.

Функция (3), как показала проверка, также обладает высоким качеством. Это следует из анализа данных, приведенных в третьей строке таблицы 2.

Таблица 2

Итоги проверки качества производственных функций

| Номер функции | Коэффициент детерминации | Коэффициент корреляции | Расчетные значения критерия Фишера— Снедекора | Расчетные значения стандартной ошибки | Расчетные значения критерия Стьюдента |       |
|---------------|--------------------------|------------------------|-----------------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|-------|
|               |                          |                        |                                               |                                       | $x_1$                                 | $x_2$ |
| (1)           | 0,897                    | 0,947                  | 749,39                                        | 0,24                                  | 4,17                                  | 21,96 |
| (2)           | 0,937                    | 0,968                  | 2819,29                                       | 0,31                                  | 6,41                                  | 44,80 |
| (3)           | 0,899                    | 0,948                  | 551,88                                        | 0,24                                  | 3,96                                  | 18,79 |

Сравнение показателей степеней и коэффициентов функций (1) и (3) позволяет сделать вывод о достаточно близких (отличающихся менее чем на один процент) значениях показателей степеней при втором факторе функций (заработной плате работников). Показатель степени при первом факторе (инвестициях в основной капитал) в функции, построенной по панельным данным, в 1,5 раза больше по сравнению с функцией (3). Значение коэффициента в функции (3) на 5 % больше соответствующего значения коэффициента в функции (1). Таким образом, производственная функция на основе панельных данных несколько отличается от аналогичной функ-

ции, построенной без разделения исходных данных по конкретным годам.

Итоги проверки качества всех разработанных производственных функций по принятым критериям приведены в таблице 2.

Таким образом, проведенные исследования показали возможность построения производственных функций с использованием панельных данных. При этом полученные функции основываются на двумерных массивах статистических данных, одна из размерностей которых имеет пространственную, а другая временную интерпретацию.

Значения степеней при обоих факторах в функции (1) положительны и, следовательно, с ростом значений каждого из двух факторов, оборот малых предприятий увеличивается. Причем, на рассматриваемом диапазоне значений факторов, функция не достигает своего максимума. Это подтверждается так же тем, что значения предельной отдачи по обоим факторам положительны на рассматриваемых диапазонах изменения их значений. Из этого может быть сделан вывод о том, что насыщение малыми предприятиями как субъектов Российской Федерации, так и страны в целом явно недостаточно.

Сумма значений степеней факторов производственной функции (1) больше единицы, что свидетельствует о возрастающей отдаче от масштаба. То есть, при одновременном и равном процентном увеличении факторов производственной функции достигается наилучший эффект роста оборота совокупности малых предприятий. Отметим, что оборот малого предпринимательства увеличивается более быстрыми темпами, чем рост значений каждого факторов. Например, при росте обоих факторов в этой функции на 10 %, оборот возрастает на 10,9 %. Опережающее увеличение оборота малых предприятий при одновременном росте факторов имеет важное значение для развития этого сектора экономики регионов.

Перекрестные производные производственных функций по каждому из двух факторов положительны для любых значений диапазона изменения факторов. Это показывает, что увеличение одного из факторов улучшает условия использования другого фактора. Так, рост заработной платы работников улучшает отдачу от инвестиций. И наоборот, увеличение инвестиций повышает возможности роста оборота малых предприятий при увеличении заработной платы.

Эластичность оборота по инвестициям в основной капитал меньше эластичности оборота по заработной плате, что свидетельствует о том, что для рассматриваемых производственных функций характерен фондосберегающий (экстенсивный) рост оборота малого предпринимательства в субъектах.

Предельная отдача каждого из факторов меньше средней отдачи этого фактора на всем диапазоне

данных. Такое соотношение средней и предельной отдачи характерно для второй стадии производства по предложенной Д. Н. Хайманом классификации [18]. Эта стадия характеризуется наиболее сбалансированным соотношением факторов производственной функции. Как указывает Д. Н. Хайман, «только на ней не наблюдается избытка эффективно используемых факторов».

Вторые производные всех изоквант положительные, следовательно, выпуклые к началу координат. При этом уровень их выпуклости уменьшается при росте оборота совокупности малых предприятий, что свидетельствует, по мнению Х. Вэриана и А. Г. Гранберга [2, 3], об увеличении эластичности замены факторов: с ростом оборота малых предприятий возрастают возможности замены одного фактора другим.

Фактор заработной платы работников влияет на оборот малых предприятий в большей степени, чем фактор инвестиций в основной капитал.

На основе разработанной производственной функции (1) были получены зависимости, отражающие взаимосвязь инвестиций в основной капитал и заработной платы работников (изокосты, изокванты). Точки касания изоквант и изокост образуют оптимальную траекторию расширения, которая показывает наилучшие соотношения факторов для каждого значения объема производства. Уравнение, описывающее оптимальную траекторию, отражает зависимость заработной платы от инвестиций. Анализ производственных функций и зависимостей, полученных на их основе, позволил установить ряд закономерностей и тенденций, характерных для деятельности малых предприятий.

В целом, проведенные исследования показали возможность построения производственной функции, описывающей оборот совокупности малых предприятий в субъектах нашей страны на основе панельных данных. Разработанная функция позволяет сочетать достоинства как пространственного, так и временного подхода, и хорошо отражает сложившиеся особенности функционирования малого предпринимательства в субъектах Российской Федерации.

Производственная функция и полученные на ее основе зависимости могут быть применены в качестве инструментов решения широкого круга научных и прикладных задач развития и совершенствования малого предпринимательства:

- выявление субъектов Российской Федерации, для которых соотношение факторов производства и величина оборота близки к оптимальным;
- обоснование потребностей в инвестициях в основной капитал и величины заработной платы, необходимых для перехода совокупности малых предприятий в конкретном субъекте страны на оптимальную траекторию;

- расчет потребностей в ресурсах для сохранения малых предприятий субъектов на оптимальной траектории, если они на ней находятся;
- определение оптимальной величины инвестиций (при фиксированной заработной плате), необходимых для достижения запланированного оборота;
- определение оптимальной величины заработной платы (при фиксированных инвестициях), обеспечивающей достижение запланированного оборота;
- формирование различных программ, перспективных планов и прогнозов.

## Литература

1. Бессонов В. А., Цухло С. В. Проблемы построения производственных функций в российской переходной экономике // Анализ динамики российской переходной экономики. М.: Институт экономики переходного периода, 2002. С. 5–89.
2. Вэриан Х. Микроэкономика. Промежуточный уровень. Современный подход. М.: ЮНИТИ, 1997. 767 с.
3. Гранберг А. Г. Моделирование социалистической экономики. М.: Экономика, 1988. 487 с.
4. Клейнер Г. Б. Производственные функции: Теория, методы, применение. М.: Финансы и статистика, 1986. 239 с.
5. Колеников С. О. Прикладной эконометрический анализ в статистическом пакете Stata. М.: Российская экономическая школа, 2000. 111 с.
6. Кремер Н. Ш., Путко Б. А. Эконометрика. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2002. 311 с.
7. Малое предпринимательство в России. 2008: статистический сборник. М.: Росстат, 2008. 164 с.
8. Малое и среднее предпринимательство в России. 2009: статистический сборник. М.: Росстат, 2009. 151 с.
9. Малое и среднее предпринимательство в России. 2010: статистический сборник. М.: Росстат, 2010. 172 с.
10. Малое и среднее предпринимательство в России. 2012: статистический сборник. М.: Росстат, 2012. 185 с.
11. Пиньковецкая Ю. С. Малые предприятия России: закономерности, классификация и направления повышения эффективности. Saarbrücken (Germany): LAP Lambert Academic Publishing, 2011. 204 с.
12. Пиньковецкая Ю. С. Методика построения производственных функций для анализа малого предпринимательства // Проблемный анализ и государственно-управленческое проектирование, 2013. № 1 (27). Том 6. 0,8 п.л. С. 68–77.
13. Пиньковецкая Ю. С. Экономико-математическое моделирование оборота малых предприятий // Вестник Магнитогорского государственного технического университета им. Г. И. Носова. 2012. № 1. 0,7 п.л. С. 88–91.
14. Ратникова Т. А. Введение в эконометрический анализ панельных данных // Экономический журнал ВШЭ. 2006. Том 10. № 3. С. 492–519.
15. Российский статистический ежегодник. 2012: статистический сборник. М.: Росстат, 2012. 786 с.
16. Федеральный закон от 24.07.07 г. № 209-ФЗ «О развитии малого и среднего предпринимательства в Российской Федерации».
17. Федеральная служба государственной статистики. Малое и среднее предпринимательство в России. URL: [http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat\\_main/rosstat/ru/statistics/publications/catalog/doc\\_1139841601359](http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat_main/rosstat/ru/statistics/publications/catalog/doc_1139841601359) (дата обращения: 10.08.2013).
18. Хайман Д. Н. Современная микроэкономика: анализ и применение. М.: Финансы и статистика, 1992. 384 с.
19. Arellano M. Panel Data Econometrics. Oxford: Oxford University Press. 2003. 248 p.
20. Baltagi B. Econometric analysis of panel data. England (West Sussex): John Wiley & Sons. 2005. 302 p.
21. Baum C. An Introduction to Modern Econometrics Using Stata. College Station, TX: Stata Press. 2006. 341 p.
22. Cobb C. W., Douglas P. H. Theory of Production // American Economic Review, Supplement, 18, March 1928, pp. 139–165.
23. Douglas P. Comments on the Cobb-Douglas Production Function // The Theory and Empirical Analysis of Production. Columbia University Press, 1967. — P. 15–22. National Bureau of Economic Research [Электронный ресурс]. URL: <http://www.nber.org/chapters/c1474>. (дата обращения: 20.07.2013).
24. Hamilton L. Statistics with Stata: Updated for Version 9. Belmont: Thomson Higher Education. 2006. 409 p.
25. Honore B. Nonlinear models with panel data. Department of Economics. The institute for fiscal studies. Princeton University. Cemmap (centre for microdata methods and practice) Working paper CWP 13/02. 2002, 21 p. URL: <http://people.stern.nyu.edu/wgreene/Econometrics/PanelDataOutline.htm> (дата обращения: 15.03.13).
26. Hsiao C. Analysis of Panel Data. Cambridge: Cambridge University Press. 2003. 366 p.
27. Kyriazidou E. Estimation of a Panel Data Sample Selection Model // Econometrica. Volume 65. 1997. pp. 1335–1364.
28. Mairesse J., Jaumandreu J. Panel-data Estimates of the Production Function and the Revenue Function: What Difference Does It Make? // The Scandinavian Journal of Economics. Volume 107. Issue 4. 2005. pp. 651–672.
29. Mishra S. K. A Brief History of Production Functions // Working Paper Series Social Science Research Network. Department of Economics. North-Eastern Hill University. Shillong (India). 2007. SSRN. URL: [http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract\\_id=1020577](http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1020577) (дата обращения: 20.08.2013).
30. Nerlove M. Essays in Panel Data Econometrics. Cambridge: Cambridge University Press. 2002. 382 p.
31. Solow R. Capital, Labor, and Income in Manufacturing // The Behavior Of Income Shares: Selected Theoretical and Empirical Issues. Conference on Research in Income and Wealth. 1964. — P. 101–142. National Bureau of Economic Research [Электронный ресурс]. URL: <http://www.nber.org/chapters/c1844>. (дата обращения: 15.04.2013).

**Пиньковецкая Юлия Семеновна.** Доцент Ульяновского ГУ. К. э. н. Окончила в 2006 г. УлГУ. Количество печатных работ: 50. Область научных интересов: экономико-математические методы, экономика предпринимательства. E-mail: [judy54@yandex.ru](mailto:judy54@yandex.ru)