

Об эффективных приложениях полиномиальной регрессии к задаче распознавания символов

М. Б. ГАВРИКОВ, Н. В. ПЕСТРЯКОВА, Б. М. ГАВРИКОВ

Аннотация. Описывается вероятностный способ классификации, в основе которого лежит полиномиально-регрессионный подход. Данный метод обучен и проверен на различных множествах печатных и рукопечатных символов. Показано, что он обладает большим быстродействием, высокой точностью, монотонностью оценок (надежностью), устойчивостью к искажениям. Его вычислительная структура обеспечивает возможность распараллеливания.

Ключевые слова: классификация, полиномиальная регрессия, печатные и рукопечатные символы.

Введение

Задача распознавания печатных и рукопечатных символов весьма актуальна для различных видов современных наукоемких технологий, использующих оптический ввод документов.

Существующие классы распознающих систем (программы ввода текстов, системы потокового ввода структурированных документов, видеорегистраторы текстовых объектов) имеют различные стратегии распознавания, но опираются на общие алгоритмы распознавания символов.

С расширением области применения систем распознавания ужесточаются предъявляемые к ним требования. Характеристики качества включают не только традиционные точность и быстродействие, но также свойства оценок распознавания, на основании которых определяется надежность алгоритмов более высокого уровня и всей системы в целом. Большое значение имеет устойчивость метода распознавания к искажениям символов.

Появление и распространение технологий nVidia CUDA, ATI Stream, OpenCL и Microsoft DirectCompute порождает интерес к разработке методов, вычислительная структура которых удобна для распараллеливания.

Данная работа посвящена обеспечивающим возможность распараллеливания эффективным приложениям полиномиальной регрессии к задаче распознавания печатных и рукопечатных символов. Описан метод [4–6], обученный и проверенный на различных базах символов (печатные прямые буквы и цифры, печатные прямые и курсивные цифры, рукопе-

чатные цифры). Проведен теоретический и численный анализ характеристик качества и свойств разработанного метода распознавания.

1. Метод распознавания

Используется байесовский вероятностный прецедентный подход для задачи классификации на K непересекающихся классов. Ответом распознавателя считается K -мерный вектор вероятностей в принадлежности объекта к каждому из классов, по которому можно найти номер класса. Тем самым классификация превращается в специальный случай регрессии.

Разработанный алгоритм позволяет по предъявляемому растру изображения определить, какому символу из некоторого конечного множества с K элементами он соответствует. Представлением символа является растр, состоящий из $N = N_1 \times N_2$ серых пикселей. Перенумеровав все пиксели растра, запоминаем в i -й компоненте ($1 \leq i \leq N$) вектора $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^N$ состояние i -го пикселя (яркость), а именно, значение на отрезке $[0,1]$ для серого растра. Пусть $V = \{\mathbf{v}\}$ — совокупность всевозможных растров. Очевидно, $V \subseteq \mathbf{R}^N$, причем поскольку пиксели серые, то $V = [0, 1]^{N-1}$ — N -мерный единичный куб в \mathbf{R}^N .

Отождествим k -й символ с базисным вектором $\mathbf{e}_k = (0, \dots, 1, \dots, 0)$ (1 на k -м месте, $1 \leq k \leq K$) из \mathbf{R}^K . Обозначим $Y = \{\mathbf{e}_1, \dots, \mathbf{e}_K\}$.

Пусть для предъявляемого растра $\mathbf{v} \in V$ можно найти $p_i(\mathbf{v})$ — вероятность того, что растр изображает символ с номером k , $1 \leq k \leq K$. В рассматри-

ваемой постановке растр не отождествляется с единственным символом. Растр — это изображение, соответствующее каждому из символов заданного конечного набора с некоторой вероятностью, в предположении, что такие вероятности существуют. Тогда результатом распознавания считается символ с порядковым номером k_0 , где

$$p_{k_0}(\mathbf{v}) = \max p_k(\mathbf{v}), 1 \leq k \leq K. \quad (1)$$

Следовательно, для решения задачи требуется вычислить вектор вероятностей $(p_1(\mathbf{v}), p_2(\mathbf{v}), \dots, p_K(\mathbf{v}))$. Он может быть найден на основе метода наименьших квадратов [3]. Приближенные значения компонент $(p_1(\mathbf{v}), \dots, p_K(\mathbf{v}))$ в соответствии с методом полиномиальной регрессии следует искать в виде разложения по произведениям степеней яркости в различных пикселях:

$$p_k(\mathbf{v}) \cong c_0^{(k)} + \sum_{i=1}^N c_i^{(k)} v_i + \sum_{i,j=1}^N c_{i,j}^{(k)} v_i v_j + \dots, \quad 1 \leq k \leq K. \quad (2)$$

Суммы в (2) конечные и определяются выбором базисных мономов, причем поиск их оптимальной конфигурации (количества и качественного состава) является большой проблемой. Вводится в рассмотрение полиномиальный вектор

$$\mathbf{x}(\mathbf{v}) = (1, v_1, \dots, v_N, \dots)^T.$$

Это конечный вектор размерности L из приведенных в (2) базисных мономов, упорядоченных некоторым образом и определяющих соответствующее признаковое пространство. Тогда (2) можно записать следующим образом:

$$\mathbf{p}(\mathbf{v}) = (p_1(\mathbf{v}), \dots, p_K(\mathbf{v}))^T \cong A^T \mathbf{x}(\mathbf{v}). \quad (3)$$

Столбцами матрицы A размера $L \times K$ являются векторы $\mathbf{a}^{(1)}, \dots, \mathbf{a}^{(K)}$. Каждый такой вектор составлен из коэффициентов при мономах соответствующей строки (2) с совпадающим индексом k , упорядоченных так, как это сделано в $\mathbf{x}(\mathbf{v})$.

Для вычисления матрицы A используется обучающая выборка:

$$[\mathbf{v}^{(1)}, \mathbf{y}^{(1)}], [\mathbf{v}^{(2)}, \mathbf{y}^{(2)}], \dots, [\mathbf{v}^{(j)}, \mathbf{y}^{(j)}]. \quad (4)$$

Вектор $\mathbf{v}^{(j)}$ соответствует растру изображения. Вектор $\mathbf{y}^{(j)}$ кодирует символ. Все его компоненты нулевые, кроме той, номер которой соответствует номеру символа, — она равна 1.

$$\mathbf{y}^{(j)} = (0, \dots, 1, \dots, 0).$$

Приближенное значение A ищется следующим образом: (так называемое обучение):

$$A \cong \left(\frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \mathbf{x}^{(j)} (\mathbf{x}^{(j)})^T \right)^{-1} \left(\frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \mathbf{x}^{(j)} (\mathbf{y}^{(j)})^T \right). \quad (5)$$

Проблема обращения заполненной матрицы большой размерности до сих пор не решена [1]. Чтобы обойти ее, предлагается [2] правую часть (5) вычислить с использованием рекуррентной процедуры:

$$A_j = A_{j-1} - \alpha_j G_j \mathbf{x}^{(j)} [A_{j-1}^T \mathbf{x}^{(j)} - \mathbf{y}^{(j)}]^T, \alpha_j = 1/J \quad (6)$$

$$G_j = \frac{1}{1 - \alpha_j} \left[G_{j-1} - \alpha_j \frac{G_{j-1} \mathbf{x}^{(j)} (\mathbf{x}^{(j)})^T G_{j-1}}{1 + \alpha_j ((\mathbf{x}^{(j)})^T G_{j-1} \mathbf{x}^{(j)} - 1)} \right], \quad 1 \leq j \leq J,$$

где A_0 и G_0 заданы некоторым образом. Введение матрицы G_j размера $L \times L$ помогает избежать обращения матрицы в (5).

Разработанный метод — конкретная алгоритмическая реализация, основанная на описанном математическом подходе к решению задачи. Используется упрощенная модификация процедуры (6):

$$G_j \cong D^{-1}, D = \text{diag} (E\{x_1^2\}, E\{x_2^2\}, \dots, E\{x_L^2\}), \quad (7)$$

где x_1, x_2, \dots, x_L — компоненты вектора $\mathbf{x}(\mathbf{v})$. В этом случае были получены приемлемые практические результаты. Рассматривались серые растры размера $N = 256 = 16 \times 16$ (рис. 1).

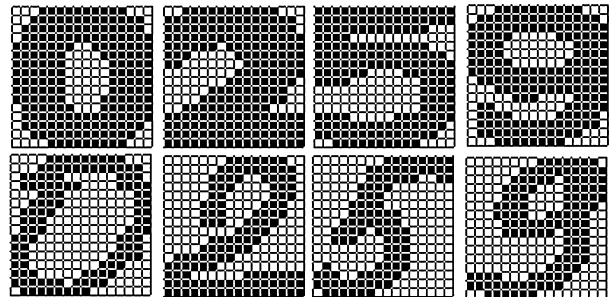


Рис. 1. Образы 16 x 16 печатных и рукопечатных символов

Приведенная математическая постановка задач обучения и распознавания не является полной, поскольку не определен вектор базисных мономов $\mathbf{x}(\mathbf{v})$. Достижением данного метода является выбор пространства первичных признаков, определяющего конкретный вид вектора базисных мономов $\mathbf{x}(\mathbf{v})$. Его структура оптимизирована по точности распознавания символов обучающей базы графических образов (175 тыс. образов символов для рукопечатных цифр, 1 млн элементов для печатных букв и цифр), а также тестовых выборок меньшего объема. Применение обучающих символьных множеств большого объема позволяет избежать проблемы переобучения.

Предлагаемая в настоящей работе математическая модель распознавания основана на использовании не только самих величин яркости, но и разности их значений в соседних пикселях (перепад яркости),

поскольку обнаружение человеком информативных признаков зрительных объектов зависит от фиксации перепадов яркости.

Следует отметить, что разработанная структура вектора не является строго полиномиальной, поскольку в качестве компонент полиномиального вектора фигурируют не только сами мономы, но и линейные комбинации мономов разного порядка, соответствующие различным степеням градиентов яркости по двум ортогональным направлениям ориентации пикселей растра и их произведениям.

Используются два варианта вектора \mathbf{x} . Длинный вектор имеет вид:

$$\mathbf{x} = (1, \{v_i\}, \{v_i^2\}, \{(\delta v_i)_r\}, \{(\delta v_i)_r^2\}, \{(\delta v_i)_y\}, \{(\delta v_i)_y^2\}, \{(\delta v_i)_r^4\}, \{(\delta v_i)_y^4\}, \{(\delta v_i)_r(\delta v_i)_y\}, \{(\delta v_i)_r^2(\delta v_i)_y^2\}, \{(\delta v_i)_r^4(\delta v_i)_y^4\}, \{(\delta v_i)_r((\delta v_i)_r)_l\}, \{(\delta v_i)_y((\delta v_i)_y)_l\}, \{(\delta v_i)_r((\delta v_i)_y)_l\}, \{(\delta v_i)_y((\delta v_i)_r)_l\}, \{(\delta v_i)_r((\delta v_i)_r)_d\}, \{(\delta v_i)_y((\delta v_i)_y)_d\}, \{(\delta v_i)_r((\delta v_i)_y)_d\}, \{(\delta v_i)_y((\delta v_i)_r)_d\}). \quad (8)$$

Короткий вектор составлен из элементов в первой строке (8):

$$\mathbf{x} = (1, \{v_i\}, \{v_i^2\}, \{(\delta v_i)_r\}, \{(\delta v_i)_r^2\}, \{(\delta v_i)_y\}, \{(\delta v_i)_y^2\}). \quad (9)$$

Через $(\delta v_i)_r$ и $(\delta v_i)_y$ обозначены конечные центральные разности величин v_i по ортогональным направлениям ориентации растра — нижние индексы r и y соответственно. Так, для горизонтального направления использовалось следующее выражение:

$$\delta v_i = v_{i+1} - v_{i-1}.$$

А для вертикального направления это выражение соответственно имело вид:

$$\delta v_i = v_{i+16} - v_{i-16}.$$

Здесь учитывается одномерная нумерация пикселей в растре размером 16×16 .

Компоненты вектора \mathbf{x} , не имеющие индекса l или d , вычисляются для всех пикселей растра; с индексом l — кроме левых граничных, с индексом d — кроме нижних граничных. Индекс l (left) или d (down) означает, что величины относятся к пикселу слева или снизу от данного. Вне растра $v_i = 0$ (используется при вычислении конечных разностей на границе растра).

Поскольку рукопечатные символы имеют меньшую толщину, чем печатные, использовался прием искусственного «уширения» изображения. Суть его заключается в том, что при вычислении компонент полиномиального вектора имеющееся изображение искусственно увеличивается в размере на один пиксел в направлении, ортогональном соответствующему участку границы.

Понятно, что местонахождение границы заранее неизвестно. Поэтому проводилась проверка значе-

ния яркости v_i на превышение порогового значения, равного 0,3. Критерием наличия границы считалось присутствие двух соседних пикселей, таких что для одного из них выполняется условие $v_i > 0,3$ (это означает, что пиксел условно расположен внутри затемненной области символа), а для другого $v_j < 0,3$ (пиксел условно находится вне затемненной области символа).

Пороговое значение 0,3 было подобрано в результате численных экспериментов путем оптимизации точности распознавания при обучении и распознавании на фрагментах базы рукопечатных символов.

При вычислении элементов матрицы D (7) для каждого j -го элемента базы символов строится вектор \mathbf{x}^j согласно (8) или (9). Попутно рассчитываются компоненты вспомогательного вектора \mathbf{m}^j по формуле:

$$m_p^j = (1-1/j) m_p^{j-1} + (x_p^j)^2 / j, \quad j = 1, \dots, J, p = 1, \dots, L. \quad (10)$$

В конце этой процедуры для последнего элемента имеем согласно (7):

$$G_J \equiv D^{-1} = \text{diag} (1/m_1^J, 1/m_2^J, \dots, 1/m_L^J). \quad (11)$$

После вычисления G_j для каждого j -го элемента базы символов строится вектор \mathbf{x}^j согласно (8) или (9) и находятся элементы матрицы A_j (5):

$$a_j^{pk} = a_{j-1}^{pk} - \alpha_j x_p^j \left(\sum_{i=1}^L a_{j-1}^{ik} x_i^j - y_k^j \right) / m_p^j, \quad \alpha_j = 1/J \quad (12)$$

$$A_j = [a_j^{pk}], j = 1, \dots, J, p = 1, \dots, L, k = 1, \dots, K.$$

При распознавании по изображению строится вектор \mathbf{x} согласно (8) или (9). Далее по формуле (4), используя $A = A_j$ (12), вычисляются оценки для каждого из символов. Затем ищется символ с максимальной оценкой.

Получаемые из-за приближенности метода отрицательные оценки искусственно обнуляли, а превышающие единицу делали равными 1.

2. Анализ качества распознавания

Далее используются целочисленные оценки 1, 2, ..., 16. После умножения оценки на 16 старый диапазон оценок $[0, 1]$ переходит в новый $[0, 16]$. Затем проводится дискретизация: $[0, 1] \rightarrow 1$, $(1, 2] \rightarrow 2$, ..., $(15, 16] \rightarrow 16$.

Анализируются следующие характеристики качества методов распознавания символов: точность, монотонность оценок и быстрдействие.

Точностью распознавания по базе B называется величина

$$1 - \frac{\sum_{b \in B} (1 - \rho(C(b), P(b)))}{|B|}, \quad (13)$$

где b — элементы тестовой базы образов B , $|B|$ — число образов в базе B , $C(b)$ — код символа, известный для каждого образа из тестовой базы, $P(b)$ — код символа, полученный в результате распознавания, $\rho(s, t)$ — расстояние между известным и распознанным кодами символа (функция сравнения, равная 1, если s и t неразличимы, и равная 0 в противном случае). Коды прописных и строчных символов с одинаковым начертанием не различаются, например, группы букв кириллицы и цифр *оОо зЗз нН*.

Используются следующие обозначения: $N(W)$ — количество распознанных образов с оценкой W ; $N_E(W)$ — число неправильно распознанных образов с оценкой W ; $\nu(W) = N(W)/|B|$ — частота распознавания с оценкой W ; $\nu_E(W) = N_E(W)/N(W)$ — частота ошибочного распознавания с оценкой W .

Монотонность оценок — свойство оценок характеризовать надежность распознавания. Исследуем совокупность частот $\{\nu_E(W_{\min}), \dots, \nu_E(W_{\max})\}$. Случаи с $N(W) = 0$ не рассматриваем. Монотонность графика частот ошибок распознавания назовем монотонностью оценок метода. Интересны методы с монотонным убыванием в области высоких оценок.

Распределение оценок метода — совокупность частот $\{\nu(W_{\min}), \dots, \nu(W_{\max})\}$ появления оценок. Для метода с монотонными оценками высокие оценки характеризуются большей надежностью распознавания, поэтому желательно, чтобы метод чаще распознавал образы с большими оценками.

Быстродействие — количество распознанных в единицу времени образов, зависящее от платформы. Ниже распознавание производилось с помощью библиотеки, собранной компилятором Microsoft Visual C++ 6.0 в режиме максимальной скорости исполнения с использованием инструкций SSE. Тесты проводились на платформе с ЦП Pentium IV 1500 МГц; 512 Мб ОЗУ; ОС Windows 2000).

На приведенных далее рисунках гистограммой обозначено распределение $\nu_E(W)$, а графиком — распределение $\nu(W)$.

Для печатных прямых и курсивных цифр обучение проводилось на базе в 95 тыс. элементов с коротким вектором x . При обучении и распознавании между прямыми и курсивными символами не делалось различий. На тестовой последовательности из 12 979 образов получена точность 0,9956, быстродействие — 11 500 образов/сек. Ошибок со старшими

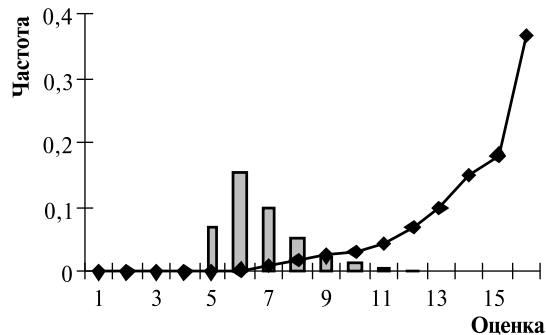


Рис. 2. Печатные цифры

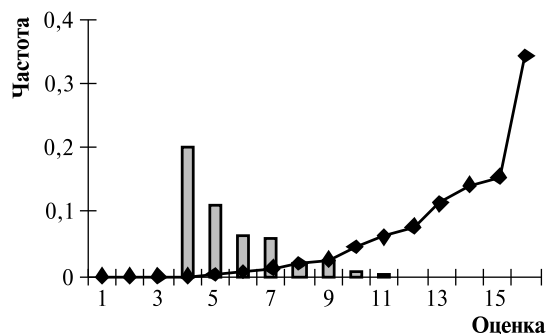


Рис. 3. Рукопечатные цифры

оценками (равными 14, 15 и 16) нет, доля этих оценок составляет 0,69 (рис. 2).

После обучения по базе в 175 тыс. рукопечатных цифр на тестовой последовательности из 8416 образов для длинного вектора x точность равняется 0,9973, а быстродействие — 4000 символов/сек (рис. 3).

3. Моделирование искажений изображений символов

Очевидно, что любое распознаваемое множество может быть получено из обучающего, но неизвестен способ этого преобразования. Для исследования устойчивости метода распознавания к искажениям изображений в качестве базы распознавания используем заданную модификацию базы обучения. Выбор такого универсального способа модификации, который позволил бы получить исчерпывающую информацию о свойствах метода распознавания по отношению к искажениям, причем вне зависимости от обучающего множества, является неразрешенной проблемой. Соответственно, при анализе полученных результатов о чувствительности метода распознавания к искажениям следует делать поправки на конкретный способ модификации и особенности обучающей выборки. Рассмотрены две модели искажения, характеризующиеся увеличением яркости в пикселах (затем-

нение), а также ее уменьшением (засветление). О важности рассмотрения указанных способов искажения говорит то, что любая модификация исходного изображения представляет собой некоторую композицию затемнения и засветления пикселей.

Моделирование процесса нарастания различия обучающего и распознаваемого множеств проводится следующим образом. При затемнении на этапе распознавания значение яркости для каждого пиксела раstra постепенно увеличивается: $v_i \rightarrow v_i + 0,01 \cdot n$, где $n = 0, 1, \dots, 100$. Если для каких-то пикселей начиная с некоторого n имеем: $v_i > 1$, то считаем $v_i = 1$. При засветлении яркость в пикселах уменьшается с ростом n : $v_i \rightarrow v_i - 0,01 \cdot n$, где $n = 0, 1, \dots, 100$. Если получено $v_i < 0$, то считаем $v_i = 0$.

На рис. 5 приведена зависимость от n доли (в процентном выражении) числа нераспознанных изображений относительно их общего числа ($mis\%t$ — затемнение, $mis\%s$ — засветление). Очевидно, что увеличение n , соответствующее нарастанию искажения изображений символов, должно приводить к уменьшению числа правильных распознаваний. Однако следует отметить, что особенности динамики этого процесса существенно зависят как от типа написания, так и от направления изменения яркости (ее усиления или ослабления). Для рукопечатных цифр указанная величина при затемнении растет монотонно, причем на отрезке $24 \leq n \leq 32$ темпы ее роста стремительно увеличиваются и в дальнейшем остаются высокими. При засветлении рукопечатных в целом наблюдается картина монотонного роста, но на участке $64 \leq n \leq 72$ имеется небольшая немонотонность. Для печатных $mis\%t$ и $mis\%s$ увеличиваются монотонно, причем процесс затемнения характеризуется резким увеличением темпов роста величины $mis\%t$ при $48 \leq n \leq 56$, которые при больших значениях n еще увеличиваются, аналогично наблюдавшемуся для рукопечатных. Для любого типа написания при засветлении соответствующая кривая является более полой, чем при затемнении. Засветление печатных образов приводит к наименьшему нарастанию доли неправильно распознанных образов по сравнению с засветлением рукопечатных, а также затемнением и печатных, и рукопечатных символов: при $n = 96$ для печатных цифр $mis\%s = 2,4\%$, $mis\%t = 82,9\%$, для рукопечатных $mis\%t = 81,0\%$, $mis\%s = 46,1\%$.

Для проведения последующего анализа следует заметить, что важнейшим показателем «правильного» поведения метода является уменьшение оценки при нарастании различия обучающего и распознаваемого множеств.

Средняя оценка распознавания для рукопечатных символов и при затемнении (Prb_t), и при засветлении (Prb_s) сначала уменьшается, а затем увеличивается (рис. 4). Точка минимума определяет

предел достоверности оценок. Для Prb_t средние темпы и падения, и роста в полтора-два раза выше, чем для Prb_s . Следует заметить, что минимум Prb_t достигается при $n = 32$, а минимум Prb_s — при $n = 64$, то есть именно на участках особенного поведения величин $mis\%t$ и $mis\%s$. Для печатных цифр Prb_s стремительно монотонно падает, а Prb_t при общей тенденции к гораздо более медленному монотонному уменьшению имеет небольшой участок немонотонности (ограничение предела достоверности оценок значением $n = 72$ определяет локальный максимум при $n = 80$); ранее отмечалось, что здесь также нарушается гладкость для $mis\%t$. Итак, пределу достоверности оценки для рукопечатных символов соответствует значение $n = 32$ при затемнении и $n = 64$ при засветлении, в то время как для печатных при затемнении ему соответствует значение $n = 72$, а при засветлении оценка является «правильной» вплоть до максимальных значений.

Средняя оценка при $n = 0$ для печатных цифр несколько больше, чем для рукопечатных. Но при засветлении печатных изображений Prb_s резко падает. Prb_s при $n > 0$ меньше Prb_t для печатных, а при $n = 3$ становится ниже оценки засветления и при $n = 12$ — затемнения рукопечатных. Тем не менее, несмотря на падение оценки распознавания при засветлении печатных символов, точность уменьшается медленно. Все это говорит о высокой устойчивости метода к распознаванию печатных символов при уменьшении яркости, а также о достоверности выставляемых оценок.

Зависимость от n расстояния между среднестатистическими растрами баз обучения и распознавания (vv_t — затемнение и vv_s — засветление) приведена на рис. 7, а отклонения между среднестатистическими полиномиальными векторами (xx_t при затемнении и xx_s при засветлении) — на рис. 6а,б.

Для любого печатного или рукопечатного символа с ростом n увеличиваются vv_t и vv_s (рис. 7). При $0 \leq n \leq 100$ и для печатных, и для рукопечатных функции vv_t и vv_s гладкие и почти линейные, с замедлением роста (увеличивается число пикселей, в которых достигается значение яркости 1 при затемнении и 0 при засветлении). Они располагаются по возрастающей так: засветление (рукопечатные), засветление (печатные), затемнение (печатные), затемнение (рукопечатные). Для $n > 0$ величина vv_t превышает vv_s для рукопечатных цифр более чем вдвое, а для печатных — не более 15 %.

С ростом n для рукопечатных xx_t строго растет, а xx_s при $64 \leq n \leq 72$ немного падает (рис. 6а). Для печатных xx_t и xx_s строго растут (рис. 6б).

Аналогично vv_t и vv_s , для $n > 0$ величина xx_t более чем в полтора раза превосходит xx_s для руко-

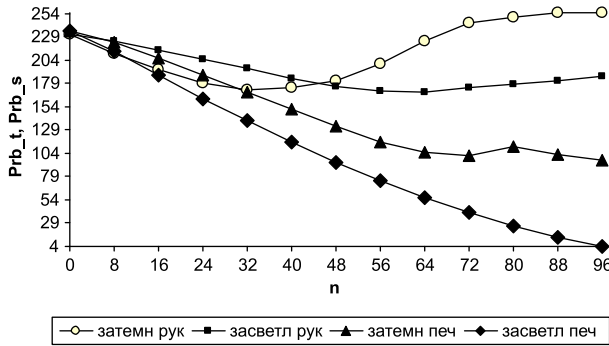


Рис. 4. Средняя оценка распознавания при затемнении и засветлении

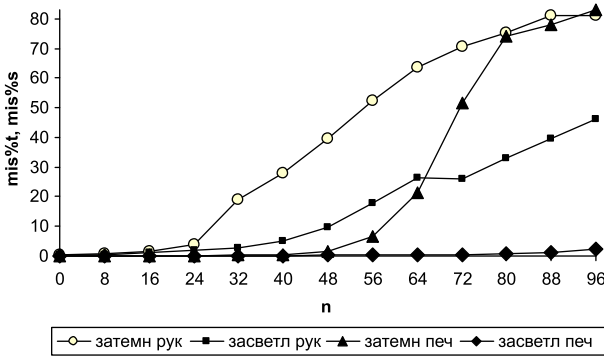


Рис. 5. Доля нераспознанных растров при затемнении и засветлении

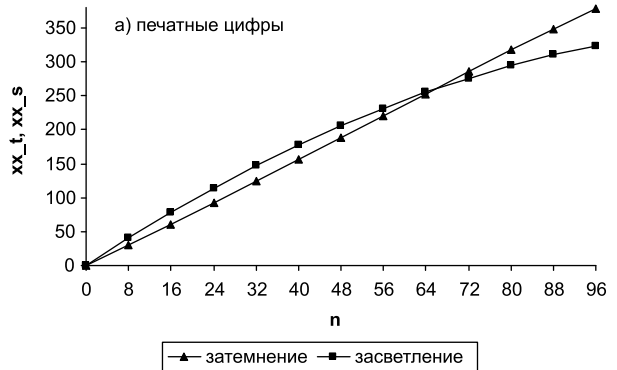
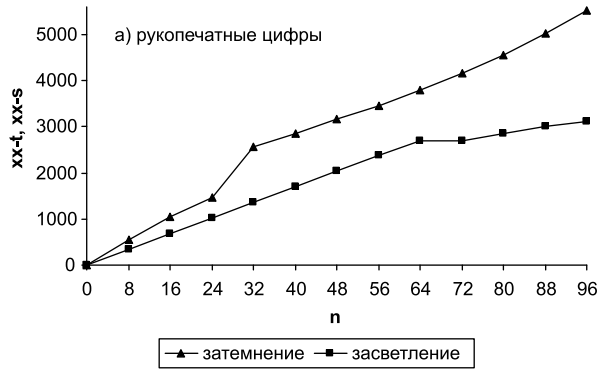


Рис. 6. Расстояние между среднестатистическими векторами баз обучения и распознавания при затемнении и засветлении

печатных цифр, а для печатных их разница приближается к 20 % лишь около $n = 100$.

В случае рукопечатных цифр график xx_s перестраивается при $64 \leq n \leq 72$ (рис. 6а). Здесь xx_s незначительно убывает, а левее и правее нарастает с почти постоянной скоростью, которая для $n > 72$ в два раза ниже, чем для $n < 64$. На этом же отрезке перестраивается и график $mis\%$ (рис. 5). На этом участке $mis\%$ незначительно убывает, а слева и справа монотонно увеличивается. Справа $mis\%$ увеличивается с почти постоянной скоростью, которая ниже, чем соответствующая величина вблизи отрезка $64 \leq n \leq 72$ слева. Итак, для $n < 64$ и $n > 72$ нарастанию xx_s соответствует увеличение $mis\%$, а при $64 \leq n \leq 72$ очень незначительно убывают и xx_s , и $mis\%$. При $64 \leq n \leq 72$ поведение Prb_s меняется от убывания к нарастанию: при $n = 64$ имеется минимум Prb_s (рис. 4), определяющий границу достоверности оценки.

График xx_t (рис. 6а) — монотонно возрастающий и кусочно-линейный. Производные рвутся при $n = 24$ и $n = 32$. На отрезке $24 \leq n \leq 32$ темпы роста xx_t приблизительно втрое больше, чем левее и правее.

Здесь же на отрезке перестраивается график $mis\%$ (рис. 5); темпы роста $mis\%$ выше, чем слева и справа.

Итак, в диапазоне $0 \leq n \leq 100$ монотонно возрастают и xx_t , и $mis\%$. При $24 \leq n \leq 32$ темпы их роста намного выше, чем на остальных участках. Именно при $24 \leq n \leq 32$ поведение Prb_t коренным образом меняется от убывания к нарастанию: при $n = 32$ имеется минимум этой величины (рис. 4), являющийся пределом достоверности оценки.

Структура вектора для печатных цифр более простая, чем для рукопечатных, но сложнее растрового представления. График оценки распознавания для печатных цифр имеет меньше особенностей, чем для рукопечатных (*печатные*: монотонное убывание для засветления и тенденция к этому для затемнения; *рукопечатные*: выраженная немонотонность (вогнутость) и для затемнения, и для засветления) — рис. 4. Это говорит о большом диапазоне достоверности получаемых оценок при искажении печатных символов (особенно при засветлении) по сравнению с рукопечатными. Поведение доли нераспознанных изображений печатных символов также имеет меньше особенностей (*печатные*: почти монотонный рост, гладкость для засветления и нарушение ее лишь в одной точке для затемнения; *рукопечатные*: нарушение монотонности для засвет-

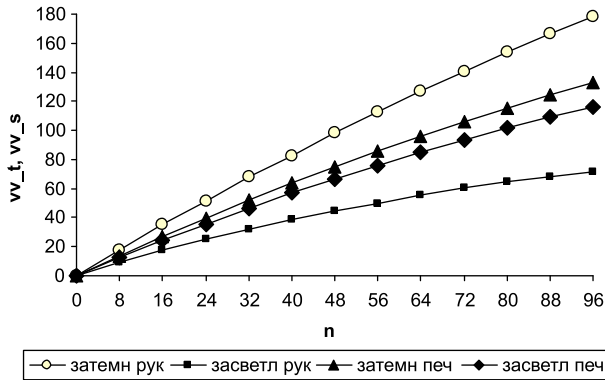


Рис. 7. Расстояние между среднестатистическими растрами баз обучения и распознавания при затемнении и засветлении

ления, большее нарушение гладкости для засветления и затемнения) — рис. 5. В отличие от «сложного» рукопечатного вектора, графики отклонения среднестатистического «простого» печатного вектора имеют меньше особенностей: являются гладкими, монотонными, — сходны с печатными и рукопечатными растровыми аналогами (рис. 6а, б — рис. 7). Как и последние, они не отражают проявлений немонотонности оценки и нарушения гладкости в графике доли нераспознанных символов (при затемнении печатного образа).

При полном затемнении с $n = 100$ («Черный квадрат») все рукопечатные изображения распознаются как «1» с оценкой 255. Этим и объясняется рост средней оценки Prb_t для $n > 32$ при затемнении. Однако при полном засветлении с $n = 100$ среди цифр от «0» до «9» нет столь уникально подходящей для «Белого квадрата». В качестве решения выбираются различные цифры с существенно более низкими оценками, чем при полном затемнении.

Для печатных цифр при полном затемнении все образы, как и для рукопечатных, распознаются как «1», но с меньшей оценкой $Prb_t = 93$. Этим обстоятельством с учетом резкого падения темпа роста $mis\%$ с нарушением гладкости именно в данной точке объясняется незначительное нарушение монотонного убывания Prb_t при затемнении. При полном засветлении все образы распознаются как «1» с минимальной оценкой $Prb_s = 1$, чем и объясняется монотонное убывание Prb_s .

При $n = 100$ для рукопечатных цифр выполняются равенства: $v_t = 183,8$, а также $v_s = 72,2$. Следовательно, $v_t + v_s = 256$. Эта сумма соответствует расстоянию между растрами «Белого» и «Черного» квадратов. Отклонение среднестатистического растра базы обучения от растра «Черного» квадрата в два с половиной раза больше, чем от растра «Белого» квадрата. Поэтому v_t превышает v_s более чем в два раза для каждого $n > 0$.

Для печатных цифр при $n = 100$ выполняются равенства: $v_t = 136,6$, а также $v_s = 119,4$. Следовательно, $v_t + v_s = 256$ (расстояние между растрами «Белого» и «Черного» квадратов). Отклонение среднестатистического растра базы обучения от растра «Черного» квадрата приблизительно на 10% больше, чем от растра «Белого» квадрата (для рукопечатных символов — в два с половиной раза). Поэтому для печатных при $n > 0$ величина v_t превышает v_s не более чем на 20% (а для рукопечатных — более чем в два раза).

Заключение

Итак, показано, что описанный метод распознавания имеет вероятностную природу. На различных множествах печатных и рукопечатных символов продемонстрировано, что он обладает большим быстродействием, высокой точностью, монотонностью оценок (надежностью), устойчивостью к искажениям. Последнее из перечисленных качеств метода объясняет то, что он хорошо зарекомендовал себя на практике при распознавании сильно зашумленных (загрязненных и в значительной степени разрушенных) изображений.

В последние годы большое значение придается распараллеливанию численных алгоритмов с целью решения задач распознавания на многопроцессорной вычислительной технике. Особая эффективность метода, основанного на полиномиальной регрессии, определена тем, что решение исходной задачи легко сводится к решению серии более простых задач.

Вычислительная структура метода обеспечивает возможность глубокого мелкозернистого распараллеливания. Это является неоспоримым преимуществом метода при распараллеливании как средствами CPU (центрального процессора), так и с помощью GPU (средств графических карт). Относительное увеличение скорости достигает 25–28 раз.

Литература

1. Гавриков М. Б., Локуцкий О. В. Начала численного анализа. М.: Янус, 1995.
2. Schürmann J. Pattern Classification. John Wiley & Sons, Inc., New York, NY, 1996.
3. Линник Ю. В. Метод наименьших квадратов и основы математико-статистической теории обработки наблюдений. М.: Физматлит, 1958.
4. Гавриков М. Б., Пестрякова Н. В., Усков А. В., Фарсобица В. В. Оценка распознавания символов для метода, основанного на полиномиальной регрессии // Обработка изображений и анализ данных. Сборник «Труды Института системного анализа Российской академии наук». М.: ИСА РАН, 2014.

мии наук (ИСА РАН)» / Под ред. В. Л. Арлазарова, Н. Е. Емельянова. Т. 38. М.: Книжный дом «Либроком»/URSS, 2008. С. 194–219.

5. *Пестрякова Н. В.* Особенности распознавания печатных и рукопечатных символов. // Технологии программирования и хранения данных. Сборник «Труды Института системного анализа Российской академии наук (ИСА РАН)» / Под ред. В. Л. Арлазарова,

Н. Е. Емельянова. Т. 45. М.: Ленанд/URSS, 2009. С. 206–230.

6. *Пестрякова Н. В.* Интегральные и дифференциальные характеристики базы символов // Обработка информационных и графических ресурсов. Сборник «Труды Института системного анализа Российской академии наук (ИСА РАН)» / Под ред. В. Л. Арлазарова. Т. 58 М.: Красанд/URSS, 2010. С. 211–225.

Гавриков Михаил Борисович. С. н. с. ИПМ им. М. В. Келдыша РАН. К. ф.-м. н. Окончил в 1975 г. МГУ. Кол-во печатных работ: более 100 (в т. ч. 1 монография). Область научных интересов: математическое моделирование, численные методы, вычислительная плазмодинамика, распознавание образов. E-mail: nadya_p@cs.isa.ru

Пестрякова Надежда Владимировна. В. н. с. ИСА РАН. Д. т. н. Окончила в 1983 г. МФТИ. Кол-во печатных работ: более 50 (в т. ч. 1 монография). Область научных интересов: математическое моделирование, вычислительная гидродинамика, распознавание образов. E-mail: nadya_p@cs.isa.ru

Гавриков Борис Михайлович. Студент 6 курса Национального исследовательского ядерного университета «МИФИ». Область научных интересов: математическое моделирование, распознавание образов, медицинская физика. E-mail: bmgavrikov@gmail.com