О применении динамических систем в задачах обработки информации*

О. И. Рябков

Аннотация. В данном обзоре мы попытаемся представить некоторые сведения о новых методах в различных задачах обработки информации, основанных на использовании теории динамических систем и, в частности, теории динамического хаоса. На текущий момент, по всей видимости, количество работ по этой теме исчисляется уже сотнями, термин «хаотическая нейронная сеть» является широко используемым в соответствующей периодической литературе. Для столь обширной темы представляется невозможным сделать исчерпывающий обзор, однако мы попытаемся хотя бы выделить основные направления и представить некоторые яркие результаты. Рассматриваемые в обзоре методы обработки информации могут быть применены, в частности, для решения задач классификации и распознавания временных последовательностей, что может быть использовано для построения эвристических алгоритмов анализа информационных атак в компьютерных сетях. В ряде работ приведены примеры использования методов, основанных на динамических системах, в задачах распознавания рукописного текста и звуковых сигналов. Методы хаотического кодирования сообщений могут быть использованы для усиления информационной безопасности компьютерных сетей.

Ключевые слова: *динамические системы, хаос, сценарий ФШМ, обработка информации, распознавание образов, шифрование.*

1. Динамические системы в нейродинамике

В значительной степени интерес к применению динамических систем для обработки информации обусловлен наличием сложной пространственно-временной динамики в биологических системах обработки информации, т. е. естественных нейронных сетях. Достаточно большой обзор работ по данной теме может быть найден, например, в [5]. К данным работам относятся как экспериментальные исследования, посвященные человеческому мозгу и нервным системам различных животных, так и работы по изучению математических моделей отдельных нейронов, небольших групп нейронов, а также целых участков нервной системы. В [5] делается однозначный вывод о наличии хаотической динамики на уровне функционирования отдельных нейронов и их групп, а также приводятся веские доводы в пользу присутствия хаоса на всех остальных уровнях организации нервной системы, включая альфа-ритм. При этом авторы аргументируют, почему, по их мнению, нерегулярные временные последовательности, обнаруживаемые во время функционирования мозга, не могут быть отнесены к чисто случайным стохастическим явлениям, а должны быть интерпретированы как проявление внутренней динамики нервной системы.

Математическое моделирование является неотъемлемой частью подобных исследований. Наиболее полная модель нейрона описывается системой дифференциальных уравнений с запаздыванием. Например, в диссертационной работе [7] численно исследованы модели Фитц-Хью—Нагумо для небольших нейронных сетей и отдельных нейронов. Показано, что переход между основными режимами работы нейрона, известными экспериментально, происходит в результате бифуркаций в соответствующих системах. Значительный обзор различного рода моделей нейронов и их связей сделан в работе [8]. Из систем, описываемых обыкновенными дифференциальными уравнениями, выделены модели типа Ходкина—Хаксли, однако главным образом работа посвящена моделям, основанным на дискретных отображениях (модели Изикевича, Рулькова, Курбаж—Некоркин—Вдовин, Чиалво). Эти модели получаются двумя способами: либо как численная дискретизация непрерывных, либо как модели, описывающие изменение

* Работа выполнена при поддержке программы ОНИТ РАН 4 (проект 2.5).

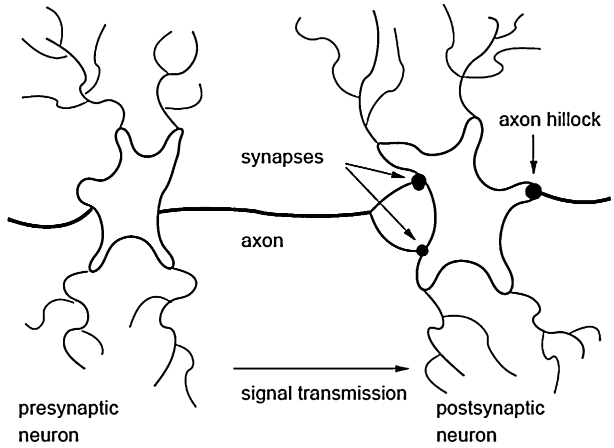

Рис. 1. Условная схема соединения между двумя нейронами

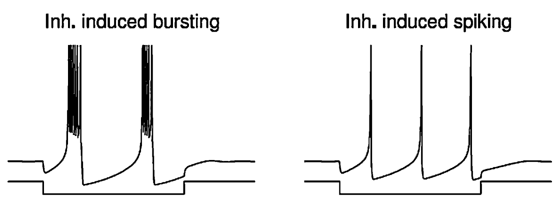

Рис. 2. «Берсты»(слева) и «спайки» (справа) в модели Изикевича

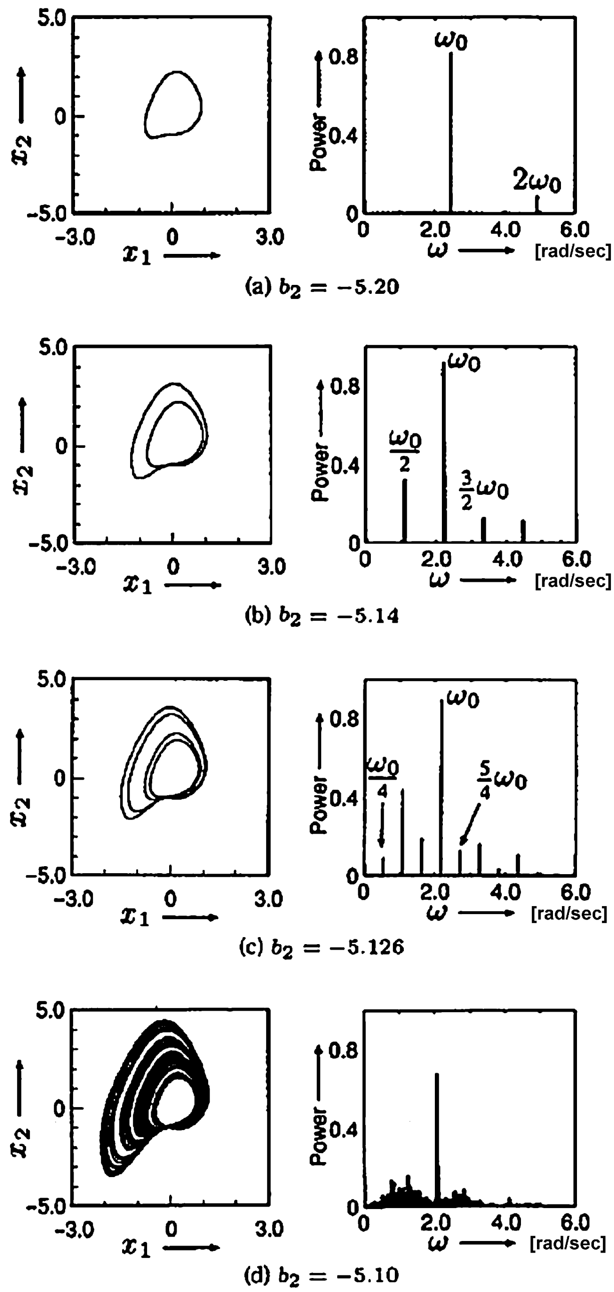

Рис. 3. Бифуркации в системе из 3 нейронов, обнаруженные в работе [6]

основных характеристик нейрона в ключевые моменты времени его функционирования, например изменение мембранного потенциала и тока в момент активации («событийные» модели). Отмечается, что несмотря на то, что отображения не могут быть использованы в качестве точных количественных моделей, их динамика обладает всеми качественными свойствами реальных нейронов. Например, на рис. 2 показано поведение модели Изикевича, соответствующее двум основным режимам работы нейрона, известным в биологии: «спайкингу» (spiking, разделенные во времени скачки в мембранном потенциале) и «берстингу» (bursting, режим быстрого хаотического или периодического возбуждения нейрона). Какие модели более предпочтительны для исследований, остается открытым вопросом. С одной стороны, поскольку фундаментальные механизмы функционирования памяти и других когнитивных процессов все еще остаются практически неизученными, невозможно заранее выделить несущественные черты динамики нейрона. С другой стороны, численное и аналитическое исследование дискретных отображений осуществляется значительно проще, чем, например, исследование систем обыкновенных дифференциальных уравнений, не говоря уже о системах с запаздыванием. В особенности это относится к исследованиям динамики больших групп нейронов.

Среди многочисленных работ, в которых методами математического моделирования исследуется нейродинамика, можно выделить работу [6]. В этой работе на основе модели ОДУ для системы из всего лишь трех нейронов продемонстрировано наличие огромного количества разнообразных динамических режимов, причем в работе главным образом используются методы бифуркационного анализа и нелинейной динамики. Обнаружен, например, каскад удвоений, приводящий к хаотизации (что полностью соответствует парадигме ФШМ, [1], [2]), см. рис. 3.

В совокупности данные исследования убедительно демонстрируют, что реальные биологические системы обработки информации, а также модели, их описывающие, обладают сложной нелинейной и хаотической динамикой, причем последние, по всей видимости, играют важную (а возможно, и решающую) роль в самих процессах обработки информации в нейронных сетях. В то же время сами механизмы, отвечающие за запись, поиск, сжатие информации, остаются во многом неясными, что и мотивирует многочисленных исследователей строить (зачастую неудачные) системы обработки информации, основанные на принципах нелинейной или хаотической динамики.

2. Методы передачи и кодирования информации

Данная задача является наиболее популярной среди исследователей различных применений хаотической динамики. По сути, практически все схемы ее решения основаны на явлении так называемой хаотической синхронизации, описанном впервые в работе [14]. Как правило, в эту схему входят передаваемый сигнал, передатчик (обычно называемый модулятором или шифратором), канал связи и приемник (демодулятор или дешифратор). В качестве примера иллюстрации можно привести рис. 4 из работы [15]. К сожалению, авторы работ по данной проблематике в некоторых случаях даже не уточняют, какую собственно задачу предположительно должна решать данная схема. Достаточно полная постановка и анализ различных задач могут быть найдены в материалах докторской диссертации [16]. Как правило, выделяются две основные проблемы: шифрование и мультиплексирование данных. При этом конечной целью второй задачи, по всей видимости, является увеличение пропускной способности канала. Данную задачу можно выделить и в качестве самостоятельной, однако она очень близка к вопросам сжатия данных, которых мы коснемся ниже. В аналоговой технике схожая схема применяется также для различного рода модуляции сигнала (т. е. приведении спектра передаваемого сигнала в определенный частотный диапазон рядом с так называемой несущей частотой) — например, амплитудной, частотной, фазовой. В схеме с хаотической синхронизацией эта задача вряд ли решается, поскольку хаотический сигнал, как правило, имеет широкий спектр.

Проиллюстрируем более детально этот способ передачи данных с помощью работы [15]. В качестве передатчика авторы предлагают использовать CO_2-лазер с модулируемыми потерями. Пятимерная система уравнений, описывающая динамику внутренних переменных лазера, выглядит следующим образом:

$$\begin{cases} \dot{x_1} &= kx_1\{x_2 - 1 - asin^2[F(t)]\}, \\ \dot{x_2} &= -\gamma_1 x_2 - 2kx_1x_2 + gx_3 + x_4 + p, \\ \dot{x_3} &= -\gamma_1 x_3 + gx_2 + x_5 + p, \\ \dot{x_4} &= -\gamma_2 x_4 + zx_2 + gx_5 + zp, \\ \dot{x_5} &= -\gamma_2 x_5 + zx_3 + gx_4 + zp, \\ F(t) &= \beta \sin(2\pi f t + \phi_m) + b. \end{cases} \tag{1}$$

Для понимания сути механизма передачи данных достаточно знать, что x_1 — это мощность выходного излучения лазера. Информационное сообщение (данные, которые нужно передать) представляет собой последовательность бит («0» и «1»). В канал передачи данных передается сигнал следующего вида: $s = x_1 m$. Значение m меняется скачкообразно с заданным интервалом времени по следующему правилу: если передается значение бита «0», то $m = 1$, если «1», то $m = d\cos(2\pi t)$, $d = 1{,}2$. Динамика приемника (который также представляет собой лазер) описывается точно такими же уравнениями (1), с одним отличием: параметр β амлитуды вынуждающей силы F модулируется исходя из принимаемого сигнала s по следующему правилу:

$$F(t) = \beta(1 + \epsilon(s - y_1)) \sin(2\pi f t + \phi_m) + b. \tag{2}$$

Чтобы отличать переменные передатчика от переменных приемника, последние в [15] обозначены

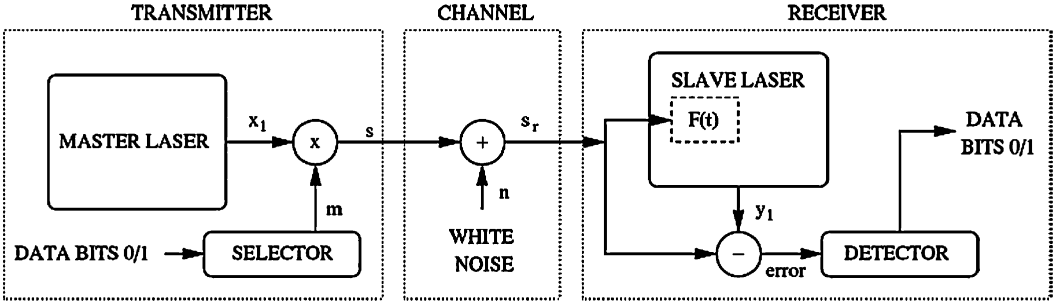

Рис. 4. Схема коммуникации с применением хаотического лазера из работы [15]

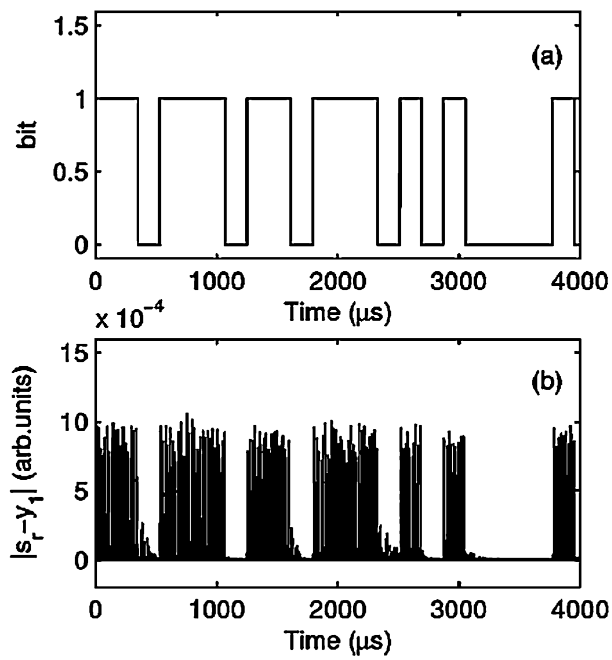

Рис. 5. Динамика работы принимающего устройства из работы [15]. Сверху — информационное сообщение. Снизу — разность между принимаемым сигналом и y_1

через y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, т. е. y_1 в (2) — это выходная мощность лазера в принимающем устройстве. В случае, когда передаваемый сигнал s представляет собой выход передающего лазера x_1, такая модуляция согласно общим принципам обеспечивает синхронизацию динамики двух хаотических систем, и разница между $x_1 = s$ и y_1 быстро стремится к 0. На этом явлении хаотической синхронизации и основана процедура раскодирования информационного сообщения. При передаче бита «0» в канал поступает неизмененный выход лазера x_1, и системы синхронизируются. Таким образом, если разница между принимаемым сигналом s и внутренней интенсивностью y_1 становится меньше некоторого порогового значения, приемник фиксирует получение бита со значением «0». Если синхронизации не происходит, это означает, что передавался бит «1». Динамика приемника продемонстрирована на рис. 5.

Как правило, работы, связанные с применением хаоса для передачи данных, используют схожие схемы, изменяя базовую хаотическую систему. Например, в [17] исследованы различные генераторы хаоса в связи с проблемой помехоустойчивости схемы передачи данных. Достаточно близкий к описанному подход использует хаотическую синхронизацию для получения маскирующего сообщения, которое затем складывается с информационным, как это делается и в традиционных методах шифрования. Все подобные схемы относятся к схемам с закрытым ключом, в качестве которого в данном случае выступают некоторые внутренние параметры системы. Если эти параметры известны, то злоумышленник при наличии доступа к передаваемому сигналу s способен читать сообщение по тому же алгоритму, что и приемник. К сожалению, полноценный анализ криптоустойчивости данного способа передачи данных, как правило, не выполняется авторами подобных работ, более того, достаточно сложно свести устойчивость подобного шифра к той или иной математической комбинаторной проблеме (как сведена, например, проблема взлома открытого ключа к проблеме факторизации больших чисел), что оставляет некоторые сомнения в практической применимости подобных схем коммуникации.

3. Методы сжатия информации

Работ, посвященных непосредственно проблеме сжатия информации с помощью динамических систем, существенно меньше, чем, например, рассмотренных выше работ по проблеме передачи информации. В данном обзоре мы рассмотрим лишь одну из них. В статье [13] предлагается конструктивный алгоритм сжатия временных последовательностей с помощью механизма символической динамики. Здесь мы приведем его краткое описание. Предположим, что имеется последовательность вещественных чисел $x_0, x_1, \dots$, которую необходимо представить в наиболее компактной форме. На первом шаге предполагается подобрать параметры полинома $p(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_m x^m$, наиболее точно аппроксимирующего зависимость между последовательными парами $(x_n, x_{n=1})$ (например, методом наименьших квадратов). Затем каждое число в кодируемой последовательности x_i заменяется символом c_i из алфавита $\{0, 1, \dots, m-1\}$ согласно правилам символической динамики для полимодальных отображений (см., например, [3], [4]). Для обратного преобразования необходимо знать параметры полинома $a_0, a_1, \dots$ и последовательность символов $c_0, c_1, \dots$. Обратное преобразование не является строгим, однако при увеличении общей длины последовательности его погрешность может быть сделана сколь угодно малой. Очевидно, что подобный алгоритм дает невероятно высокий коэффициент сжатия: каждое вещественное число заменяется символом из очень маленького алфавита (в примере автор рассматривает бимодальное отображение). К сожалению, даже при поверхностном анализе алгоритма становится ясно, что он не предназначен для кодирования произвольных последовательностей чисел, а может быть использован только для записи временных последовательностей переменных детерминированных динамических систем. Причем на первый взгляд класс этих систем достаточно узок — их временные последовательности должны подчиняться одномерной зависимости. Стоит при этом заметить, что согласно исследованиям [1], [2] динамика очень многих систем со сложной или хаотической динамикой в действительности подчиняется законам одномерных отображений. Автор [13] предполагает возможность использования данного алгоритма для сжатия данных турбулентных потоков, нелинейных вибраций и выходных последовательностей других нелинейных систем. Несмотря на крайне узкую область применимости, данный подход важен с точки зрения наличия яркой принципиальной идеи, которая, возможно, будет использована для создания более универсальных алгоритмов.

4. Методы распознавания образов и ассоциативная память

Наиболее любопытной областью применения динамических систем к задачам обработки информации являются задачи распознавания образов (а также классификации, кластеризации образов, обучения и т. д.), поскольку именно эти задачи успешно решаются естественными нейронными сетями (например, мозгом человека или животного) и при этом являются крайне сложными для традиционных методов искусственного интеллекта. К последним относятся разнообразные типы искусственных нейронных сетей (ИНС), метод потенциальных функций, байесовский подход и многие другие (см., например, [19], где также можно найти формализацию различных постановок задач классификации и распознавания).

4.1. Традиционные искусственные нейронные сети с точки зрения теории динамических систем

Несмотря на то что обычный многослойный персептрон не может рассматриваться в качестве динамической системы (поскольку по сути он является многомерной сложной функцией от многих переменных с заданной системой параметризации), многие типы классических нейронных сетей в некотором смысле являются динамическими системами. Крайне любопытный обзор и классификация нейронных сетей с точки зрения динамических систем даны в работе [9]. Прежде всего исходя из используемого в работе подхода выделяется два класса ИНС: сети с несколькими аттракторами (Multiple-attractor networks) и сети с манипулируемым аттрактором (Attractor manipulation networks). Третьим классом являются функциональные сети (Functional networks), такие как упоминавшийся выше многослойный персептрон без обратной связи. Этот класс нейронных сетей не имеет смысла рассматривать с точки зрения динамических систем. Суть работы первого класса сетей заключается в том, что запоминаемые образы представляются аттракторами динамической системы. Входные данные (которые необходимо отнести к тому или иному классу) подаются в сеть в виде начальных данных $x(0) = y$, где $x(t)$ — траектория системы с соответствующими начальными данными (здесь мы опускаем технические моменты, в частности различия между системами с дискретным и непрерывным временем). Результатом работы распознавания является аттрактор, к которому сходится траектория $x(t)$, в частности, в случае аттракторов в виде стационарных решений таковым является значение $x(y)$. Процесс обучения заключается в подборе параметров системы, при которых классификация правильно срабатывает на обучающей выборке. Границы областей классификации задаются областями притяжения соответствующих аттракторов. Среди традиционных нейронных сетей к этому классу относятся широко известные сети Хопфилда, Brain-State-in-a-Box, персептрон с обратной связью. Второй класс сетей (сети с манипулируемым аттрактором) работает по несколько отличному принципу. В нем информация поступает в сеть не в виде начальных данных, а в виде параметров системы. При этом предполагается, что при каждом наборе параметров система имеет единственный аттрактор. Функция, отображающая входные параметры в положение аттрактора системы, и является результатом работы системы, т. е. она выполняет роль классификатора. Как правило, сети этого класса строятся таким образом, чтобы данная функция имела «ступенчатый» характер (поскольку, как правило, задача классификации состоит в отнесении данного образа к тому или иному классу из некоторого дискретного набора). Среди ИНС ко второму классу относятся сети теории адаптивного резонанса (Adaptive resonance theory networks) и оптимизирующие сети Хопфилда—Тэнка (Hopfield—Tank optimization networks). Помимо этого к данному классу также относятся KIII сети Фримена, которые чуть более подробно будут рассмотрены ниже. Самоорганизующиеся сети Кохонена могут быть отнесены к обоим указанным классам в зависимости от их конкретной реализации.

Все ИНС, рассматриваемые в классической теории, имеют аттракторы в виде неподвижной точки. По всей видимости, именно по этой причине динамический аспект их поведения обычно не рассматривается. Из перечисленных выше сетей только сети Фримена используют нестационарные аттракторы. И именно эти сети являются наиболее биологически инспирированными (т. е. построенными по аналогии с биологическими нейронными сетями).

4.2. Добавление осциляций и хаотической динамики к нейронным сетям

В уже упоминавшейся выше работе [9] помимо традиционных нейронных сетей, для которых аттракторами являются неподвижные точки, цитируется несколько работ, посвященных так называемым хаотическим нейронным сетям (ХНС). Наиболее известным представителем данного класса являются KIII сети Фримена. Однако для иллюстрации стоит выделить еще несколько примеров.

В работе [10] предлагается сеть, динамика базового элемента которой (т. е. «нейрона») описывается уравнениями, близкими к известной хаотической модели Лоренца. В остальном данная сеть в значительной степени схожа с сетью Хопфилда. Она имеет аналогичную структуру (полная связность), способ применения (распознаваемые образы должны быть бинаризованы, каждый бит подается в качестве входа на соответствующий нейрон; число нейронов таким образом совпадает с размером распознаваемых образов), схожее правило построения (или обучения) — правило Хеббиана. Основное отличие состоит в том, что в ХНС распознаваемый образ соответствует не стационарному выходу сети, а периодическому (т. е. циклу). В сети из работы [10] и многих аналогичных сетях этот выход представляет собой периодическое колебание между запоминаемым образом и его инверсией. Согласно классификации, упоминавшейся выше, данную сеть нужно отнести к классу сетей с манипулируемым аттрактором, поскольку входной сигнал подается в соответствующие нейроны как постоянное воздействие. Основное внимание в работе уделено реализации так называемого состояния «я не знаю», которое возникает в сети, когда в качестве входа подается образ, который в сеть не записывался. В этом случае динамика сети является хаотической, а выход блуждает между входным образом и одним или несколькими запомненными образами и их инверсиями. Показано, что сеть может «доучиваться», т. е. новые образы можно добавлять в память, не стирая ранее запомненных. Важно заметить, что качество работы сети и ее чувствительность к шуму во входном сигнале существенно зависят от настроечных параметров. В качестве тестовых образов используются бинаризованные изображения трех букв латинского алфавита.

По достаточно близкой схеме построена и сеть из работы [11]. Существенным отличием является то, что ХНС из [11] является сетью с несколькими аттракторами, т. е. входной образ подается в сеть в виде начальных данных. Динамика отдельного нейрона описывается разностным уравнением, причем уже на уровне отдельного нейрона при определенном выборе параметров реализуется хаотическая динамика. Веса сети подбираются таким образом, чтобы в фазовом пространстве системы имелись периодические решения, осцилирующие рядом с запоминаемыми образами и их инверсиями. Затем путем выбора еще одного глобального параметра система выводится в область, где ее динамика становится хаотической. После этого применяется процедура стабилизации по принципу «черного ящика», основанная на схеме с модуляцией параметра, которая делает циклы, соответствующие запоминаемым образам, устойчивыми. Далее демонстрируется, что при подаче в качестве начальных данных запомненных образов траектория системы попадает в область притяжения соответствующего цикла, что и реализует процесс извлечения образов из памяти. Показано, что сеть распознает образы с шумом и даже частичные образы. Иллюстрация работы приведена на рис. 6.

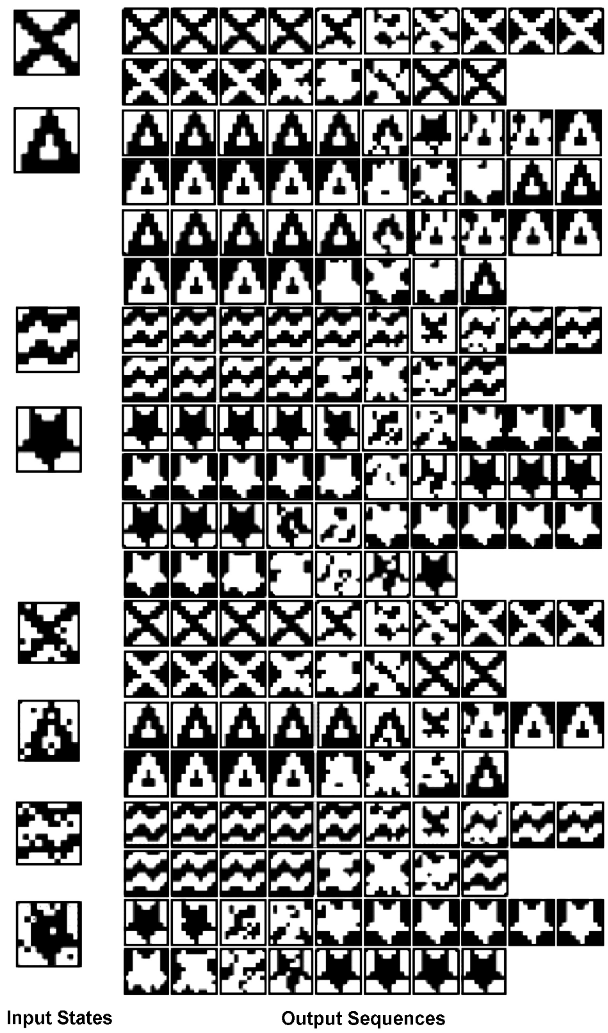

Рис. 6. Пример выходного сигнала сети из [11] для различных входных образов (подаются запомненные образы с шумом и без него)

4.3. KIII модель Фримена

Одной из наиболее известных и ранних ХНС является KIII сеть Уолтера Фримена. В своих ранних работах он исследовал обонятельную систему кролика и динамику активации нервных клеток этой системы при ее реакции на известные запахи. Эти работы привели к моделям обонятельной системы, состоящим из модулей различных уровней, так называемых K-модулей. Среди достаточно поздних работ автора можно выделить [20], где подобная сеть применяется к решению задачи распознавания рукописного текста. Единичным модулем сетей Фримена является K0-модуль, описываемый простой системой дифференциальных уравнений:

$$ab\frac{d^2}{d^2t}x(t) + (a = b)\frac{d}{dt}x(t) + x(t) = I(t)$$

Данная система представляет собой просто уравнение колебаний линейного маятника с диссипацией. $I(t)$ — входное воздействие. Все сети более высоких уровней строятся как объединение K0-модулей, связанных через входные сигналы. Пусть $x_i(t)$ и $I_i(t)$ — состояние и вход i-ого модуля сети. Тогда

$$I_i(t) = \sum_{j=1, j\neq i}^{N} w_{ij}\, Q(x_j(t - \theta_{ij}))$$

$$Q(x) = q\left(1 - exp\left(-\frac{e^x - 1}{q}\right)\right)$$

Здесь N — количество нейронов, w_{ij} — вес связи между i-м и j-м нейронами. θ_{ij} — соответствующая задержка. KI-моделью называется сеть, состоящая из некоторого числа нейронов, соединенных «подкрепляющими» связями. KII-модель состоит из двух слоев: «подкрепляющего» и «ингибирующего», как это показано на рис. 7 *c*. Данная сеть способна реализовывать периодические осциляции в ответ на слабое внешнее воздействие. KIII сеть представляет собой несколько (как правило, 3) KII-моделей, соединенных между собой прямыми и обратными связями. Данная сеть является ХНС, т. е. это минимальная модель среди моделей Фримена, способная к обработке информации. Входные сигналы подаются в сеть на верхний уровень. KIII является также минимальной моделью, в которой может реализовываться хаотическая динамика. Сеть специально балансируется таким образом, чтобы в отсутствие или при слабом входном сигнале она находилась в хаотическом режиме. Интересно, что процесс обучения (запоминания новых образов) происходит практически в обычном динамическом режиме сети, при котором новый образ подается в сеть в качестве входа, а веса третьего слоя время от времени изменяются по определенному правилу. При правильном применении это изменение приводит к тому, что сеть начинает отвечать на входной образ не хаотическим, а периодическим сигналом. Важно, чтобы между запоминанием двух новых образов сеть успела вернуться в базовое хаотическое состояние, иначе образы могут наложиться. Для извлечения образа из памяти он подается в качестве входа, и если обучение прошло успешно, сеть должна перейти из хаотического в периодический режим, что и будет означать, что сеть «вспомнила» необходимый образ. Как и в некоторых сетях, описанных выше, хаотическое поведение сети соответствует состоянию «я не знаю», которое реализуется, если в сеть был подан незнакомый образ.

Любопытно отметить, что биологическим прообразом базового K0-модуля сети является вовсе не отдельный нейрон, а совместная динамика группы из примерно 10 000 нейронов.

В работе [21] тестируется емкость KIII сети в сравнении с емкостью сети Хопфилда. Для последней известно теоретически и экспериментально обоснованное максимальное количество образов, которое сеть может запомнить. При попытке записать в сеть большее число образов, сеть теряет способность производить распознавание. Это количество примерно равно 0,14*N*, где *N* — количество нейронов. Авторы [21] утверждают, что KIII сеть тех же размеров обладает существенно большей емкостью, причем есть некоторые основания надеяться, что асимптотика этой емкости может быть выше линейной асимптотики сети Хопфилда, что может дать KIII сети огромное преимущество при больших размерах задачи.

4.4. Ассоциативная память на основе хаотической синхронизации

Несколько отличную постановку задачи при построении ассоциативной памяти выбрали авторы работы [18]. Вместо обычной проблемы распознавания образов они рассмотрели задачу «связывания» черт (binding problem) — одну из фундаментальных задач нейрофизиологии. Проблема «связывания» заключается в выяснении физиологического механизма, ответственного за объединение различных черт объектов в целостные образы. Каким способом, например, мозг сопоставляет тому или иному объекту его цвет, форму, запах и т. д.? Авторы [18] предложили механизм, основанный на уже упоминавшемся явлении хаотической синхронизации. В их модели память состоит из нескольких групп нейронов. Нейроны одной группы отвечают за признаки одного класса (например, в группе «цвет» имеются несколько нейронов, каждый

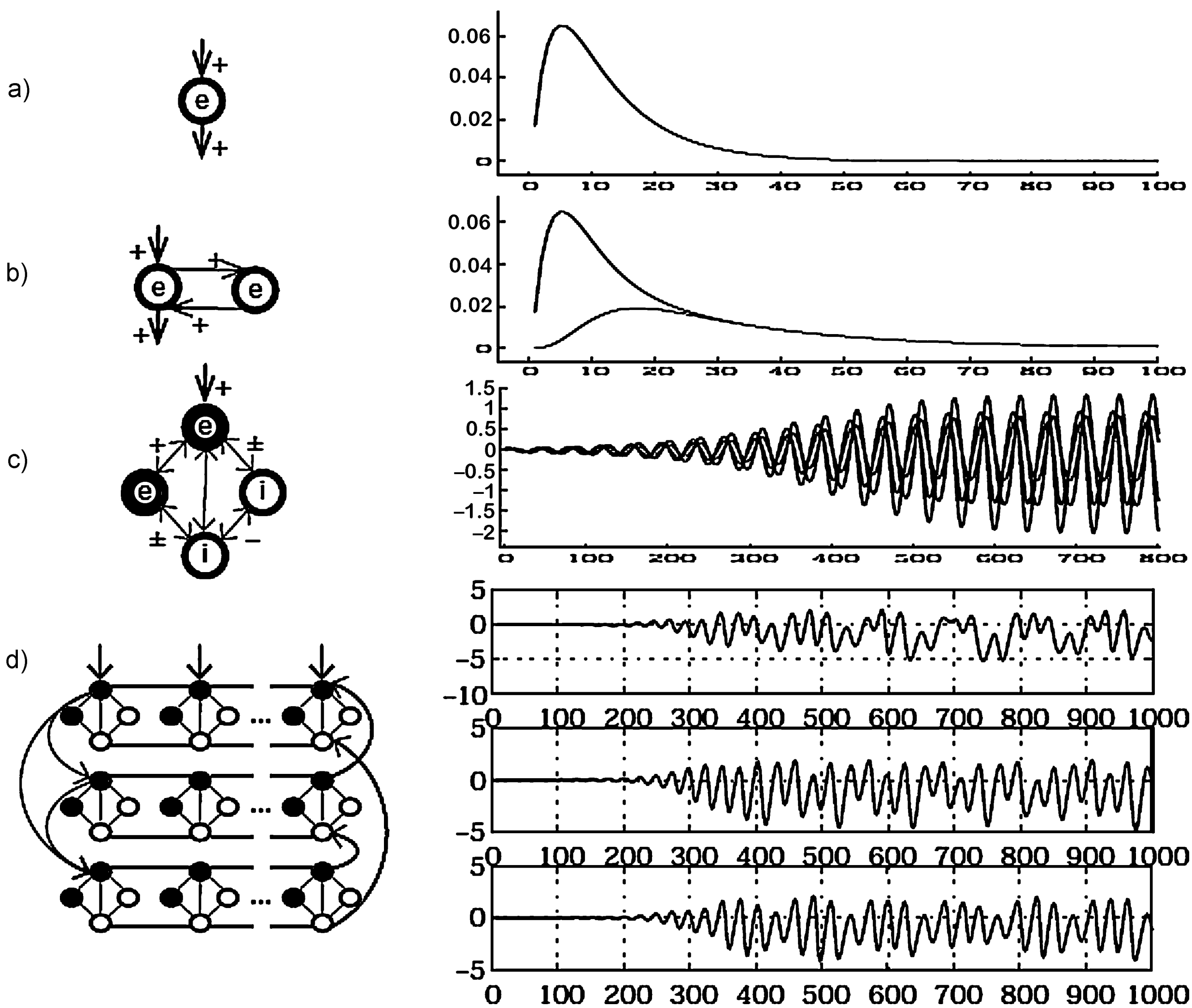

Рис. 7. Структура К-модулей сетей Фримена различных уровней (слева) и их реакция на слабое входное воздействие (справа)

из которых отвечает за свой цвет). Образ представляет собой комбинацию признаков из каждого класса (например, яблоко: форма — круглое, цвет — красное). Каждый нейрон описывается системой дифференциальных уравнений Хиндмарша—Роуза. Нейроны соединены друг с другом по определенным правилам. Считается, что сеть «вспомнила» тот или иной образ, если все нейроны, соответствующие этому образу, начинают совершать синхронные хаотические осциляции. Авторами продемонстрирована способность сети запоминать и воспроизводить образы с набором совпадающих признаков.

4.5. Ассоциативная память на основе одномерных отображений Дмитриева

В подобного рода обзоре невозможно обойти стороной большую серию работ Александра Сергеевича Дмитриева и соавторов. В своих работах они касаются практически всех возможных задач обработки информации. Помимо этого ими были предложены некоторые оригинальные, нигде более не изучавшиеся, схемы обработки информации с применением хаоса. Одной из таких идей является запись информации с помощью одномерных полимодальных отображений. Впервые данный способ хранения информации был опубликован в [22]. Способ ориентирован на запись строковой информации, единичным запоминаемым «образом» является строка из некоторого алфавита заранее заданной длины. Память позволяет по фрагменту одной из таких запомненных строк восстановить ее целиком, реализуя тем самым принцип ассоциативности. Отображение строится таким способом, чтобы для каждого запоминаемого образа в нем имелся предельный цикл, длина которого равна длине запомненного слова. Процесс извлечения информации сводится к процессу сходимости траектории отображения к соответствующему циклу. Наличие некоторого бассейна притяжения позволяет «распознавать» строки по фрагментам с наличием ошибок. В более поздней обзорной работе [23] авторы метода обсуждают связь своего подхода с другими подходами к использованию хаоса и нелинейной динамики для решения задач обработки информации. Они делают предположение о том, что, возможно, существуют некоторые общие принципы обработки информации в динамических системах, не зависящие от их конкретного типа (например, в уже обсуждавшихся ХНС образам тоже, как правило, соответствуют периодические решения). Помимо этого авторы расширяют идею записи информации с помощью циклов на двумерные отображения, что делает возможным, например, поиск изображения в базе данных по его фрагменту. Все предложенные методы реализованы в виде программного обеспечения, методы запатентованы. Помимо этого, работа [23] содержит ряд ссылок на некоторые интересные работы по обсуждаемой теме.

Заключение

В заключение отметим, что рассматриваемая в данном обзоре область применения хаотической динамики быстро развивается и является весьма популярной среди исследователей. Несмотря на отсутствие ярких практических реализаций, она несомненно обладает большим потенциалом. Главным образом, уверенность в этом подтверждается фактами, рассмотренными в разделе 1, а именно свидетельствами наличия хаотической динамики в естественных системах обработки информации (прежде всего в нервной системе). Важным шагом вперед стала сама постановка задачи, при которой динамическая система (система дифференциальных уравнений или отображение) рассматривается в качестве системы обработки информации. Это привело к появлению ряда любопытных моделей, таких как KIII сети Фримена. Эти модели могут рассматриваться как самостоятельный объект для изучения, например, с точки зрения природы существующего в них хаоса. Возможно, применение методов, развитых для анализа сложной хаотической динамики в [1], [2], [3], позволит глубже понять принципы, лежащие в основе процессов обработки информации в подобных системах (например, ответить на вопрос о емкости памяти хаотических нейронных сетей), или даже приведет к созданию более совершенных систем на основе хаотической динамики.

Литература

1. *Магницкий Н. А., Сидоров С. В.* Новые методы хаотической динамики. М.: Едиториал УРСС, 2004.
2. *Магницкий Н. А.* Теория динамического хаоса. М.: Едиториал УРСС, 2011.
3. *Gilmore R., Lefranc M.* The topology of chaos. Wiley-Interscience, 2002.
4. *Рябков О. И.* О полимодальных отображениях и их применении к хаотической динамике дифференциальных уравнений // Труды ИСА РАН. 2013. Т. 63. № 2. С. 70–84.
5. *Korn H., Faure Ph.* Is there chaos in the brain? II. Experimental evidence and related models // C. R. Biol. 2003. V. 326. P. 787–840.
6. *Nakamura Yu., Kawakami H.* Bifurcation and Chaotic Attractor in a Neural Oscillator with Three Analog Neurons // Electronics and Communications in Japan. 2000. Pt. 3. V. 83. № 9. P. 104–110.
7. *Gail A.* Bursting in a model with delay for networks of neurons. Ph. D. dissertation. 2004.
8. *Ibarz B., Casado J. M., Sanjuan M. A. F.* Map-based models in neuronal dynamics // Physics Reports. 2011. V. 501. P. 1–74.
9. *Potapov A. B., Aliy M. K.* Nonlinear dynamics and chaos in information processing neural networks // Differential Equations and Dynamical Systems. 2001. V. 9. № 3–4. P. 259–319.
10. *Kojima K., Ito K.* A New Dynamical Memory System Based on Chaotic Neural Networks. 1998.
11. *Guoguang Hea, Luonan Chena, Kazuyuki Aihara.* Associative memory with a controlled chaotic neural network // Neurocomputing. 2008. V. 71. P. 2794–2805.
12. *Basti G., Perrone A. L., Cocciolo P.* Using chaotic neural nets to compress, store and transmit information // Proceedings of the SPIE. 1994. V. 2243. P. 468–481.
13. *Hubler A.* Is symbolic dynamics the most efficient data compression tool for chaotic time series? // Wiley Online Library. Complexity. 2012. V. 17. Iss. 3. P. 5–7.
14. *Pecora L. M., Carroll T. L.* Synchronization in chaotic systems // Phys. Rev. Lett. 1990. V. 64. No 8. P. 821–824.
15. *Marico I. P., Allaria E., Sanjuan M. A. F., Meucci R., Arecchi F. T.* Coupling scheme for complete synchronization of periodically forced chaotic CO_2 lasers // Phys. Rev. E. 2004. V. 70. Iss. 3.
16. *Rontani D.* Communications with chaotic optoelectronic systems cryptography and multiplexing. Ph. D. dissertation. 2011.
17. *Демина Н. В.* Исследование однонаправленно связанных генераторов грубого хаоса и основанной на их синхронизации схемы широкополосной коммуникации // Изв. вузов «ПНД». 2013. Т. 21. № 3. С. 18–27.
18. *Morelli A., Lauro Grotto R., Arecchi F. T.* Neural coding for the retrieval of multiple memory patterns // BioSystems. 2006. V. 86. P. 100–109.
19. *Местецкий Л. М.* Математические методы распознавания образов // Курс лекций МГУ. ВМиК. Кафедра «Математические методы прогнозирования». 2002–2004.

20. *Xu Li, Guang Li, Le Wang, Walter J. Freeman*. A study on a bionic pattern classifier based on olfactory neural system // International Journal of Bifurcation and Chaos. 2006. V. 16. № 8. P. 2425–2434.
21. *Beliaev I., Kozma R.* Studies on the Memory Capacity and Robustness of Chaotic Dynamic Neural Networks // Neural Networks. 2006. IJCNN'06. International Joint Conference on. 16–21 July 2006.
22. *Дмитриев А. С.* Запись и восстановление информации в одномерных динамических системах // Радиотехника и электроника. 1991. Т. 36. № 1. С. 101–108.
23. *Андреев Ю. В., Дмитриев А. С., Куминов Д. А.* Хаотические процессоры // Успехи современной радиоэлектроники. 1997. № 10. С. 50–79.

Рябков Олег Игоревич. М. н. с. ИСА РАН. К. ф.-м. н. Окончил в 2009 г. МГУ. Количество печатных работ: 7. Область научных интересов: нелинейная динамика, хаос. E-mail: oleg.ryabkov.87@gmail.com