

Идентификация запаздывания при частотном адаптивном ПИД-управлении

Д. В. ШАТОВ

Аннотация. Рассматривается система управления одномерным объектом первого порядка с неизвестным запаздыванием по управлению. Объект подвержен действию неизвестного ограниченного внешнего возмущения. Для известного алгоритма адаптивного управления таким объектом, построенного на основе конечно-частотной идентификации, предлагается подход к идентификации запаздывания. Этот подход основан на том же методе идентификации с использованием испытательного сигнала, особенностью подхода является то, что испытательный сигнал меняется во времени.

Ключевые слова: частотная идентификация, запаздывание, ограниченное возмущение, адаптация, ПИД-регулятор.

1. Введение

Адаптивное управление — это активно развивающееся направление теории управления. Его область применения связана с управлением сложными технологическими объектами, которые подвержены действию внешних возмущений, а параметры, описывающих их модели меняются с течением времени.

Выделяют два вида адаптивного управления: *прямая* и *непрямая* адаптация. При прямой адаптации закон управления непосредственно формируется с использованием выходного сигнала объекта. При непрямой адаптации по выходному сигналу ищется модель объекта, по которой определяются параметры регулятора. В [1, 2, 3] приводится большое число алгоритмов адаптации для каждого из этих видов адаптации.

Учитывая широкое распространение в технологических системах и высокую эффективность ПИД-регуляторов, выделяют отдельное направление, посвященное адаптивному ПИД-управлению. Существует большое число способов реализации ПИД-регуляторов, к которым применяются различные варианты адаптации [4].

Одним из видов адаптивного ПИД-управления является частотное, построенное на основе конечно-частотной идентификации [5]. Этот вид адаптивного управления представляет собой непрямой метод адаптации, который реализуется последовательным выполнением двух операций: идентификацией параметров объекта управления и нахождением параметров регулятора с использованием полученных оценок. В [6] предлагается алгоритм адаптивного ПИД-управления объектом, который описывается

моделью первого порядка с запаздыванием, коэффициенты этой модели меняются достаточно медленно и аппроксимируются кусочно-постоянными функциями. В [7] приводится развитие данного алгоритма. Предлагается адаптивный ПИД/И-регулятор, обеспечивающий устойчивость процесса адаптации при достаточно широких границах возможных коэффициентов объекта. В настоящей работе предлагается для идентификации запаздывания при частотном адаптивном ПИД-управлении использовать модификацию алгоритма, предложенного в [8]. Благодаря данной модификации метода сокращена длительность процесса идентификации запаздывания и получена улучшенная оценка точности. Алгоритм идентификации запаздывания представляет собой поисковую процедуру, использующую метод конечно-частотной идентификации, в результате которой определяется характеристическая частота, по ней рассчитывается оценка запаздывания.

2. Постановка задачи

Рассматривается асимптотически устойчивая система управления, описываемая уравнениями:

$$T\dot{y}(t) + y(t) = k_p u(t - \tau) + f(t), \quad (1)$$

$$\begin{aligned} g\ddot{u}(t) + \dot{u}(t) &= r_2 \ddot{\varepsilon}(t) + r_1 \dot{\varepsilon}(t) + r_0 \varepsilon(t), \\ \varepsilon(t) &= y_{SP}(t) - y(t) + v(t), \end{aligned} \quad (2)$$

где $y(t)$ — выход объекта управления, $u(t)$ — выход регулятора, сигнал управления, $v(t)$ — испытательный сигнал, используемый при адаптации,

$\varepsilon(t)$ — сигнал рассогласования, $y_{SP}(t)$ — задающее воздействие (уставка), $f(t)$ — внешнее возмущение, которое может быть представлено полигармонической функцией

$$f(t) = \sum_{i=0}^{\infty} f_i \sin(\omega_i^f t + \varphi_i^f), \quad (3)$$

где частоты ω_i^f и фазы φ_i^f — неизвестны, а неизвестные амплитуды f_i удовлетворяют условию

$$\sum_{i=0}^{\infty} |f_i| \leq f^*,$$

в котором значение f^* известно.

Уравнение (1) описывает объект управления, его параметры k_p — коэффициент усиления, T — постоянная времени, положим эти параметры известными (идентифицированными), а τ — неизвестное запаздывание. Уравнение (2) описывает ПИД-регулятор, его параметры g, r_2, r_1, r_0 рассчитываются исходя из значений параметров объекта управления. Известный алгоритм адаптации [6, 7] строится на определении оценок $\hat{k}_p, \hat{T}, \hat{\tau}$ и расчете на их основе параметров ПИД-регулятора.

Задача состоит в нахождении оценки запаздывания $\hat{\tau}$. Предполагается, что запаздывание ограничено сверху известной величиной τ^* ($\tau < \tau^*$).

Для определения оценок коэффициентов объекта k_p, T известны соотношения [6, 7]. Их получают, прикладывая к объекту (1) сигнал вида:

$$v(t) = \rho_1 \sin \omega_1 t + \rho_2 \sin \omega_2 t,$$

его параметры $\omega_k, \rho_k, k=1,2$ выбираются согласно [9].

Вводят частотные параметры

$$\alpha_k = \operatorname{Re} \left(\frac{k_p}{Tj\omega_k + 1} e^{-\tau j\omega_k} \right), \quad (4)$$

$$\beta_k = \operatorname{Im} \left(\frac{k_p}{Tj\omega_k + 1} e^{-\tau j\omega_k} \right), \quad k=1,2$$

Оценки $\hat{\alpha}_k$ и $\hat{\beta}_k$ параметров (4) получают экспериментально с помощью фильтров Фурье, которые обрабатывают сигналы $y(t)$ и $u(t)$ объекта [6, 7]. По ним находят

$$\hat{T}^2 = \frac{(\hat{\alpha}_2^2 + \hat{\beta}_2^2) - (\hat{\alpha}_1^2 + \hat{\beta}_1^2)}{\omega_1^2 (\hat{\alpha}_1^2 + \hat{\beta}_1^2) - \omega_2^2 (\hat{\alpha}_2^2 + \hat{\beta}_2^2)},$$

$$\hat{k}_p^2 = (\hat{\alpha}_2^2 + \hat{\beta}_2^2) (\hat{T}^2 \omega_2^2 + 1), \quad k=1,2,$$

в той же работе предлагается соотношение для определения оценки запаздывания:

$$\hat{\tau} = -\frac{1}{\omega_1} \operatorname{arctg} \frac{\hat{\beta}_1 + \hat{T} \hat{\alpha}_1 \omega_1}{\hat{\alpha}_1 - \hat{T} \hat{\beta}_1 \omega_1}, \quad (5)$$

для обеспечения однозначности найденной оценки из-за наличия в соотношении функции арктангенса вводят дополнительное ограничение на частоту ω_1 : $\tau \omega_1 < \pi/2$.

Предполагается, что известны коэффициенты g, r_2, r_1, r_0 регулятора (2), которые обеспечивают устойчивость системы (1), (2), но качество процесса управления не соответствует требованиям к системе (малая точность, недостаточное быстродействие). В таком случае, используя оценки $\hat{k}_p, \hat{T}, \hat{\tau}$ можно найти параметры регулятора, которые улучшат показатели качества системы. В [6, 7] для определения g, r_2, r_1, r_0 используется метод внутренней модели [10]. Коэффициенты регулятора (2) находятся как

$$g = \frac{\lambda \hat{\tau}}{2(\lambda + \hat{\tau})}, \quad r_2 = \frac{\hat{T} \hat{\tau}}{2\hat{k}_p (\lambda + \hat{\tau})},$$

$$r_1 = \frac{2\hat{T} + \hat{\tau}}{2\hat{k}_p (\lambda + \hat{\tau})}, \quad r_0 = \frac{1}{\hat{k}_p (\lambda + \hat{\tau})},$$

где $\lambda = \hat{T}/[2 \div 4]$ — настраиваемый параметр, отвечающий за быстродействие регулятора.

Предлагается в процессе адаптации для определения оценки запаздывания использовать модификацию подхода [8], основанную на конечно-частотной идентификации с использованием испытательного сигнала вида:

$$u = \rho_q \sin[\omega_q t], \quad \rho_q = \text{const}, \quad \omega_q = \text{const}$$

для $t \in T_q, q=1, 2, 3, \dots,$ (6)

где ρ_q и ω_q — амплитуды и частоты испытательного сигнала, которые последовательно сменяют друг друга в процессе идентификации, T_q — интервалы времени, на которых к объекту прикладывается сигнал (6) с соответствующими ρ_q и ω_q и проводится фильтрация для определения оценок параметров $\hat{\alpha}_q$ и $\hat{\beta}_q$ объекта (1). Опишем, как с помощью сигнала (6) можно однозначно найти оценку запаздывания.

3. Идентификация запаздывания

3.1. Идея подхода

Далее для простоты опустим символы оценок в обозначениях. Для некоторой произвольной частоты ω_q преобразуем выражение (5) следующим образом: умножим правую и левую части равенства на $(-\omega_q)$ и возьмем от них тангенс, получим

$$\operatorname{tg}(-\tau\omega_q) = \frac{\beta_q + T\alpha_q\omega_q}{\alpha_q - T\beta_q\omega_q},$$

или, избавившись от минуса под тангенсом,

$$\operatorname{tg}(\tau\omega_q) = \frac{T\alpha_q\omega_q + \beta_q}{T\beta_q\omega_q - \alpha_q} = b(\omega_q), \quad (7)$$

где α_q, β_q — значения оценок параметров (5) для частоты $j\omega_q$. Обозначим правую часть (7) как $b(\omega_q)$. Тогда, учитывая, что значения α_q и β_q находятся экспериментально с помощью фильтров Фурье, значение T находится известным способом, можно определить значение $b(\omega_q)$ для любой положительной частоты ω_q .

Рассмотрим теперь левую часть выражения (7), она представляет собой функцию $\operatorname{tg}(\tau\omega)$, у которой неизвестен параметр τ . Если рассматривать ω как ее аргумент, то это будет функция тангенса, но с неизвестным периодом, равным π/τ . Эта функция обращается в 0 на частотах $\omega = \pi r/\tau$ и претерпевает разрывы в точках

$$\omega = \pi(2r-1)/(2\tau), \quad r = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Для однозначного определения запаздывания достаточно определить частоту $\omega_C = \pi/(2\tau)$, на которой функция $\operatorname{tg}(\tau\omega)$ претерпевает разрыв, используя набор частот ω_q и значения

$$b(\omega_q), \quad q = 1, 2, 3, \dots$$

После нахождения этой частоты оценка запаздывания рассчитывается как:

$$\tau = \frac{\pi}{2\omega_C}. \quad (8)$$

Если не делать никаких предположений о запаздывании, то задача о нахождении ω_C принципиально

неразрешима. Запаздывание предполагается ограниченным сверху известным числом τ^* , тогда можно записать: $\tau < \tau^* \leq \pi/2\delta$, где δ — малое число, которое выбирается, исходя из значения τ^* .

Это предположение гарантирует, что

$$\delta < \pi/(2\tau). \quad (9)$$

При определении частоты ω_C будем также использовать δ в качестве показателя точности, с которой необходимо ее определить.

Алгоритм поиска ω_C основан на том, что при переходе через них функция $\operatorname{tg}(\tau\omega)$ меняет свой знак и представляет собой модификацию алгоритма, изложенного в [8].

3.2. Алгоритм определения запаздывания

Необходимо найти оценку $\hat{\omega}_C$ такую, чтобы выполнялось следующее неравенство:

$$|\hat{\omega}_C - \omega_C| < \frac{\delta}{2}. \quad (10)$$

Сформулируем следующее утверждение:

Утверждение 1. *Дана периодическая функция $b(\omega)$ с периодом π/τ такая, что выполняются неравенства:*

$$\begin{aligned} b(\omega) > 0, \quad \omega \in \left(0, \frac{\pi}{2\tau}\right), \\ b(\omega) \leq 0, \quad \omega \in \left[\frac{\pi}{2\tau}, \frac{\pi}{\tau}\right]. \end{aligned} \quad (11)$$

Пусть задан интервал $(0, \delta]$, для которого выполняется неравенство (9), тогда существует натуральное q^ такое, что*

$$\begin{aligned} 0 < 2^{q^*-1} \delta \leq \frac{\pi}{2\tau}, \\ \frac{\pi}{2\tau} < 2^{q^*} \delta \leq \frac{\pi}{\tau}. \end{aligned} \quad (12)$$

Иными словами, в какой-то момент правая граница кратно увеличивающегося интервала $(0, 2^q \delta]$ попадет в интервал $(\pi/(2\tau), \pi/\tau]$.

Доказательство. Рассмотрим функцию $b(\omega)$, для которой выполняются неравенства (11) и интервал $(0, \delta]$, причем для δ выполняется условие (9).

Будем увеличивать ширину интервала как $2^q \delta$, $q=1, 2, 3, \dots$. Для $q=1$ получим интервал $(0, 2\delta]$, найдем значение на правой границе интервала: $b(2\delta)$. Возможны два случая: $b(2\delta) < 0$, это значит, что $2\delta > \pi/(2\tau)$ и условия утверждения (12) выполнены. Это справедливо, так как если $\delta < \pi/(2\tau)$, то $2\delta < \pi/\tau$, и тогда $\pi/(2\tau) < 2\delta \leq \pi/\tau$.

В другом случае $b(2\delta) > 0$, что значит $2\delta < \pi/(2\tau)$. В таком случае будем продолжать увеличивать q , пока не выполнится условие $b(2^q \delta) < 0$, тогда это и есть q^* , для которого выполняется условие (12).

Замечание. Следствие утверждения 1 состоит в том, что $b(\omega_{q^*-1})$ и $b(\omega_{q^*})$ имеют разные знаки.

Опишем алгоритм поиска частоты ω_C с переменным шагом. Для $b(\omega) = \text{tg}(\tau\omega)$ выполняется условие (12). Воспользовавшись утверждением 1, зададимся начальной частотой $\omega_0 = \delta$ и найдем значение $b(\omega_0)$, причем для δ выполняется условие (9). Далее найдем величину $b(\omega_1)$ для $\omega_1 = 2\delta$, если $b(\omega_0)$ и $b(\omega_1)$ разных знаков, то имеется интервал, удовлетворяющий условиям (12), тогда $\hat{\omega}_C$ — середина интервала $[\omega_0, \omega_1]$. Для нее выполняется требование (10) к точности. В противном случае будем вести поиск ω_C с переменным шагом, выбирая частоты для определения $b(\omega_q)$ как $\omega_q = 2^q \delta$, $q=1, 2, 3, \dots$. Тогда, согласно замечанию к утверждению 1, при некотором значении $q = q^*$ получим $b(\omega_{q^*-1})$ и $b(\omega_{q^*})$ — разных знаков, и искомая частота ω_C лежит внутри интервала $[\omega_{q^*-1}, \omega_{q^*}]$. Однако при $q^* > 1$ ширина этого интервала равна

$$\Delta = 2^{q^*-1} \delta > \delta,$$

необходимо уменьшить ее до δ , чтобы выполнялось требование (10) к точности. Для этого воспользуемся вариантом метода дихотомии [8].

Рассмотрим уменьшающийся интервал вида

$$\left[\omega_q, \omega_q + 2^{q^*-1-q} \delta \right], \quad q = 1, \overline{q^*-1},$$

где ω_q выбираются как

$$\omega_q = \begin{cases} \omega_{q-1}, & \text{если } b(\omega_{q-1})b(\omega_{q-1} + 2^{q^*-1-q} \delta) < 0, \\ \omega_{q-1} + 2^{q^*-1-q} \delta, & \text{если } b(\omega_{q-1})b(\omega_{q-1} + 2^{q^*-1-q} \delta) > 0, \end{cases}$$

$$\omega_0 = \omega_{q^*-1}, \quad q = 1, \overline{q^*-1},$$

тогда последний интервал и будет искомым интервалом шириной δ .

Иными словами, на каждой итерации метода дихотомии q имеется интервал шириной 2^{q^*-q} . Пусть ω_M — середина такого интервала, определим знак $b(\omega_M)$ и сдвинем границу интервала, совпадающую по знаку с $b(\omega_M)$, до частоты ω_M . Повторим эти операции на каждой итерации вплоть до $q = q^* - 1$, при которой получим интервал шириной δ , середина которого и есть $\hat{\omega}_C$. Далее вычислим оценку запаздывания, воспользовавшись формулой (8).

Такой алгоритм сходится за конечное число шагов, зависящее от δ и истинного значения τ , и равно

$$N = 2 \log_2 \left(\frac{\pi}{\tau \delta} \right) - 1.$$

При этом точность найденной оценки запаздывания

$$|\hat{\tau} - \tau| \leq \frac{2\pi\delta}{4\hat{\omega}_C^2 - \delta^2}.$$

3.3. Выбор параметров алгоритма, сходимость

Описанный алгоритм идентификации запаздывания требует выбора нескольких параметров: δ, ρ_q , $q=1, 2, 3, \dots$. Рассмотрим, как их выбор влияет на точность и длительность идентификации.

Выбор числа δ влияет как на точность, так и на длительность идентификации. При $\delta \rightarrow 0$ точность идентификации растет, но при этом увеличивается и ее длительность, так как требуется определение значений $b(\omega)$ на большом числе частот. Также число δ связано с заданной верхней границей запаздывания, нужно выбирать $\delta < \pi/2\tau^*$. При ПИД-управлении часто вводят предположение $\tau < T$, тогда в качестве верхней оценки запаздывания τ^* можно использовать найденное значение оценки \hat{T} .

Выбор амплитуд ρ_q , $q=1, 2, 3, \dots$ сигнала (6) влияет на точность идентификации. Будем выбирать

ρ_q такими, чтобы вклад испытательного сигнала (6) в выход объекта (1) оставался постоянным для всех $q = 1, 2, 3, \dots$. Запишем это требование в виде:

$$\rho_q |w(\omega_q)| = const = \rho_Y, \quad q = 1, 2, 3, \dots,$$

где ρ_Y — заданное положительное число, равное вкладу испытательного сигнала в выход объекта. Отсюда легко получить выражение для определения ρ_q :

$$\rho_q = \frac{\rho_Y}{|w(\omega_q)|}, \quad q = 1, 2, 3, \dots$$

Константу ρ_Y можно выбирать несколькими путями, описанными в [8].

При использовании предложенного алгоритма на практике вместо истинных значений периодической функции $\text{tg}(\tau\omega)$ используются их приближения $b(\omega)$, рассчитываемые по формуле (7). Из-за этого точность идентификации запаздывания неявно зависит от качества определения оценок частотных параметров (4). В [11] доказана следующая сходимость оценок $\hat{\alpha}_q$ и $\hat{\beta}_q$ к истинным значениям частотных параметров (4):

$$\hat{\alpha}_q \rightarrow \alpha_q \text{ и } \hat{\beta}_q \rightarrow \beta_q \text{ для } \omega_q \text{ при } T_q \rightarrow \infty. \quad (13)$$

Условием выполнения соотношений (13) является отсутствие (или малая амплитуда) частот испытательных сигналов в спектре внешнего возмущения (3):

$$\omega_i^f \neq [\omega_k, \omega_q], \quad i = \overline{1, \infty}, \quad k = 1, 2, \quad q = 1, 2, 3, \dots$$

Алгоритм выбора частот испытательного сигнала, позволяющий обеспечить это неравенство, описан в работе [12].

4. Пример

Рассмотрим объект (1) вида

$$22\dot{y}(t) + y(t) = 3,3\dot{u}(t - 3) + f(t),$$

для которого $k_p = 3,3, T = 22,0, \tau = 3,0$.

ПИД-регулятор, рассчитанный по точным значениям k_p, T, τ и с параметром быстродействия $\lambda = T/2 = 11$ имеет вид:

$$1,179\ddot{u}(t) + \dot{u}(t) = 0,714\ddot{\varepsilon}(t) + 0,509\dot{\varepsilon}(t) + 0,022\varepsilon(t).$$

Внешнее возмущение $f(t) = 0,3 \text{sign}[\sin(2,6t)]$, уставка $y_{sp}(t) = \text{const} = 1,0$.

Идентификация проводилась в замкнутой системе, в два этапа. На первом этапе идентифицировались коэффициент усиления и постоянная времени объекта согласно [6, 7], а затем с учетом найденной оценки \hat{T} идентифицировалось запаздывание согласно предложенному алгоритму.

В результате идентификации коэффициентов k и T получены следующие оценки:

$$\hat{k}_p = 3,22 \text{ и } \hat{T} = 20,32.$$

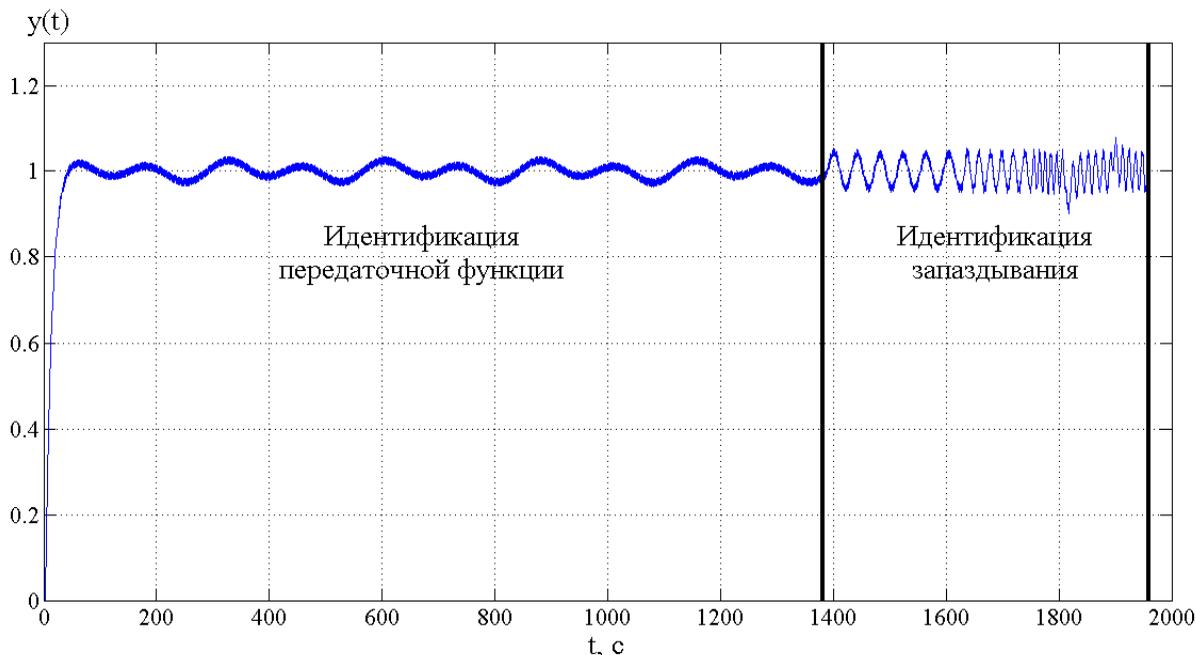


Рис. 1. Выходной сигнал объекта управления в течение идентификации

Длительность этого этапа идентификации составила 1382,4 с. Испытательный сигнал представляет собой сумму двух гармоник вида:

$$v(t) = 0,01 \sin(0,023t) + 0,02 \sin(0,046t).$$

Для определения запаздывания зададим параметры алгоритма: точность выбрана $\delta = \pi / (2\hat{T}) = 0,077$, а $\rho_y = 0,077$.

Всего в процессе идентификации было 5 итераций (столько раз менялись параметры сигнала (6)). Длительность идентификации запаздывания составила 577,2 с. В результате идентификации получена оценка искомой частоты: $\hat{\omega}_C = 0,503$, согласно формуле (8) получим $\hat{t} = 3,126$. На рис. 1 показан выходной сигнал объекта, полученный в течение эксперимента, указаны этапы идентификации параметров k_p и T , а также показан этап идентификации запаздывания.

Заключение

Предложен метод идентификации запаздывания при частотном адаптивном ПИД-управлении. Объект описывается уравнением первого порядка с запаздыванием, его коэффициент усиления и постоянная времени считаются известными или ищутся известным способом. Объект подвержен действию неизвестного ограниченного внешнего возмущения. Идентификация запаздывания представляет собой итерационный поиск характерной частоты, которая позволяет найти оценку запаздывания. По сравнению с предложенным ранее вариантом такого алгоритма достигнуто уменьшение длительности идентификации за счет сокращения числа частот, на которых проводится фильтрация и получена улучшенная оценка точности полученной оценки.

Шатов Дмитрий Владимирович. М. н. с. ИПУ РАН им. В. А. Трапезникова. Окончил в 2011 году МИСиС. Кол-во научных работ: 12. Область научных интересов: синтез регуляторов, идентификация, адаптивное управление и программное обеспечение для разработки алгоритмов управления. E-mail: dvshatov@gmail.com

Литература

1. Landau I. D., Lozano R., Saad M. M., Karimi A. Adaptive Control. Algorithms, Analysis and Application (Second Edition). New York: Springer, 2011.
2. Tao G. Adaptive Control. Design and Analysis. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2003.
3. Ротач В. Я. Теория автоматического управления: учебник для ВУЗов, 5-е издание. перераб. и доп. М.: Изд. дом МЭИ, 2008.
4. Александров А. Г., Паленов М. В. Состояние и перспективы развития адаптивных ПИД-регуляторов // Автоматика и телемеханика. 2014. № 2. С. 16–30.
5. Alexandrov A. Finite-frequency method of identification // Proc. of 10 IFAC Sympos. Syst. Identification / Preprints. Copenhagen, Denmark, 1994. Vol. 2. P. 523–527.
6. Александров А. Г. Адаптивное управление объектом с запаздыванием // Тр. IX междунар. Четаевской конференции «Аналитическая механика, устойчивость и управление движением». Иркутск, 2007. Т. 3. С. 6–13.
7. Александров А. Г., Паленов М. В. Самонастраивающийся ПИД/И регулятор // Автоматика и телемеханика. 2011. № 10. С. 4–18.
8. Шатов Д. В. Идентификация запаздывания одномерных линейных объектов конечно-частотным методом // Проблемы управления. 2015. № 4. С. 2–8.
9. Александров А. Г., Шатов Д. В. Автономный универсальный настройщик ПИД-регуляторов / Управление большими системами (УБС'2014): Материалы XI Всероссий. школы-конференции молодых ученых, 9–12 сент. 2014 г, Арзамас. М.: ИПУ РАН, 2014. 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). С. 898–904.
10. Visioli A. Improving the load disturbance rejection performance of IMC-tuned PID-controllers // Proc. Of 15 th Triennial World Congress. Barselona, 2002. Preprints. Spain. P. 666–671.
11. Александров А. Г., Орлов Ю. Ф., Паленов М. В. Конечно-частотная идентификация объектов с запаздыванием // Автоматика и телемеханика. 2014. № 2. С. 5–15.
12. Alexandrov A. G. Finite-frequency identification: self-tuning of test signal // Proc. of 16 World Congress IFAC. Preprints. Prague, Czech Republic, 2005. P. 295–301.