Об исследовании сценария перехода к хаосу в KIII модели Уолтера Фримена*

Р.И.Землянский, О.И. Рябков

Аннотация. Ранее в обзоре [3] в качестве примера применения хаотической динамики для решения задач обработки информации мы выделили подход, основанный на использовании хаотических нейронных сетей (ХНС), в частности, так называемой KIII модели Уолтера Фримена, [5]. Данные сети применялись, в том числе, и для решения задач предугадывания временных числовых последовательностей [8], что делает их потенциальным инструментом для решения задач анализа информационных атак в компьютерных сетях. Данная ХНС моделирует пространственно-временную динамику участка нервной системы животных, отвечающего за обоняние, и описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка с запаздыванием. В настоящей работе мы проводим численное исследование KIII модели с точки зрения сценария ее хаотизации. В одном из вариантов указанной системы уравнений с использованием метода Рунге-Кутта 4-го порядка аппроксимации при изменении бифуркационного параметра нами были обнаружены каскады Фейгенбаума, Шарковского, а также явление мультиустойчивости, что подтверждает справедливость ФШМ-сценария перехода к хаосу [1], [2] в исследуемой системе.

Ключевые слова: *динамические системы, хаос, ФШМ-сценарий, обработка информации, распознавание образов, KIII модель Фримена, хаотические нейронные сети.*

Введение

Развитие науки о нейронных сетях началось ещё с 1943 года, когда было предложено первоначальное строение искусственного нейрона. С тех пор было разработано множество различных нейронных сетей, таких как сети Кохонена, сеть Хопфилда, а также и множество хаотических нейронных сетей (ХНС), которые применяются как для распознавания образов, так и в искусственном интеллекте. Наше исследование посвящено KIII сети Уолтера Фримена – одной из наиболее известных и ранних ХНС. В своей ранней работе по данной тематике [5], Фримен исследовал динамическую систему, предположительно описывающую обонятельную систему кролика (передний обонятельный мозг) и процесс активации нервных клеток при реакции нервной системы животного на известные запахи. Эта и другие работы привели к моделям обонятельной системы, состоящим из разноуровневых модулей, так называемых K-модулей. Среди достаточно поздних работ автора можно выделить [9] , где подобная сеть применяется к решению задачи распознавания рукописного текста.

Единичным модулем сетей Фримена является так называемый K0-модуль, описываемый простым обыкновенным дифференциальным уравнением:

$$abI(t) = \frac{d^2}{dt^2}x(t) + (a+b)\frac{d}{dt}x(t) + abx(t).$$

Данное уравнение представляет собой обычное уравнение колебаний линейного маятника с диссипацией, где $I(t)$ – входное воздействие (вынуждающая сила). Все сети более высоких уровней строятся как объединение K0-модулей, связанных через входные сигналы. Пусть $x_i(t)$ и $I_i(t)$ – состояние и вход i-ого модуля сети. Тогда

$$I_i(t) = \sum_{j=1, j\neq i}^{N} w_{ij} Q\left(x_i\left(t-\theta_{ij}\right)\right),$$

$$Q(x) = q\left(1 - \exp\left(-\frac{e^x - 1}{q}\right)\right).$$

Здесь N – количество нейронов, w_{ij} – вес связи между i-м и j-м нейронами. θ_{ij} – соответствующая задержка. KI-моделью называется сеть, состоящая из некоторого числа нейронов, соединенных «подкрепляющими» связями. KII-модель состоит из двух слоев: «подкрепляющего» и «ингибирующего» (см., например, рис. 7 в [3] или работу [9]). Данная сеть способна реализовывать периодические осцилляции в ответ на слабое внешнее воздействие [7]. KIII сеть представляет собой не-

* Работа выполнена при поддержке программы III.3 ОНИТ РАН, подпрограммы № 4.

сколько (как правило, три) KII-моделей соединенных между собой прямыми и обратными связями. Данная сеть является ХНС, т.е. это минимальная модель среди моделей Фримена, способная к обработке информации. Входные сигналы подаются в сеть на верхний уровень. KIII является также минимальной моделью, в которой может реализовываться хаотическая динамика. Сеть балансируется таким образом, чтобы в отсутствие или при слабом входном сигнале, она находилась в хаотическом режиме. При применении KIII модели к задачам распознавания образов данное хаотическое состояние соответствует ответу сети «я не знаю» (который сеть должна выдавать при предъявлении ей неизвестного входного образа). При поступлении ранее запомненного образа сеть должна переходить в соответствующий ему периодический режим. Сопоставление образов и периодических режимов происходит в процессе обучения сети, причем устойчивые циклы для образов строятся путем стабилизации неустойчивых циклов из окрестности исходного хаотического аттрактора, см., например, [9]. Все это говорит о важной роли хаотического и периодических режимов модели в процессе распознавания образов с помощью данной ХНС. Например, принципиальный вопрос о емкости рассматриваемой сети невозможно разрешить без знания структуры хаоса в описывающей ее системе. С другой стороны, из анализа литературы по данной проблематике следует, что природа хаоса в KIII модели так и не была выяснена, не получено даже данных о размерности хаотического аттрактора, что делает актуальным исследование, проведенное в данной работе.

Некоторая попытка моделирования различных динамических режимов в одном из вариантов модели была предпринята в исходной работе [5]. Автор в своём исследовании использовал явный одношаговый метод Эйлера численного решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, основанный на аппроксимации интегральной кривой кусочно-линейной функцией. В [5] утверждается, что в исследуемой системе был обнаружен сценарий перехода к хаосу Рюэля-Такенса (рождение двумерного квазипериодического решения с его последующим разрушением и переходом к хаосу). Помимо применения схемы низкого порядка к недостаткам данной работы можно отнести использование фиксированного шага по времени, привязанного к величине запаздывания в системе, которое не позволило автору подтвердить свои результаты методом сгущения сетки, а также отсутствие какой-либо техники анализа фазовых портретов (например, методом сечения Пуанкаре). Все эти недостатки дают основание предположить, что вывод о сценарии перехода к хаосу не был в достаточной мере аргументирован.

В данной работе мы продолжаем численное исследование модели, начатое в [5], при этом мы используем непрерывный метод Рунге-Кутта четвёртого порядка для систем с запаздыванием. Полученные нами результаты уточняют и в некоторых случаях опровергают выводы указанной работы.

Описание исследуемой системы

В рассматриваемом нами случае KIII модель Фримена (ее структура) имеет вид, показанный на рис. 2. Данная модель не может быть непосредственно использована для решения задач распознавания, в частности, потому что она является упрощением реальной обонятельной системы, построенным с целью объяснить определённые ее особенности, такие как наличие хаотической динамики. Главное отличие рассматриваемой KIII сети от более поздних ее вариантов, использовавшихся для решения задач классификации, заключается в количестве отдельных K0-модулей внутри KI сетей. С другой стороны, все принципиальные элементы, характерные для полноценных KIII сетей, в исследуемой нами версии также присутствуют.

Основываясь на данной модели, автор [5] продемонстрировал, что различные динамические режимы изучаемой системы соотносятся с различными состояниями обонятельной системы. На рис. 1 для последней отображена качественная бифуркационная диаграмма, куда, в частности, входят режимы, при которых система пребывает в течение одного полного дыхательного цикла: от вдоха к выдоху.

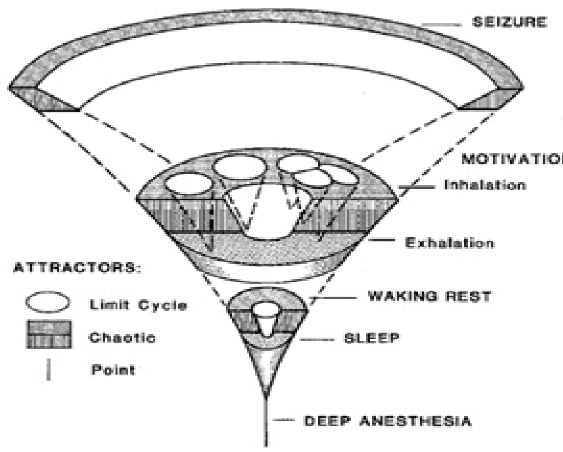

Рис. 1. Качественная бифуркационная диаграмма, отображающая связь между различными динамическими режимами системы и состояниями реальной обонятельной системы (из работы [5]).

Фазовый портрет модели в разные моменты времени может иметь вид цикла, хаотического аттрактора или точки, что соответствует пребыванию обонятельной системы в различных состояниях – глубокой анестезии, сна, пробуждения, вдоха, выдоха или состоянии припадка. Так, если обонятельная система находится в состоянии сна, то в описывающей ее модели возникают хаотические аттракторы, или, если обонятельная система находится в состоянии вдоха, то в математической модели аттрактором является один или несколько циклов.

Перейдём к рассмотрению схемы KIII модели Фримена, изображённой на рисунке 3. В ней имеется три основных KII-модуля, в соответствии с биологическими особенностями строения обонятельной системы, а именно – OB (обонятельная луковица), AON (переднее обонятельное ядро) и PC (грушевидная кора). Каждый кружок, кроме R, соответствует нелинейному дифференциальному уравнению второго порядка. Структура схемы связей достаточно сложна, движение сигнала происходит следующим образом: входной сигнал от рецепторов, находящихся в главном обонятельном нерве (PON), в ослабленном виде (в силу воздействия коэффициентов преобразования) через клубочек (gl) поступает в околоклубочковые (P) и митральные (M) клетки, которые, в свою очередь, связаны с гранулярными клетками (G). Выходной сигнал из поперечного обонятельного тракта (LOT) поступает в поверхностные пирамидальные клетки переднего обонятельного ядра (E) и грушевидной коры (A), на которые воздействуют подавляющие нейроны (1) и (B), соответственно. Выходной сигнал грушевидной коры попадает на глубоко расположенные пирамидальные клетки (C) и оттуда переходит в наружную капсулу (EC) и обратно в переднее обонятельное ядро (AON) и грушевидную кору (OB) через медиальный обонятельный тракт (MOT).

Переднее обонятельное ядро также связано обратной связью с гранулярными клетками (G). Возбуждение обозначено как (+), подавление как (–). Задержки с L1 по L4 изначально получены с помощью измерений скорости проводимости сигнала и расстояний между структурами. Каждой связи соответствует коэффициент преобразования, например, k_{MG} в обонятельной луковице, k_{ME} – от обонятельной луковицы к переднему обонятельному ядру и так далее.

Перейдем к рассмотрению дифференциальных уравнений, описывающих обонятельную систему. Основное уравнение, соответствующее

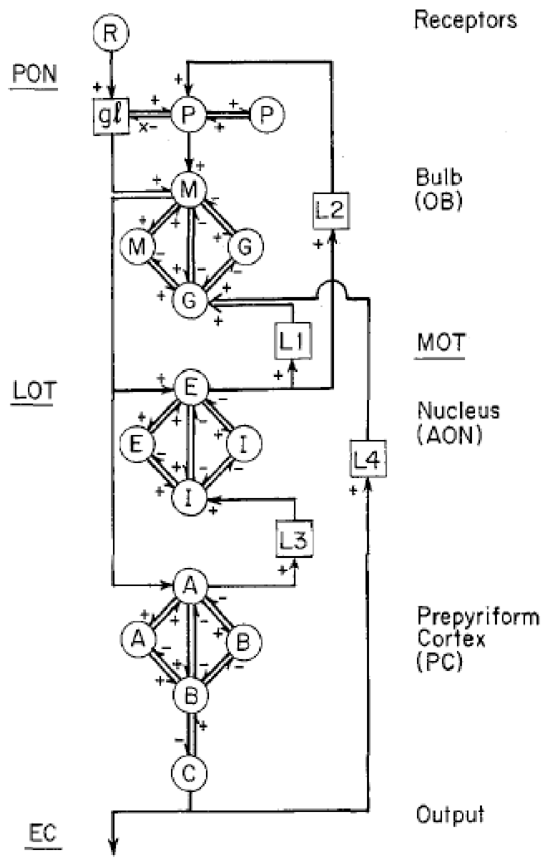

Рис. 2. Схема передачи сигнала для обонятельной системы из работы [5].

одному кружку на рис. 2 и описывающее пучок нейронов, выглядит следующим образом:

$$F_n(t) = \frac{d^2}{dt^2} v_n(t) + (a+b)\frac{d}{dt} v_n(t) + ab v_n(t).$$

Здесь a и b – постоянные значения для всех K0 модулей, определяющие несущую частоту для каждого KII модуля; $F_n(t)$ – входной сигнал модуля, $v_n(t)$ – состояние модуля.

Функция, описывающая выходной сигнал для каждого модуля, имеет следующий вид:

$$p_n(t) = \begin{cases} 5\left(1 - exp\left[-\frac{e^{v_n(t)}-1}{5}\right]\right), & v_n(t) > -u_0, \\ -1 & , v_n(t) \le -u_0, \end{cases}$$

где $n = \{P1, P2, G1, G2, E1, E2, M1, M2, I1, I2, A1, A2, B1, B2, C\}$, а u_0 равно:

$$u_0 = -\ln\left[1 - 5\ln\left(1 + \frac{1}{5}\right)\right].$$

Чтобы доопределить систему нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка с запаздыванием необходимо определить входные сигналы $F_n(t)$ для каждого модуля системы. Данные входные сигналы в общем случае будут зависеть от выходных сигналов всех остальных модулей $p_n(t)$. Приведённая ниже зависимость соответствует графической схеме на рисунке 1 (коэффициенты также взяты из [5]):

$$\begin{cases} F_{P1}(t) = 0.25p_{P2}(t) + \frac{0.25}{11}\sum_{J=15}^{25} p_{E1}\,(t - J^*\tau) + 0.1I_r, \\ F_{P2}(t) = 0.25p_{P1}(t), \\ F_{M1}(t) = 0.25p_{M2}(t) - 1.5p_{G1}(t) - 1.5p_{G2}(t) + \frac{p_{P1}(t)+p_{P2}(t)}{4} + I_r, \\ F_{M2}(t) = 0.25p_{M1}(t) - 1.5p_{G1}(t), \\ F_{G2}(t) = 1.5p_{M1}(t) - 1.8p_{G1}(t), \\ F_{G1}(t) = 1.5p_{M1}(t) + 1.5p_{M2}(t) - 1.8p_{G2}(t) + \frac{1}{9}\sum_{J=14}^{22} p_{E1}(t - J^*\tau) + \frac{k_{AG}}{17}\sum_{J=22}^{38} p_C(t - J^*\tau), \\ F_{E1}(t) = 1.5p_{E2}(t) - 1.5p_{I1}(t) - 1.5p_{I2}(t) + 1.35p_{M1}(t), \\ F_{E2}(t) = 1.5p_{E1}(t) - 1.5p_{I1}(t), \\ F_{I2}(t) = 1.5p_{E1}(t) - 1.5p_{I1}(t), \\ F_{I1}(t) = 1.5p_{E1}(t) + 1.5p_{E2}(t) - 1.8p_{I2}(t) + \frac{k_{AI}}{15}\sum_{J=17}^{31} p_{A1}(t - J^*\tau), \\ F_{A1}(t) = 0.25p_{A2}(t) - 1.4p_{B1}(t) - 1.4p_{B2}(t) + p_{M1}(t), \\ F_{A2}(t) = 0.25p_{A1}(t) - 1.4p_{B1}(t), \\ F_{B2}(t) = 1.4p_{A1}(t) - 1.8p_{B1}(t), \\ F_{B1}(t) = 1.4p_{A1}(t) + 1.4p_{A2}\,(t) - 1.8p_{B2}(t), \\ F_C(t) = -p_{B1}(t). \end{cases} \quad (1)$$

Метод исследования

Рассматриваемая система дифференциальных уравнений относится к системам с постоянной задержкой, т.е. τ не зависит от фазовых переменных или времени. Благодаря этому, для ее численного решения можно применять метод, в котором шаг интегрирования Δt является делителем величины задержки τ. При реализации явного метода Эйлера (как это делал, например, автор работы [5]) достаточно сохранить значения численного решения за последние m шагов метода, где τm - максимальная величина задержки в системе уравнений. Эти значения затем непосредственно подставляются при вычислении правой части в текущий момент времени. Если мы запишем систему (1) в общем векторном виде:

$$\frac{dx(t)}{dt} = f\big(x(t), x(t-\tau), x(t-2\tau), \dots, x(t-m\tau)\big),$$

то схема численного интегрирования по методу Эйлера будет иметь вид:

$$\Delta t = \frac{\tau}{k}, k \in N,$$

$$\frac{x_{n+1} - x_n}{\Delta t} = f(x_n; x_{n-k}; x_{n-2k}; \dots; x_{n-mk}).$$

В использованном нами методе высокого порядка (Рунге-Кутта, четвертого порядка аппроксимации) также необходимо иметь значения численного решения в моменты времени, лежащие между узлами сетки. Для получения этих значений мы использовали так называемый непрерывный метод Рунге-Кутта [6], который помимо значений решений на следующем шаге по времени, вычисляет полиномы, интерполирующие решения между узлами сетки.

Интерполяционная формула для непрерывного метода Рунге-Кутта имеет вид:

$$u(\theta) = y_0 + \Delta t \sum_{i=1}^{m} b_i(\theta) k_i,$$

где коэффициенты k_i равны:

$$k_1 = f(x_n, y_n),$$
$$k_2 = f\left(x_n + \frac{\Delta t}{2}, y_n + \frac{\Delta t}{2}k_1\right),$$
$$k_3 = f\left(x_n + \frac{\Delta t}{2}, y_n + \frac{\Delta t}{2}k_2\right),$$
$$k_4 = f(x_n + \Delta t, y_n + \Delta t k_3).$$

Полиномы $b_i(\theta)$, $i = \overline{1,4}$, представлены ниже:

$$b_1(\theta) = \theta - \frac{3\theta^2}{2} + \frac{2\theta^3}{3},\ b_2(\theta) = b_3(\theta) = \theta^2 - \frac{2\theta^3}{3},$$

$$b_4(\theta) = -\frac{\theta^2}{2} + \frac{2\theta^3}{3}.$$

Подробнее о методах численного интегрирования систем с задержкой смотри [10].

Результаты численного исследования системы

Перейдём обсуждению результатов численного исследования системы (1). В (1) имеется два основных параметра: k_{AG} и k_{AI}, которые являются коэффициентами преобразования для соответствующих каналов связи между нейронами. Вслед за автором [5] мы исследовали бифуркации, происходящие при изменении параметра k_{AI}. Значение k_{AG} было фиксировано и равнялось $k_{AG} = 1$. Напомним, что наша задача состояла в том, чтобы проследить за последовательностью бифуркаций, происходящих в системе, и выявить соответствующую последовательность режимов (аттракторов) возникающих в (1) при различных значениях параметра. Фазовые портреты строились в пространстве координат $\{v_{M2}(t), v_{E2}(t), v_{A2}(t)\}$. Ниже на рисунках представлены фазовые портреты при различных значениях параметра k_{AI}. Все приведенные результаты соответствуют значению шага интегрирования $\Delta t = \tau/2$, но они также воспроизводятся и при меньших шагах интегрирования (с некоторыми сдвигами в значениях параметров), что подтверждает их достоверность. В тексте под периодом мы понимаем относительный период циклов из субгармонических каскадов, а не абсолютный. Т.е. циклом периода 1 мы называем некоторый базовый цикл системы, а, например, циклом периода 2 – цикл, рождающийся из этого цикла в результате бифуркации удвоения периода.

При значении $k_{AI} = 3.45$ в системе наблюдается основной цикл периода один (см. рис. 3). В сторону уменьшения значения параметра обнаружено начало каскада удвоения циклов Фейгенбаума (циклы периода 2,4, см. рис. 4-5).

При дальнейшем уменьшении параметра в системе возникает аттрактор Фейгенбаума (можно наблюдать при значении $k_{AI} = 3.9$), Далее, по всей видимости, происходит каскад бифуркаций Шарковского с образованием соответствующих хаотических аттракторов.

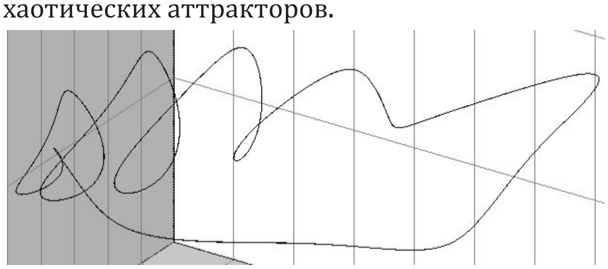

Рис. 3. Фазовый портрет в пространстве координат $\{v_{M1}(t), v_{E2}(t), v_{A2}(t)\}$ при $k_{AI} = 3.45$. Основной цикл.

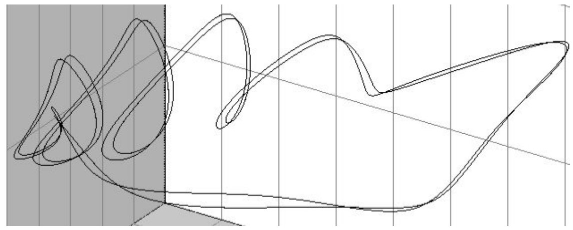

Рис. 4. Фазовый портрет в пространстве координат $\{v_{M1}(t), v_{E2}(t), v_{A2}(t)\}$ при $k_{AI} = 3.43$. Цикл относительного периода 2.

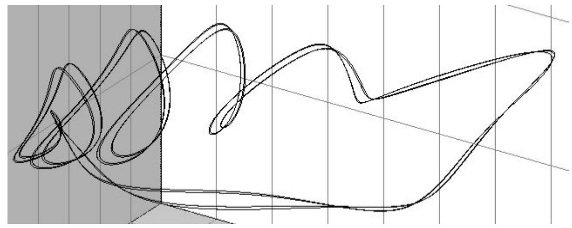

Рис. 5. Фазовый портрет в пространстве координат $\{v_{M1}(t), v_{E2}(t), v_{A2}(t)\}$ при $k_{AI} = 3.42$. Цикл относительного периода 4.

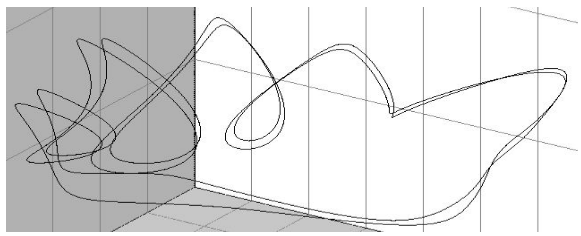

Рис. 6. Фазовый портрет в пространстве координат $\{v_{M1}(t), v_{E2}(t), v_{A2}(t)\}$ при $k_{AI} = 3.52$. Цикл относительного периода 2.

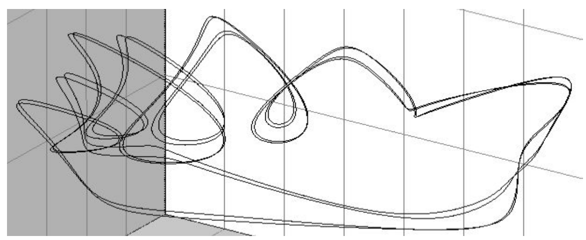

Рис. 7. Фазовый портрет в пространстве координат $\{v_{M1}(t), v_{E2}(t), v_{A2}(t)\}$ при $k_{AI} = 3.65$. Цикл относительного периода 4.

В частности, при $k_{AI} = 3.2577$ в системе был обнаружен цикл периода 3. При меньших значениях параметра нами были обнаружены и некоторые другие хаотические аттракторы и циклы, сосуществующие с основным каскадом (явление мультиустойчивости), однако подробное их исследование проведено не было.

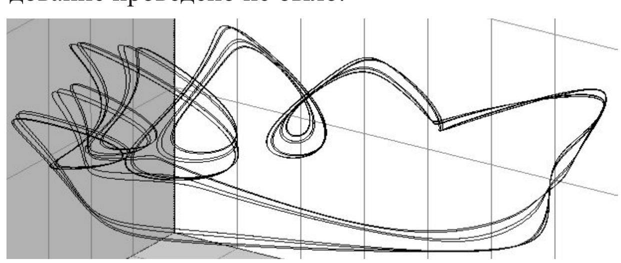

Рис. 8. Фазовый портрет в пространстве координат $\{v_{M1}(t), v_{E2}(t), v_{A2}(t)\}$ при $k_{AI} = 3.68$. Цикл относительного периода 8.

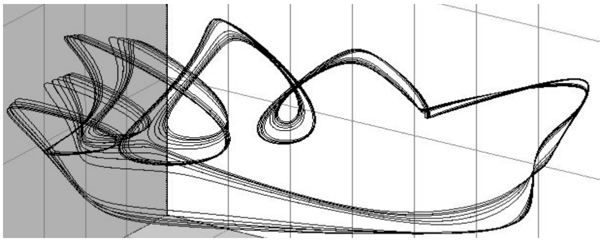

Рис. 9. Фазовый портрет в пространстве координат $\{v_{M1}(t), v_{E2}(t), v_{A2}(t)\}$ при $k_{AI} = 3.69$. Цикл относительного периода 12.

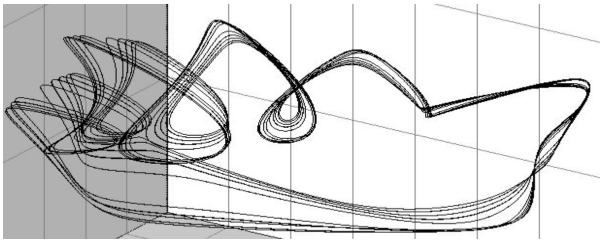

Рис. 10. Фазовый портрет в пространстве координат $\{v_{M1}(t), v_{E2}(t), v_{A2}(t)\}$ при $k_{AI} = 3.7$. Цикл относительного периода 10.

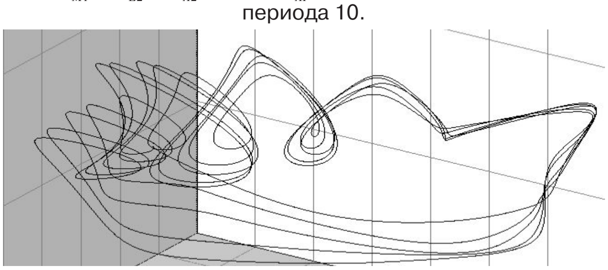

Рис. 11. Фазовый портрет в пространстве координат $\{v_{M1}(t), v_{E2}(t), v_{A2}(t)\}$ при $k_{AI} = 3.77$. Цикл относительного периода 5.

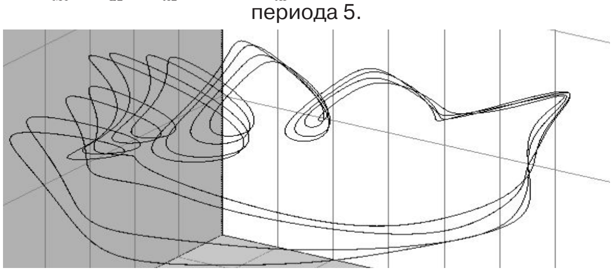

Рис. 12. Фазовый портрет в пространстве координат $\{v_{M1}(t), v_{E2}(t), v_{A2}(t)\}$ при $k_{AI} = 4.02$. Цикл относительного периода 4.

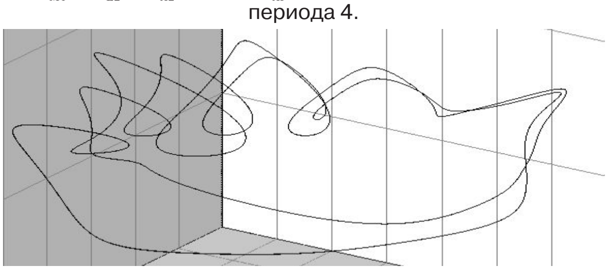

Рис. 13. Фазовый портрет в пространстве координат $\{v_{M1}(t), v_{E2}(t), v_{A2}(t)\}$ при $k_{AI} = 4.03$. Цикл относительного периода 2.

При увеличении параметра от значения $k_{AI} = 3.45$ был найден каскад удвоений (циклы периода 2,4,8, см. рис. 6-8), а также циклы из каскада Шарковского (периода 12 = 2*6, 10 = 2*5, цикл периода 5, см. рис. 9-11). Цикл периода 3 в данном каскаде найден не был, что, вероятно, объясняется наличием обратного каскада удвоений, начинающимся с $k_{AI} = 4.02$ (найдены циклы периодов 4, 2, 1, см. рис. 12-14). При дальнейшем увеличении значения параметра усложнения динамики в системе (1) не наблюдается.

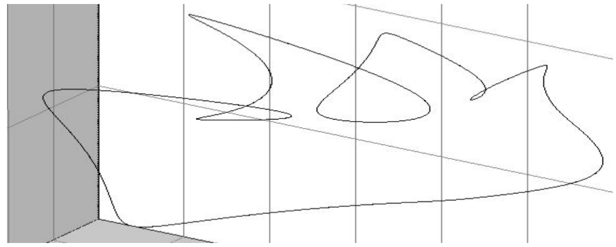

Рис. 14. Фазовый портрет в пространстве координат $\{v_{M1}(t), v_{E2}(t), v_{A2}(t)\}$ при $k_{AI} = 4.5$. Цикл относительного периода 1.

Заключение

В работе проведено численное исследование системы нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка с запаздыванием, описывающее один из вариантов KIII модели Фримена. KIII модель, создававшаяся как модель обонятельной системы кролика, позднее применялась для решения задач распознавания образов и задач предугадывания временных последовательностей. Нами был исследован порядок возникновения периодических и хаотических аттракторов в системе, описывающей данную модель, найдены соответствующие бифуркационные параметры. В системе существует несколько прямых и обратных каскадов, обнаружено явление сосуществования нескольких аттракторов при одном значении параметра (мультиустойчивость). Показано, что процесс перехода к хаосу в обнаруженных нами каскадах соответствует механизму развития хаоса по сценарию Фейгенбаума-Шарковского-Магницкого. Т.е. хаотические аттракторы системы (1), по всей видимости, являются сингулярными аттракторами в смысле теории ФШМ [1], [2].

Данный факт может играть существенную роль в работе механизмов памяти и распознавания образов с помощью KIII модели. Возможно, что понимание структуры хаотических аттракторов поможет прояснить вопрос о емкости памяти на основе KIII модели или сделать процесс распознавания более устойчивым. Дальнейшее исследование будет посвящено изучению хаоса в более полных версиях модели.

Литература

1. *Магницкий Н.А., Сидоров С.В.* Новые методы хаотической динамики. - М.:Едиториал УРСС, 2004.
2. *Магницкий Н.А.* Теория динамического хаоса. - М.:Едиториал УРСС, 2011.
3. *Рябков О.И.* О применении динамических систем в задачах обработки информации // Труды ИСА РАН. 2015. Т. 65. № 2. С. 8–17.
4. *Igor Beliaev, Robert Kozma*. Studies on the Memory Capacity and Robustness of Chaotic Dynamic Neural Networks. - Proceedings of International Joint Conference on Neural Networks 2006 (IJCNN'06). 16-21 July 2006.
5. *W.J. Freeman*. Simulation of Chaotic EEG Patterns with a Dynamic Model of the Olfactory System. – Biological Cybernetics. No. 56. P.139-150. 1987.
6. *Ernst Hairer, Syvert P. Nørsett, Gerhard Wanner*. Solving Ordinary Differential Equations I: Nonstiff Problems. - Springer Science & Business Media. January 1993.
7. *Roman Ilin, Robert Kozma, Walter J. Freeman*. Studies on the Conditions of Limit Cycle Oscillations in the KII Models of Neural Populations. – Proceedings of International Joint Conference on Neural Networks 2004 (IJCNN'04). 25-29 July 2004.
8. *Robert Kozma, Igor Beliaev*. Time Series Prediction Using Chaotic Neural Networks: Case Study of IJCNN CATS Benchmark Test. - Neurocomputing. August 2007. Vol. 70. I. 13–15. P.2426–2439.
9. *Xu Li, Guang Li, Le Wang, Walter J. Freeman*. A study on a bionic pattern classifier based on olfactory neural system. - International Journal of Bifurcation and Chaos. 2006. Vol.16. No.8. P.2425-2434.
10. *C.A.H. Paul, C.T.H. Baker*. Explicit Runge-Kutta Methods for the Numerical Solution of Singular Delay Differential Equations. - Numerical Analysis Report No. 212. April 1992.

Землянский Роман Игоревич. Студент МГУ им. М.В. Ломоносова. Область научных интересов: нелинейная динамика, хаос. E-mail: zemlyanskiy.r@yandex.ru

Рябков Олег Игоревич. Научный сотрудник ИСА ФИЦ ИУ РАН. К.ф.-м.н. Окончил в 2009 г. МГУ. Количество печатных работ: 8. Область научных интересов: нелинейная динамика, хаос. E-mail: oleg.ryabkov.87@gmail.com