

# Математические модели социально-экономических процессов

## Миграционные процессы: модели анализа и прогнозирования (обзор)\*

М.Г. ДМИТРИЕВ, Т.Н. ЮДИНА

**Аннотация.** В работе приводится краткий обзор основных подходов к моделированию миграционных процессов. Наряду с историческим экскурсом и описанием эволюции моделей рассматривается российский опыт прогнозирования миграционных процессов. Особое внимание в обзоре уделяется работам, в которых рассматриваются современные математические модели для решения задач управления, оптимизации и прогнозирования, возникающих при исследовании миграционных потоков.

**Ключевые слова:** миграционные процессы; моделирование; математические модели миграции; прогнозирование, миграционные прогнозы.

### Введение

Одной из характерных черт современного мира является наличие разнообразных миграционных процессов [1]. В них вовлечены большие массы людей во всех странах мира. В 2015 году в докладе Международной организации по миграции приведены следующие данные: всего международных мигрантов – 244 млн человек; при этом Россия, по количеству мигрантов (11,9 млн), занимает третье место, после США (46,6 млн) и Германии (12 млн) [1].

Миграционные процессы могут сильно влиять на численность населения, его возрастную структуру, на показатели смертности и рождаемости, а также на экономические процессы, изменяя объем трудовых ресурсов в ту или иную сторону, а значит влияя, тем или иным образом, на динамику экономических показателей и условия жизни будущих поколений.

Миграция формирует новый рынок труда, под «влиянием миграции происходит преобразование социальных пространственных отношений» [2]. Скорости таких изменений различны и не всегда согласуются с адаптационными способностями мигрантов и коренных жителей, что может приводить к повышению социальной напряженности. Также можно присоединиться к мнению авторов работ [3–5], что среди круга задач, связанных с прогнозированием динамики населения, задачи прогноза миграции намного сложнее. Конечно, в первую очередь, это объясняется отсутствием полной информации о составляющих миграционных потоков и поэтому здесь невозможно достижение той же точности, как при прогнозировании естественного движения населения.

На сегодняшний день появились работы, анализирующие генезис развития различных подходов к моделированию и прогнозированию миграционных процессов [6], что создает определенные основания для изучения миграционных процессов на

\* Работа выполнена в рамках гранта РФФИ №16-29-12878.

базе современных информационных технологий с использованием математического моделирования.

## 1. Краткая история подходов к построению моделей миграции

Одной из первых работ по прогнозированию отдельных характеристик миграции стала работа И. Янга (Young, 1924) [7]. В этой статье для сельской миграции, на примере США, предложена, так называемая модель пространственного взаимодействия. Далее в 1940 году С. Стоуффер (Stouffer, 1940) [8] для расчета величины потока мигрантов предложил ввести следующие понятия – «возможности» и «промежуточные возможности», которые по предположению автора связаны как с численностью мигрантов, так и с неявной характеристикой расстояния между регионами. Искомая оценка численности потока миграции между регионами прямо пропорциональна возможностям в регионе прибытия и обратно пропорциональна «промежуточным возможностям» в процессе перемещения между регионами.

Логическим продолжением первых работ явилась работа Дж. Стюарта (Stewart, 1941) [9], где был предложен закон пространственного взаимодействия населения территорий, по которому «демографическая» сила притяжения территорий обратно пропорциональна расстоянию между ними. И наконец, в работе Дж. Ципфа (Zipf, 1949) [10] предложена гравитационная модель миграции, где используется предположение, что миграционный поток между двумя территориями прямо пропорционален общему населению регионов и обратно пропорционален квадрату расстояния между ними.

Большую популярность в 60-е годы XX столетия приобрела теория факторов миграции Э. Ли (Lee, 1966) [11], где изучались так называемые «выталкивающие» и «притягивающие» факторы, формирующие миграционные потоки.

В эти же годы в гравитационные модели стали вводить экономические факторы. Например, учет в гравитационной модели показателей безработицы и средней заработной платы был выполнен в работе И. Лори (Lowry, 1966) [12]. Также в данной модели была сделана попытка учесть различные факторы, влияющие на международную мобильность рабочей силы. Последняя модель, как показано в работе А. Роджерса (Rogers, 1967) [13], достаточно адекватно описывает наблюдаемые процессы миграции, но самыми значимыми факторами, при этом, оказались лишь три – численность рабочей силы, средняя заработная плата в регионе исхода,

а также расстояние между регионами миграции. Фактор проживания в различных регионах и наличие соответствующих связей был введен в теорию факторов миграции М. Гринвудом и Г. Хантом (Greenwood, Hunt, 2003) [14].

Модели следующего поколения – модели пространственного движения (см., например, В. Алонсо (Alonso, 1978) [15] – учитывают, что субъект миграции имеет возможности для сравнения своего региона с другими. Учету в моделях миграций слабо формализуемых понятий – «покровительство», «эффект семьи и друзей», «цепная миграция» – соответственно посвящены работы К. Тилли, К. Браун (Tilly, Brown, 1968) [16], М. Леви, В. Вадицки (Levy, Wadycki, 1973) [17], Дж. Макдональда и Л. Макдональда (MacDonald, MacDonald, 1964) [18].

Внутренней, сельско-городской миграции посвящена двухсекторная модель внутренней миграции и безработицы Харриса-Тодаро (Harris, Todaro, 1970) [19] из которой следует, что внутренняя миграция есть следствие различий между доходами в селе и в городе.

## 2. Современные модели миграционных процессов

В настоящее время миграционные модели отличаются, с одной стороны, разнообразием применяемых для анализа математических средств и более тонкими моделями, которые могут охватывать не всю проблему в целом, а направлены на решение отдельных подзадач, используя при этом и более сложный математический аппарат. С другой стороны, перспективным направлением исследований является рассмотрение миграционных процессов в рамках современных технологий системного анализа.

Большую роль при прогнозировании качественных характеристик миграционных процессов и различных оценок их влияния на экономику и социум в странах приема мигрантов, а также при расчете различных инструментов управления и организации миграционных потоков сегодня, имеют методы оптимизации и теории оптимального управления. Приведем здесь несколько работ, посвященные этому направлению.

Карл П. Шмертман (Schmertmann, 2012) [20] предложил модель изменения численности населения в условиях, когда устойчивая рождаемость ниже уровня воспроизводства и присутствует постоянный по численности миграционный поток. Результаты теоретического анализа показывают, что численность населения в такой стране, в конечном итоге, становится постоянной. При этом,

происходит своего рода постепенное «демографическое забывание» в том смысле, что размер и структура первоначального населения не оказывают влияния на размер и структуру в долгосрочной перспективе, поскольку каждое следующее поколение их потомков меньше предыдущего, и асимптотически стремится к нулю. Таким образом, предельное (стационарное) население состоит только из иммигрантов и их потомков. Но если учитывать число рождений коренных граждан на фоне стационарного потока мигрантов, то этот миграционный поток приводит к необычным возрастным структурам, которые зависят от распределения возрастов прибывающих иммигрантов. Проведенные в работе на модели численные расчеты с использованием статистических данных показывают, что в пределе, в установившейся численности населения, отношение между мигрантами и коренным населением будет минимизироваться, если, при определенных допущениях о рождаемости коренного населения, возраст прибывающих иммигрантов в стационарном потоке сосредоточен в районе 35 лет. Естественно, такой профиль миграции будет рациональным и в смысле социальных расходов.

В работе Г. Фейтингер, А. Прскавец, В. Вельов (Feichtinger, Prskawetz, Veliov, 2004) [21] рассматриваются задачи оптимального управления демографической политикой, связанные с учетом распределения миграции по возрастным группам. Для этого авторами разработана макро модель, которая строится на базе комбинации модели популяционной динамики Лотка и экономической модели Солоу. Управлениями в модели являются значения величины миграции и нормы накопления, а в качестве критерия полезности принимается максимизация удельного потребления. Задача решается с помощью принципа максимума Понтрягина, с помощью которого получены качественные представления о рациональных величинах миграции и нормы накопления, в зависимости от возраста. Результаты работы, иллюстрируются численными экспериментами на статистических данных Австрии. Выводы авторов могут служить ориентирами для пенсионной политики государств и формирования представлений о возрастном профиле миграции населения с целью максимизации удельного потребления.

При предположениях, что рождаемость низкая и продолжительность жизни возрастает, характерных для развитых стран, возникает задача организации управляемого миграционного потока, который будет восполнять трудовые ресурсы и создавать необходимые условия для экономического развития. Одной из задач при этом является определение

величины необходимой миграции для поддержания заданной фиксированной численности населения.

В работе К. Саймона, Б. Скритека, В.М. Вельова (Simon, Skritek, Veliov, 2013) [22], выполненной также на данных Австрии, такая задача рассмотрена и приводятся соответствующие результаты имитационного моделирования. Модель представляет собой задачу оптимального управления возрастной плотностью населения с ограничениями, где поведение объекта управления описывается дифференциальным уравнением первого порядка в частных производных Kendrick–von Foerster на бесконечном промежутке времени.

Задача заключается в нахождении некоторого рационального выбора двух управлений (интенсивности иммиграционного потока и возрастного профиля этого потока), обеспечивающих удержание заданной численности населения, что позволяет определять конкретные оптимальные иммиграционные стратегии и квоты на длительную перспективу.

В 1956 г. Ч. Тибу [23] выдвинул гипотезу, суть которой в том, что различие предпочтений индивидуумов в потреблении благ и возможности перемещений (миграции) обеспечивает эффективное пространственное распределение населения между юрисдикциями.

В работе Ю.И. Параева, А.И. Рюмкина, С.А. Цветницкой, 2015 [24] предложен вариант динамической модели гипотезы Тибу для исследования региональной миграции за счет перераспределения государством капитальных вложений между регионами. Рассмотрена задача об оптимальном распределении трудовых ресурсов между регионами с целью максимизации суммарной производственной эффективности государства в целом. Здесь математическая модель представляет собой дискретную задачу оптимального управления, где управления есть объемы региональных трудовых ресурсов, а критерий оптимальности – сумма региональных производственных функций выпуска.

Результаты исследований А.А. Лукиной и А.В. Прасолова по моделям трудовой миграции изложены в ряде публикаций последних двух лет [3, 25, 26]. В этих работах, в частности, строится нелинейная динамическая модель управляемой международной трудовой миграции и приводится алгоритм поиска оптимальной квоты. Также с помощью постоянной и переменной матриц Лесли рассчитываются прогнозы демографической ситуации в РФ и вводится модель односторонней миграции для системы стран «донор-реципиент», для которой изучается устойчивость состояния равновесия.

Большой интерес не только с прикладной точки зрения, но и с математической, представляют работы, в которых используются варианты интегро-дифференциальных уравнений с частными производными типа реакции-диффузии для функции, имеющей смысл плотности популяции [27–30]. Этот подход позволил, в частности, М. Табата, Н. Эшима и И. Такаги (Tabata, Eshima, Takagi) [27, 28] смоделировать возникновение пространственных неоднородностей в трактуемых как городская и сельская местность (соответственно, области высокой и низкой плотности населения).

В работе С. Гениеса, В. Волперта, П. Аугера (Genieys, Volpert, Auger, 2006) [29] изучается интегро-дифференциальное уравнение реакции-диффузии в динамике популяций, включающее потребление ресурсов. В ней доказывается, что равновесие в модели может потерять устойчивость и это приводит к появлению стационарных пространственных структур и при этом могут наблюдаться различные типы бегущих волн. В разработках Х. Берестцкого, Д.-М. Рокжейоффре, Л. Росси (Henri Berestycki, Jean-Michel Roquejoffre, Luca Rossi, 2011) [30], как и в предыдущей работе, рассматриваются уравнения типа реакции-диффузии и их упрощенные представления, позволяющие качественно описывать динамику населения в фрагментарной среде с т.н. дробной диффузией.

Приведем в этом разделе, предложенный в работе Г.М. Зуева и Е.Л. Сороко [31], общий подход к моделированию межрегиональных миграционных потоков, где вводится система дифференциальных уравнений и балансовых уравнений, достаточной для расчета миграционных связей, при наличии начальных данных и статистических данных, необходимых для уточнения параметров модели. Модельные численные расчеты позволяют получить траектории численности коренного и некоренного населения по районам и соответствующие сальдо миграции в зависимости от введенного в работе коэффициента «вытеснения».

Многие модели по демографии и, в частности, миграции, отражают связь демографических и миграционных процессов с экономическими. Подход к изучению таких демоэкономических систем предложен Ю.С. Попковым [32]. Моделирование демоэкономических систем преследует цель обнаружить некоторые их состояния, которые возникают в результате взаимодействия процессов пространственно-временной эволюции населения и экономики в терминах макропоказателей.

При изучении этих процессов предполагается, что население экономически мотивировано, т.е. решения индивидов, в основном, определяют-

ся экономическими индексами. В агрегированном виде структура демоэкономической модели (ДЭМ) представляется двумя подсистемами – «Население», «Экономика» и вспомогательной подсистемой «Взаимодействие», которая моделирует прямые и обратные связи между населением и экономикой. Подсистемы ДЭМ включены в замкнутый контур, и поэтому обозначение прямых и обратных связей в нем зависит от приоритета, который придается подсистеме «Население» по отношению к подсистеме «Экономика».

Отметим, что зачастую повышая уровень макромоделирования, мы хоть и снижаем точность прогнозирования, но сохраняем не только горизонт прогноза, но и его качественные характеристики.

Иллюстрациями могут служить прогнозы на десятки лет вперед по различным экономическим, демографическим процессам в СССР и другим странам мира, выполненные в конце 80-гг. и которые подтверждаются сегодня [33].

Интересные эффекты могут наблюдаться в моделях динамики городов. Так в работе В.-Б. Занга «Синергетическая экономика. Время и переменные в нелинейной экономической теории» [34] показано, что если в модели динамики города учитываются миграционные перетоки, то в этой модели возможно хаотическое поведение решений.

Вопросы миграции населения в мегаполисах на основе применения современных системных технологий затрагивались в работах В.И. Ресина, Ю.С. Попкова, Б.С. Дарховского, С.В. Емельянова, А.Г. Олейника и других исследователей [35–37].

### 3. Подходы к моделированию миграции в России

Изучение миграции населения в России началось в 1960-е годы и стимулировалось необходимостью анализа сельско-городской миграции. Отметим, в первую очередь, работы И.А. Алешковского, Т.И. Заславской, Е.В. Виноградовой [38, 39]. В работе Л.Л. Рыбаковского [40] построена межрегиональная модель миграции. В 1975 году В.И. Переведенцев проанализировал влияние различных факторов на внутреннюю миграцию [41], основываясь на выборочных обследованиях и данных переписи 1959 года. Одним из первых эконометрических исследований факторов миграции в России стало исследование М.Б. Денисенко [42]. В работе Е.С. Вакуленко [43], на основе гравитационных моделей миграции для нескольких регионов РФ, построены различные регрессионные зависимости, позволяющие определять общие факторы

миграции, объяснить, в частности, убывающий тренд внутренней миграции в России и его связь с ловушками бедности, а также влияние миграционных потоков на динамику индекса Джини, уровень безработицы и величины среднедушевых доходов населения в регионе.

Проблемы математического моделирования динамических процессов миграции в регионах с позиции трудовых ресурсов рассмотрены А.Н. Ильченко, М.Б. Ермолаевым [44]. Ими также приводится эконометрическая модель для прогноза демографической ситуации в Ивановской области РФ.

Так как мигранты могут быть дополнительным ресурсом развития, имея представление о прогнозах миграции, ЛПР могут с меньшим риском принимать решения по вопросам миграционной политики, по решению задач развития инфраструктуры и сферы услуг.

Моделированию и прогнозированию демографических и миграционных процессов в регионе посвящен ряд работ А.И. Рюмкина, Е.С. Тябаева, А.Г. Вишневого, Е.М. Андреева [45–47]. Хотя на сегодняшний день для прогноза миграционных процессов в практике управления чаще всего используют статистические модели, тем не менее, очень удобными для прогнозирования, как указано выше, являются и динамические системы, в частности, системы разностных уравнений, используемые, например, А.И. Рюмкиным и Е.С. Тябаевым.

В работе А. Ягельского [48] приводится следующая классификация статистических моделей: 1) модели, устанавливающие зависимость между величинами изучаемых показателей и определяющими их факторами; 2) статистические модели, экстраполирующие сложившиеся тенденции для миграционных процессов.

К первому типу статистических моделей относятся многофакторные корреляционные модели, модели факторного анализа, гравитационные модели, а ко второму – автокорреляционные функции, связанные с обработкой временных рядов, вероятностные модели, основанные на использовании марковских цепей, и матричные модели, использующие сальдо миграции и балансовые соотношения для трудовых ресурсов.

Достаточно популярным классом моделей миграции являются марковские модели (см., например, [49, 50]), где предполагается, что известны вероятности перехода каждого жителя из региона в регион за определенный промежуток времени. Если вероятности перехода не зависят от предыстории пребывания мигрантов в других регионах, тогда миграционный процесс представляется ко-

нечной цепью Маркова. К марковским моделям можно прийти и с помощью таблиц миграции [51], так как основными данными таких таблиц являются вероятности миграции людей определенной группы в другой регион и составляются эти таблицы на основе данных о половозрастной структуре в прогнозируемом периоде.

Регрессионная модель миграционных потоков между федеральными округами РФ построена Т.П. Васильевой [52], где также приведены алгоритмы имитационного моделирования развития городов на основе теории клеточных автоматов.

Г.А. Батищевой на основе авторегрессионной модели изучались миграционные потоки из государств Средней Азии и Закавказья в регионы РФ [53].

Элементы технологий искусственного интеллекта использовались А.М. Шихалевым [54] при анализе и моделировании социально - экономических аспектов прогнозирования миграционных процессов, а именно для моделирования использовалось представление знаний в виде нечетких фреймов. Также в [54] для различных сценариев развития ситуаций в странах Средней Азии проводилось имитационное моделирование интенсивности соответствующих возможных миграционных процессов.

#### 4. Анализ некоторых миграционных прогнозов для России

Здесь коснемся некоторых прикладных миграционных исследований, выполненных в последнее десятилетие в РФ.

В работе Ю. Андриенко и С. Гуриева [55] разработана статистическая модель, описывающая миграционные потоки между регионами России и между Россией и странами СНГ. Модель построена на основе модифицированной гравитационной модели миграционной привлекательности регионов и стран, которая учитывает помимо расстояния между регионами, их размеров, численности населения, еще состояние экономики, рынка труда и социальной инфраструктуры.

На основе модели построен прогноз, показывающий, что объемы миграции к 2025 году могут достичь показателей, характерных для 1990-х гг. В свою очередь, на основе прогноза сделан вывод о том, что единственный способ остановить сокращение населения РФ – это снятие ограничений на приток мигрантов. Заметим, однако, что в работе учитывается статистика только по легальным мигрантам.

В Аналитическом докладе «Политика иммиграции и натурализации в России: состояние дел и

направления развития» [56] прогноз внешней миграции в Россию до 2020 года построен экстраполяционными методами. Разработаны три сценария: два инерционных (предполагающий стабилизацию параметров на уровне 2001–2003 гг.) и целевой (предполагающий стабилизацию миграционного прироста трудоспособного населения на 400 тыс. в год, с последующим увеличением до 600 тыс. к 2020 г.).

Основной вывод доклада состоит в том, что для прироста трудоспособного населения, миграционный прирост должен расти опережающими темпами.

Расчеты Д.М. Эдиева нацелены на прогнозирование численности трудоспособного населения и на определении объема миграции для сохранения демографического потенциала РФ, а также связанных с этим затрат. Основной вывод состоит в том, что чем дольше откладывать интенсивную политику привлечения мигрантов, тем дороже это потом будет стоить [57].

Один из лучших коллективов в России, объединяющий демографов и специалистов по миграции, находится в НИУ ВШЭ. На его базе регулярно появляются ежегодные демографические доклады, в которых, естественно, большое внимание уделяется миграционным процессам и построению прогнозов динамики численности населения на основе сценарных статистических моделей, выясняя при этом различные аспекты взаимодействия демографических показателей и параметров миграционных потоков [58–63]. В частности, в 17-ом ежегодном демографическом докладе «Население России 2009», рассматривается вопрос о том, как различные исходные предположения о величине миграционных потоков влияют на получаемые с их помощью оценки будущей численности и состава населения. При этом, различия в гипотезах могут быть довольно большими. Например, Росстат исходит из того, что миграционный прирост РФ в 2010–2030 г. составит 6,8–10 млн человек, по высокому варианту – более 10 млн чел., а Бюро переписей США – 0,8 млн. Отсюда проистекают сильно расходящиеся оценки будущей численности населения.

Также рассматриваются и долгосрочные прогнозы изменений численности РФ до 2050 и 2100 годов. При этом используются два варианта расчета прогнозов: экстраполяционный и стабилизирующий.

Первый из них связан с экстраполяцией тенденций динамики чистой миграции в Россию и сценарии прогноза различаются лишь параметрами. В зависимости от сокращения или

увеличения внешней миграции были получены верхние и нижние условные оценки численности населения.

Второй способ прогноза связан с резким повышением чистой миграции за счет внешней миграции при активном управлении государством, что позволит удерживать численность в пределах 144 млн чел. Такой сценарий управляемой миграции в сочетании с реализацией Программы материнского капитала с начала 2007 г. и общим повышением уровня благосостояния, фактически, реализовывался в последние годы.

## Заключение

Рост культуры принятия решений в области демографической политики в РФ привел к появлению в российской научной литературе работ в области математического моделирования демографических процессов и, в частности, миграционных. В большинстве случаев, при этом, рассматриваются статистические модели, которые, как правило, линейны или сводятся к таковым и поэтому адекватны лишь для небольших горизонтов прогнозирования. Можно констатировать при этом, что современные технологии прогнозирования, основанные на использовании нелинейных управляемых моделей, привязанных к обработке больших массивов данных в практике прогнозирования миграционных процессов в России, используются слабо.

Учитывая возникновение у границ РФ локальных очагов напряженности и ненулевую вероятность появления неуправляемой миграции, можно утверждать, что внимание к задачам моделирования миграционных процессов на основе построения математических моделей и современных технологий системного анализа будет возрастать.

## Литература

1. *IOM Releases Global Migration Trends 2015 Factsheet*. URL: <http://www.iom.int/news/iom-releases-global-migration-trends-2015-factsheet>.
2. *Giddens A. Consequences of Modernity*, Polity Press, Cambridge, 1990.
3. *Лукина А.А., Прасолов А.В.* Анализ и математическое моделирование международной трудовой миграции // *Управленческое консультирование*. 2015. № 10 (82). С. 146–156.
4. *Денисенко М.Б.* Математические модели миграции населения. В кн.: *Современная демография*. Под ред. А. Я. Кваши, В. А. Ионцева. М.: МГУ, 1995.

5. *Позняк А.В.* Современная миграционная ситуация и проблемы формирования миграционной политики в Украине URL: <http://demoscope.ru/weekly/2007/0285/analit07.php>.
6. *Юдина Т.Н.* Прогностические модели миграции в Россию: подходы и анализ // In MIGRATION 6, 2013, pp.25-43. Tbilisi, Ivane Javakhishvili Tbilisi State University Migration Research Center.
7. *Young E.C.* The Movement of the Farm Population. Bulletin 426. Ithaca: New York Agricultural Experiment Station. 1924.
8. *Stouffer S. A.* Intervening Opportunities: A Theory Relating to Mobility and Distance // American Sociological Review, 5 (6). 1940. pp. 845–867.
9. *Stewart J.Q.* An Inverse Distance Variation for Certain Social Influences // Science, New Series, Vol. 93, No. 2404. 1941. pp. 89-90.
10. *Zipf G.K.* Human Behavior and the Principle of Least Effort. Addison-Wesley Press, Reading, Massachusetts, 1949.
11. *Lee E.S.* A Theory of Migration // Demography, Vol. 3, No. 1. 1966. pp. 47-57.
12. *Lawry I.* Migration and Metropolitan Growth: Two Analytical Models.- San-Francisco. Chandler Pub. Co., 1966.
13. *Rogers A.* A regression analysis of interregional migration in California. The Review of Economics and Statistics, 1967, 49 (2), pp. 262–267.
14. *Greenwood M., Hunt G.* The early history of migration research. International Regional Scientific Review, 2003, 26 (1), pp.3–37.
15. *Alonso W.* A Theory of movement. In: Human Settlement Systems: International Perspective on Structure, Change and Public Policy. Ed. N. M. Hansen. Cambridge, Massachusetts, 1978, Ballinger Publ. Comp., pp.197–211.
16. *Tilly C., Brown C.H.* On uprooting, kinship and auspices of migration. International Journal of Comparative Sociology, 1968, 8, pp.139–64.
17. *Levy M.B., Wadycki W.J.* The influence of family and friends on geographic labor mobility: An intercensal comparison. The Review of Economics and Statistics, 1973, 55, pp. 198–203.
18. *MacDonald J.S., MacDonald L.D.* Chain migration, ethnic neighborhood formation and social networks. The Milbank Memorial Fund Quarterly. 42(1), 1964, pp.82-97.
19. *Harris J., Todaro M.* Migration, unemployment and development: a two sector analysis // American Economic Review, 60(1), 1970, pp. 126–142.
20. *Schmertmann Carl P.* Stationary populations with below-replacement fertility//Demographic Research: Vol.26, Article 14, 2012, pp. 319-330, DOI: 10.4054/DemRes.2012.26.14.
21. *Feichtinger G., Prskawetz A., Veliov V.M.* Age-structured optimal control in population economics //Theoretical Population Biology. Vol.65, Issue 4, June 2004, pp.373-387.
22. *Simon C., Skritek B., Veliov V.M.* Optimal immigration age-patterns in populations of Fixed size //J.Math. Anal. Appl. 405(2013), pp.71–89.
23. *Tiebout C.A.* Pure Theory of Local Expenditures. The Journal of Political Economy, 1956, vol. 64, iss. 5, pp. 416-424. DOI: 10.1086/257839.
24. *Параев Ю.И., Рюмкин А.И., Цветницкая С.А.* Математическая модель трудовой миграции населения//Вестник Томского гос.ун-та, 2015. Сер. Управление, вычислительная техника и информатика. № 1 (30). С.21-26.
25. *Лукина А.А.* Об управлении трудовой миграцией в Российскую Федерацию // Финансы и бизнес. 2015. № 2. С. 41–56.
26. *Лукина А.А.* Математическое моделирование международной трудовой миграции: диссертация канд. физ.-мат. наук по спец. 05.13.18. Санкт-Петербургский гос. ун-т, 2016. 124 с.
27. *Tabata M., Eshima N., Takagi I.* A mathematical modeling approach to the formation of urban and rural areas: convergence of global solutions of the mixed problem for the master equation in sociodynamics //Nonlinear Analysis: Real World Applications. 2011. vol. 12. № 6. pp. 3261-3293.
28. *Tabata M., Eshima N., Takagi I.* A mathematical-model approach to human population explosions caused by migration // Nonlinear Analysis: Real World Applications, Vol.11(5), 2010.
29. *Genieys S., Volpert V., Auger P.* Pattern and Waves for a Model in Population Dynamics with Non-local Consumption of Resources //Mathematical Modelling of Natural Phenomena. vol.1. No.1, 2006. pp. 65-82.
30. *Berestycki Henri, Roquejoffre Jean-Michel, Rossi Luca.* The periodic patch model for population dynamics with fractional diffusion//Discrete and continuous dynamical systems. Series S., vol. 4, No. 1, 2011. pp.1-13.
31. *Зуев Г.М., Сороко Е.И.* Математическое описание миграционных процессов// Автомат. и телемех. 1978. № 7. С. 94–101.
32. *Попков Ю. С.* Макросистемные модели пространственной экономики. М.: КомКнига, 2008.
33. *Геловани В.А., Бритков В.В., Дубовский С.В.* СССР и Россия в глобальной системе (1985-2030). М.: Едиториал УРСС, 2009. 320 с.
34. *Занг В.-Б.* Синергетическая экономика. Время и переменны в нелинейной экономической теории. М.: Мир, 1999.

35. *Ресин В.И., Попков Ю.С.* Развитие больших городов в условиях переходной экономики. Системный подход. М.: Едиториал УРСС, 2000.
36. *Ресин В.И., Дарховский Б.С., Попков Ю.С.* Вероятностные технологии в управлении развитием города. М.: Едиториал УРСС. 2004.
37. *Емельянов С.В., Олейник А.Г., Попков Ю.С., Путилов В.А.* Информационные технологии регионального управления. М.: Едиториал УРСС, 2004. 400 с.
38. *Алешковский И.А.* Детерминанты внутренней миграции населения: анализ отечественных и зарубежных исследований. М.: МАКС Пресс, 2006. 76 с.
39. *Заславская Т.И., Виноградова Е.В.* Опыт математического исследования мобильности трудовых ресурсов села// В сб. «Социальные проблемы трудовых ресурсов села (на материалах Западной Сибири)». Новосибирск: Наука, 1968. С.87-142.
40. *Рыбаковский Л.Л.* Региональный анализ миграции. М.: Статистика 1973. 159 с.
41. *Переведенцев В.И.* Методы изучения миграции населения. М.: Наука. 1975. 232 с.
42. *Денисенко М.Б.* Детерминанты межрегиональной миграции в России: соответствия положениям экономической теории // Новейшие изменения во внутренней и внешней миграции населения в России и их экономическое значение. М.-СПб.: Ассоциация «Гуманитарное знание», 1994.
43. *Вакуленко Е.С.* Моделирование миграционных потоков на уровне регионов, городов и муниципальных образований. Диссертация на соиск. уч. степ. канд. экон. наук. по спец. 08.00.13. URL: <https://www.hse.ru/data/2013/06/26/1298312212/dis%20vakulenko.pdf>.
44. *Ермолаев М.Б., Ильченко А.Н.* Трудовая миграция в регионе: модели анализа и прогнозирования. М.: Финансы и статистика, 2004. 200 с.
45. *Рюмкин А.И., Тябаев Е.С.* О моделировании расселения населения// «Информатика», Томский государственный университет, 2005. С.283-288
46. *Рюмкин А.И., Тябаев Е.С.* Система моделей и программ демографических прогнозов в регионе // Управляющие системы и машины. 1983. № 4.
47. *Вишневский А.Г., Андреев Е.М.* Население России 2001. Девятый ежегодный демографический доклад. М.: Прогресс, 2002, с. 170-193.
48. *Ягельский А.* География населения. М.: Прогресс, 1980. 384 с.
49. *Староверов О.В.* Модели движения населения. М.: Наука, 1979.
50. *Семенчин Е.А., Бабченко О.В.* «Применение цепей Маркова для прогнозирования миграционных процессов». URL:<http://cyberleninka.ru/article/n/primenenie-tsepey-markova-dlya-prognozirovaniya-migratsionnyh-protsessov>.
51. *Корчак-Чепурковский Ю.А.* Избранные демографические исследования. М.: Статистика, 1970. 385 с.
52. *Васильева Т.П.* Математическое моделирование миграционных процессов в территориях. URL: <http://www.dissercat.com/content/matematiceskoe-modelirovanie-migratsionnykh-protsessov-v-territoriyakh#ixzz4JsYBcXSw>.
53. *Батищев Г. А.* Миграционные процессы в России как фактор устойчивого развития экономики регионов». Автореферат диссертации на соискание ученой степени д.э.н.– Специальность 08.00.05: Экономика и управление народным хозяйством (по отраслям и сферам деятельности). Ростов-на-Дону, 2011.
54. *Шихалев А. М.* Социально-экономические проблемы прогнозирования миграционных процессов в регионах: на материалах Республики Татарстан». Автореферат диссертации на соискание ученой степени д.э.н., Спец. 08.00.18: Экономика народонаселения и демография. М.: 1999.
55. *Андрюченко Ю., Гурьев С.* Разработка модели внутренних и внешних миграционных потоков населения для регионов Российской Федерации. М.: ЦЕФИР, 2006.
56. *Аналитический доклад* «Политика иммиграции и натурализации в России: состояние дел и направления развития». Самара: Фонд «Наследие Евразии», Центр стратегических исследований Приволжского федерального округа, 2005. С. 57- 64.
57. *Эдиев Д.* Международная миграция как фактор преодоления депопуляции России / Миграция и национальная безопасность / Гл. ред. В. А. Ионцев. М.: МАКС Пресс, 2000. С. 62-72.
58. *Вишневский А.Г., Андреев Е.М.* Население России в первой половине нового века // Вопросы экономики, 2001, № 1, с. 27-44
59. Демографическое развитие России в глобальном контексте: анализ и прогноз// Грант РФФИ № 02-06-80242, М.: 2002.URL: [http://www.rffi.ru/rffi/ru/project\\_search/o\\_216000](http://www.rffi.ru/rffi/ru/project_search/o_216000)
60. *Popkov Yu.S.* Mathematical Demoeconomy: Integrating Demographic and Economic Approaches. Berlin, DeGruyter, 2014.
61. *Население России 2006.* Четырнадцатый ежегодный демографический доклад. Ответствен-



- ный редактор А.Г. Вишневский. М.: Издательский дом ГУ ВШЭ, 2008. С.265- 288.
62. *Население России 2009*. Семнадцатый ежегодный демографический доклад/ Отв. редактор А.Г. Вишневский. М.: Изд. дом ГУ ВШЭ, 2011. 334 с.
63. *Население России 2012*. Двадцатый ежегодный демографический доклад. Отв.ред. А.Г. Вишневский. М.: Изд. дом Высшей школы экономики, 2014. 412 с. URL:[http://www.demoscope.ru/weekly/knigi/ns\\_r12/sod\\_r.html](http://www.demoscope.ru/weekly/knigi/ns_r12/sod_r.html)

**Дмитриев Михаил Геннадьевич.** Главный научный сотрудник ИСА ФИЦ ИУ РАН, профессор. В 1969 году окончил Днепропетровский государственный университет. Доктор физико-математических наук. Количество печатных работ: 220. Область научных интересов: математическое моделирование, сингулярные возмущения, оптимальное управление, системный анализ. Email: [mdmitriev@mail.ru](mailto:mdmitriev@mail.ru)

**Юдина Татьяна Николаевна.** Зав. кафедрой социологии Российского государственного социального университета. В 1976 году окончила МВТУ им. Н.Э. Баумана. Доктор социол. наук, профессор. Количество печатных работ: 200. Область научных интересов: миграционные процессы, социология миграции, миграционная политика. E-mail: [ioudinatn@mail.ru](mailto:ioudinatn@mail.ru)

## Migration processes: models of analysis and forecasting (overview)

*M. G. Dmitriev, T. N. Yudina*

**Abstract.** The paper provides a brief overview of the main approaches to modeling migration processes. Along with historical tours and describing the evolution of the models considered the Russian experience of forecasting of migration processes. Special attention has been paid to the works, which deal with advanced mathematical models to solve control problems, optimization and forecasting arising in the study of migration flows.

**Keywords:** *migration; modeling; mathematical models of migration forecasting, migration forecasts*

### References

1. IOM Releases Global Migration Trends 2015 Factsheet. Available at: <http://www.iom.int/news/iom-releases-global-migration-trends-2015-factsheet> (accessed September 12, 2016)
2. *Giddens A.* 1990. *Consequences of Modernity.* Cambridge: Polity Press. 186 p.
3. *Lukina A.A. and Prasolov A.V.* 2015. Analiz i matematicheskoe modelirovanie mezhdunarodnoj trudovoj migracii. Upravlencheskoe konsul'tirovanie. 10 (82):146-156.
4. *Denisenko M.B.* 1995. Matematicheskie modeli migracii naselenija. V kn.: *Sovremennaja demografija.* Pod red. A. Ja. Kvashi, V. A. Ionceva. M.: Izdatel'stvo MGU.
5. *Poznjak A.V.* *Sovremennaja migracionnaja situacija i problemy formirovanija migracionnoj politiki v Ukraine.* Available at: <http://demoscope.ru/weekly/2007/0285/analit07.php> (accessed May 30, 2015).
6. *Judina T.N.* 2013. Prognosticheskie modeli migracii v Rossiju: podhody i analiz. *MIGRATION.* Tbilisi: Ivane Javakishvili Tbilisi State University Migration Research Center.6:25-43.
7. *Young E.C.* 1924. *The Movement of the Farm Population.* Bulletin 426. New York Agricultural Experiment Station. Ithaca.
8. *Stouffer S. A.* 1940. Intervening Opportunities: A Theory Relating to Mobility and Distance. *American Sociological Review.* 5 (6):845–867.
9. *Stewart J.Q.* 1941. An Inverse Distance Variation for Certain Social Influences. *Science, New Series.* 93(2404):89-90.
10. *Zipf G.K.* 1949. *Human Behavior and the Principle of Least Effort.* Massachusetts: Addison-Wesley Press, Reading. 218 p.
11. *Lee E.S.* 1966. *A Theory of Migration.* *Demography.* 3(1):47-57.
12. *Lawry I.* 1966. *Migration and Metropolitan Growth: Two Analytical Models.* San-Francisco: Chandler Pub. Co.
13. *Rogers A.* 1967. A regression analysis of interregional migration in California. *The Review of Economics and Statistics.* 49 (2):262–267.
14. *Greenwood M. and Hunt G.* 2003. The early history of migration research. *International Regional Scientific Review.* 26 (1):3–37.
15. *Alonso W.* 1978. A Theory of movement. In: *Human Settlement Systems: International Perspective on Structure, Change and Public Policy.* Ed. N. M. Hansen. Cambridge, Massachusetts, Ballinger Publ. Comp.197-211.
16. *Tilly C. and Brown C.H.* 1968. On uprooting, kinship and auspices of migration. *International Journal of Comparative Sociology,* 111:139–164.
17. *Levy M.B. and Wadycki W.J.* 1973. The influence of family and friends on geographic labor mobility: An intercensal comparison. *The Review of Economics and Statistics.* 55: 198–203
18. *MacDonald J.S. and MacDonald L.D.* 1964. Chain migration, ethnic neighborhood formation and social networks. *The Milbank Memorial Fund Quarterly.* 42(1):82-97.
19. *Harris J. and Todaro M.* 1970. Migration, unemployment and development: a two sector analysis. *American Economic Review.* 60(1):126–142.
20. *Schmertmann Carl P.* 2012. Stationary populations with below-replacement fertility. *Demographic Research.* 26(14):319-330. doi: 10.4054/DemRes.2012.26.14.
21. *Feichtinger G., Prskawetz A. and Veliov V.M.* 2004. Age-structured optimal control in population economics. *Theoretical Population Biology.* 65(4):373-387.
22. *Simon C., Skritek B. and Veliov V.M.* 2013. Optimal immigration age-patterns in populations of Fixed size. *J.Math. Anal. Appl.* 405(2013):71-89.
23. *Tiebout C.A.* 1956. Pure Theory of Local Expenditures. *The Journal of Political Economy.* 64(5):416-424. doi: 10.1086/257839.
24. *Ju.I. Paraev and A.I. Rjumkin, S.A.* 2015. *Cvetnickaja. Matematicheskaja model' trudovoj*

- migracii naselenija. Vestnik Tomskogo gos.un-ta,. Ser. Upravlenie, vychislitel'naja tehnika i informatika. 1(30):21-26.
25. *Lukina A.A.* 2015. Ob upravlenii trudovoj migracii v Rossijskiju Federaciju. Finansy i biznes. 2:41-56.
  26. *Lukina A.A.* 2016. Matematicheskoe modelirovanie mezhdunarodnoj trudovoj migracii: PhD Diss. Sankt-Peterburgskij gos. yn-t. 124 p.
  27. *Tabata M., Eshima N. and Takagi I.* 2011. A mathematical modeling approach to the formation of urban and rural areas: convergence of global solutions of the mixed problem for the master equation in sociodynamics. *Nonlinear Analysis: Real World Applications*. 12(6):3261-3293.
  28. *Tabata M., Eshima N. and Takagi I.* 2010. A mathematical-model approach to human population explosions caused by migration. *Nonlinear Analysis: Real World Applications* 11(5):4027-4042.
  29. *Genieys S., Volpert V. and Auger P.* 2006. Pattern and Waves for a Model in Population Dynamics with Nonlocal Consumption of Resources. *Mathematical Modelling of Natural Phenomena*. 1 (1):65-82.
  30. *Berestycki Henri, Roquejoffre Jean-Michel and Rossi Luca.* 2011. The periodic patch model for population dynamics with fractional diffusion. *Discrete and continuous dynamical systems. Series S*. 4(1):1-13.
  31. *Zuev G.M. and Soroko E.L.* 1978. Matematicheskoe opisanie migracionnyh processov, *Avtomat. i telemeh.*, 7:94–101.
  32. *Popkov Ju. S.* Makrosistemnye modeli prostranstvennoj jekonomiki. M.: KomKniga. - 2008.
  33. *Gelovani V.A., Britkov V.V. and Dubovskij S.V.* 2009. SSSR i Rossiya v global'noj sisteme (1985-2030). M.: Editorial URSS. 320 p.
  34. *Zang V.-B.* 1999. Sinergeticheskaja jekonomika. Vremja i peremeny v nelinejnoj jekonomicheskoi teorii. M.:Mir.
  35. *Resin V.I. and Popkov Ju.S.* 2000. Razvitie bol'shih gorodov v uslovijah perehodnoj jekonomiki. Sistemnyj podhod. M.: Editorial URSS.
  36. *Resin V.I., Darhovskij B.S. and Popkov Ju.S.* 2004. Veroyatnostnye tehnologii v upravlenii razvitiem goroda. M.: Editorial URSS.
  37. *Emel'janov S.V., Olejnik A.G., Popkov Ju.S. and Putilov V.A.* 2004. Informacionnye tehnologii regional'nogo upravlenija. M.: Editorial URSS. 400 p.
  38. *Aleshkovskij I.A.* 2006. Determinanty vnutrennej migracii naselenija: analiz otechestvennyh i zarubezhnyh issledovanij. M.: MAKS Press. 76 p.
  39. *Zaslavskaja T.I. and Vinogradova E.V.* 1968. Opyt matematicheskogo issledovanija mobil'nosti trudovyh resursov sela. V sb. «Social'nye problemy trudovyh resursov sela (na materialah Zapadnoj Sibiri)». Novosibirsk: Nauka. 87-142.
  40. *Rybakovskij L.L.* 1973. Regional'nyj analiz migracii. M.: Statistika. 159 p.
  41. *Perevedencev V.I.* 1975. Metody izuchenija migracii naselenija. M.: Nauka.
  42. *Denisenko M.B.* 1994. Determinanty mezhhregional'noj migracii v Rossii: sootvetstvija polozhenijam jekonomicheskoi teorii. Novejschie izmenenija vo vnutrennej i vneshnej migracii naselenija v Rossii i ih jekonomicheskoe znachenie. - M.-S.-Pb.: Associacija «Gumanitarnoe znanie».
  43. *Vakulenko E.S.* Modelirovanie migracionnyh potokov na urovne regionov, gorodov i municipal'nyh obrazovanij. PhD Thesis. Moscow. Available at: <https://www.hse.ru/data/2013/06/26/1298312212/dis%20vakulenko.pdf> (accessed September 12, 2016).
  44. *Ermolaev M.B. and Il'chenko A.N.* 2004. Trudovaja migracija v regione: modeli analiza i prognozirovaniya. M.: Finansy i statistika. 200 p.
  45. *Rjumkin A.I. and Tjabaev E.S.* 2005. O modelirovanii rasselenija naselenija. Tomskij gosudarstvennyj universitet: «Informatika». 283-288.
  46. *Rjumkin A.I. and Tjabaev E.S.* 1983. Sistema modelej i programm demograficheskikh prognozov v regione. Upravljajushhie sistemy i mashiny. 4:16-24.
  47. *Vishnevskij A.G. and Andreev E.M.* 2002. Demograficheskie perspektivy Rossii. Naselenie Rossii 2001. M.: KDU. 170-193.
  48. *Jagel'skij A.* 1980. Geografija naselenija. M.: Progress. 384 p.
  49. *Staroverov O.V.* 1979. Modeli dvizhenija naselenija. M.: Nauka.
  50. *Semenchin E.A. and Babchenko O.V.* Primenenie cepej Markova dlja prognozirovaniya migracionnyh processov. Available at: <http://cyberleninka.ru/article/n/primenenie-tsepej-markova-dlya-prognozirovaniya-migratsionnyh-protsessov> (accessed September 3, 2016).
  51. *Korchak-Chepurkovskij Ju.A.* 1970. Izbrannye demograficheskie issledovanija. M.: Izdatel'stvo: Statistika.
  52. *Vasil'eva T.P.* Matematicheskoe modelirovanie migracionnyh processov v territorijah. Available at: <http://www.dissercat.com/content/matematiceskoe-modelirovanie-migratsionnykh-protsessov-v-territoriyakh#ixzz4JsYBcXSw> (accessed September 5, 2016).

53. *Batishva G. A.* 2011. Migracionnye processy v Rossii kak faktor ustojchivogo razvitija jekonomiki regionov». D.Sc.Thesis. Rostov-na-Donu. 25 p.
54. *Shihalev A. M.* 1999. Social'no-jekonomicheskie problemy prognozirovaniya migracionnyh processov v regionah: na materialah Respubliki Tatarstan. D.Sc.Diss. Moscow.
55. *Andrienko Ju. and Guriev S.* 2006. Razrabotka prikladnoi modeli vnutrennih i vneshnih migracionnyh potokov naselenija dlja regionov Rossijskoj Federacii. Otchet po proektu. Moscow: CEFIR.
56. Analiticheskij doklad «Politika immigracii i naturalizacii v Rossii: sostojanie del i napravlenija razvitija». 2005. Samara: Fond «Nasledie Evrazii». Centr strategicheskikh issledovanij Privolzhskogo federal'nogo okruga. Available at: [www.archipelag.ru](http://www.archipelag.ru) (accessed September 12, 2016).
57. *Jediev D.* 2000. Mezhdunarodnaja migracija kak faktor preodolenija depopuljacii Rossii. Migracija i nacional'naja bezopasnost' / Gl. red. V. A. Ioncev. M.: MAKS Press: 62-72.
58. *Vishnevskij A.G. and Andreev E.M.* 2001. Naselenie Rossii v pervoj polovine novogo veka. Voprosy jekonomiki. 1:27-44.
59. Demograficheskoe razvitie Rossii v global'nom kontekste: analiz i prognoz. 2002. Grant RFFI № 02-06-80242. Available at: [http://www.rfbr.ru/rffi/ru/project\\_search/o\\_216000](http://www.rfbr.ru/rffi/ru/project_search/o_216000) (accessed September 10, 2015).
60. *Popkov Yu.S.* 2014. Mathematical Demoeconomy: Integrating Demographic and Economic Approaches. Berlin: DeGruyter. 514 p.
61. Naselenie Rossii 2006. 2008. Chetyrnadcatyj ezhegodnyj demograficheskij doklad. Otvetstvennyj redaktor A.G. Vishnevskij. M.: HSE, pp.265-288.
62. Naselenie Rossii 2009. 2011. Semnadcatyj ezhegodnyj demograficheskij doklad/ Otv. redaktor A.G. Vishnevskij. M.: HSE.334 p.
63. Naselenie Rossii 2012. 2014. Dvadcatyi ezhegodnyj demograficheskij doklad. / Otv. redaktor A.G. Vishnevskij. M.: HSE, 412 p. URL:[http://www.demoscope.ru/weekly/knigi/ns\\_r12/sod\\_r.html](http://www.demoscope.ru/weekly/knigi/ns_r12/sod_r.html) (accessed September 12, 2016).

**Dmitriev Michael Gennad'evich.** Chief scientific worker of Federal Research Center "Information and Control" Russian Academy of Sciences. Doctor of Sciences, Professor. In 1969 he graduated from the Dnepropetrovsk state university. 220 scientific publications. Area of scientific interests – mathematical modeling, singular perturbation, optimal control, system analysis. E-mail: [mdmitriev@mail.ru](mailto:mdmitriev@mail.ru)

**Yudina Tat'yana Nikolaevna.** Head the Department of sociology of the Russian State Social University. Doctor of Sciences, Professor. In 1976 she graduated from the Moscow higher school N. Bauman. Has over 200 scientific publications. Research interests - migration processes the sociology of migration, migration policy. E-mail: [iouinatn@mail.ru](mailto:iouinatn@mail.ru)