

Динамические системы

Об исследовании хаотической динамики в KIII модели Фримена с высокой детализацией*

Р.И. ЗЕМЛЯНСКИЙ, О.И. РЯБКОВ

Аннотация. Ранее в работе [1] нами было проведено исследование хаотической динамики в простейшей версии KIII модели Уолтера Фримена. Как уже указывалось в обзоре [2] данный тип нейронных сетей может применяться как для распознавания различных паттернов, так и, например, для предугадывания числовых последовательностей, что делает его потенциально применимым для решения задач обеспечения безопасности компьютерных сетей и обнаружения информационных атак. В настоящей работе мы проводим исследование усложненной версии данной модели с более высокой детализацией. Основным результатом работы является анализ структуры хаотической динамики в детализированной сети. Особый интерес представляют хаотические аттракторы, обнаруженные еще в ранних работах [3], [4] и, предположительно, соответствующие «базовому» состоянию обонятельной системы. Сценарий бифуркаций, реализующийся при вариации одного из параметров KIII сетей, позволил глубже понять природу самих «базовых» аттракторов в этих моделях.

Ключевые слова: хаотическая динамика, нелинейная динамика, нейронные сети, KIII модель, аттрактор, дифференциальные уравнения, системы с запаздыванием.

Введение

Хаотические нейронные сети (ХНС) являются особенной вариацией искусственных нейронных сетей (ИНС), в которой ключевую роль в процессе распознавания образов играет детерминированный хаос. Самым известным типом хаотических нейронных сетей является KIII модель (или KIII сеть) Уолтера Фримена. Данная ХНС появилась в результате натурного исследования и математического моделирования обонятельной луковицы млекопитающих [3], [4]. Более поздние версии этой математической модели уже были способны решать задачи распознавания образов, т.е. могли называться собственно искусственными нейронными сетями. В ряде работ данные сети применялись, например, для решения задач предугадывания временных числовых последовательностей [5], распознавания речи [6] и рукописных символов [7], что делает их потенциальным инструментом для решения различных задач об-

работки информации [2]. Тем не менее, в первую очередь KIII сеть представляет интерес именно в качестве математической модели нервной деятельности в нервной системе млекопитающих на мезоуровне (т.е. на уровне взаимодействия групп нейронов размером от тысяч до нескольких десятков тысяч).

В 1943 году Уоррен Мак-Каллок и Уолтер Питтс формализовали понятие нейронной сети в фундаментальной статье о логическом исчислении идей и нервной активности, положив тем самым начало развития науки об искусственных нейронных сетях. С тех пор было разработано множество алгоритмов обучения и различных архитектур нейронных сетей, таких как многослойный персептрон, когнитрон, сети Кохонена и т.д., применяющихся как для распознавания образов, так и для решения других более общих задач искусственного интеллекта. Хаотические нейронные сети возникли несколько позже по аналогии с традиционными ИНС. Авторы этих методов пытались использовать различные нелинейные и хаотические

* Работа поддержана проектом РАН № 0063-2016-0018 шифр III.3 ОНИТ.

эффекты, такие как хаотическая синхронизация, для реализации функциональности ассоциативной памяти, см., например, [8]. Подобно традиционным искусственным нейронным сетям, ХНС строились на некоторых интуитивных принципах, не всегда следуя строгой биологической аналогии. В то же время продолжались экспериментальные и теоретические исследования функционирования реальной нервной системы млекопитающих и других животных, создавались различные математические модели. Эти модели описывают нервную систему на различных уровнях ее организации, начиная с моделей отдельного нейрона или небольших групп нейронов (сосредоточенная и распределенная модели Фитц-Хью-Нагумо, [9]) и заканчивая проектами, направленными на моделирование целого человеческого мозга (проект Blue Brain, [10]). Указанная в начале введения модель Фримена относится к моделям мезоуровня и одновременно является ХНС. В упоминавшихся работах [5], [6], [7] отмечается более высокий показатель доли корректно распознанных образов для КИИ сетей по сравнению с персептроном и сетями Хопфилда при одинаковых размерах сетей. В [11] также отмечается, что емкость памяти КИИ сетей, возможно, имеет более высокую асимптотику, нежели емкость сетей Хопфилда, хотя данный факт обосновывается исключительно численными экспериментами. В то же время в этих работах приводятся доводы о том, что при практическом использовании ХНС уступают традиционным ИНС вследствие высоких вычислительных затрат необходимых для моделирования систем дифференциальных уравнений.

Предполагается, что в процессе распознавания образов входные параметры КИИ сети (задающие предоставляемый для распознавания образ) формируют в фазовом пространстве системы аттрактор, соответствующий распознаваемому образу. Всем известным образам должны соответствовать регулярные аттракторы – циклы, а неизвестным – хаотические. Исходя из того, что для данной модели хаотическая динамика является неотъемлемой частью ее функционирования, исследование нерегулярных аттракторов, возникающих в модели, их размерности и структуры, является важной задачей с точки зрения теоретического ответа на вопросы о емкости КИИ сети и принципах ее функционирования. Для КИИ модели с низкой детализацией (малое число «нейронов», [3]) ранее нами был обнаружен и частично исследован детерминированный хаос [1], найдены сценарии перехода к хаосу в соответствии с теорией ФШМ [12], [13].

1. Описание модели.

В данном разделе мы рассматриваем по сути ту же модель, что и в работе [1], но с усложненной структурной схемой (с большим количеством «нейронов» и другими функциями связи входных и выходных сигналов между ними). Схема КИИ модели с высокой детализацией представлена на рисунке 1.

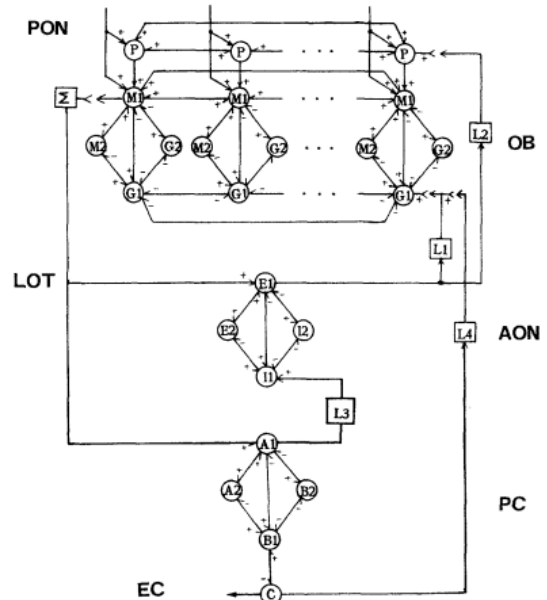


Рис. 1. Схема КИИ модели Уолтера Фримена с высокой детализацией

По сравнению с КИИ моделью с низкой детализацией, в схеме с высокой детализацией есть N блоков внутри КИИ-модуля на первом уровне (уровне ОВ). Это позволяет точнее приблизить математическую модель к ее биологическому прототипу.

Данная модель является хаотической нейронной сетью, которая в определенной степени может быть использована для решения задачи распознавания образов. Нашей целью в текущем разделе является исследование структуры и размерности хаотического аттрактора, который должен соответствовать неизвестному входному образу («базового» аттрактора). В работе [4] утверждается, что согласно численной оценке размерность такого хаотического аттрактора лежит в диапазоне 2.33 ± 0.004 . В нашем исследовании предполагалось с помощью методов бифуркационного анализа подтвердить или опровергнуть результаты указанной работы.

Для выполнения поставленной задачи необходимо доопределить систему нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка с запаздыванием (1)-(3) и рассмотреть два случая: сеть

без предварительно записанного образа и сеть при наличии предварительно записанного образа.

Любая К-модель состоит из так называемых К0-модулей, каждый из которых имеет внутреннее состояние $v_n(t)$ и выход $p_n(t)$. Их динамика задается следующими уравнениями:

$$\frac{d^2}{dt^2} v_n(t) + (a + b) \frac{d}{dt} v_n(t) + abv_n(t) = F_n(t), \quad (1)$$

$$p_n(t) = \begin{cases} 5 \left(1 - \exp \left[-\frac{e^{v_n(t)} - 1}{5} \right] \right), & v_n(t) > -u_0, \\ -1, & v_n(t) \leq -u_0, \end{cases} \quad (2)$$

$$u_0 = -\ln \left[1 - 5 \ln \left(1 + \frac{1}{5} \right) \right]. \quad (3)$$

Таким образом, чтобы определить полностью К-модель необходимо задать количество К0-модулей и структуру их связей, т.е. зависимость входов $F_n(t)$ от выходов $p_n(t)$. Определим входные сигналы $F_n(t)$ для каждого модуля системы для детализованной версии КИП сети. В общем случае входные сигналы будут зависеть от выходных сигналов всех остальных модулей $p_n(t)$. Приведённые ниже зависимости соответствуют графической схеме на рисунке 1 (коэффициенты взяты из [4]). Число N соответствует количеству условных входных «каналов». В качестве индекса n берутся обозначения К0-модулей, соответствующие различным частям биологической модели (например, индексы $M1_p, M2_i$ обозначают модули, моделирующие поведение активирующих нейронов в обонятельной луковице, а индексы $GI_p, G2_i$ соответствуют ее ингибирующим нейронам). Стоит обратить внимание на тот факт, что значения входов $F_n(t)$ в момент времени t зависят от значений выходов $p_n(t)$ в предыдущие моменты времени $t-T$, таким образом, система обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ), которой по сути и является КИП модель, представляет собой систему с запаздыванием.

«Нейроны» окологлобальных клеток Р:

$$F_{P_i}(t) = \frac{1}{N} \sum_{j=1, j \neq i}^N K_{pp} p_{P_j}(t-1) + K_{pr} I_i^{scale} + \frac{K_2}{T_{s_2} - T_{e_2} + 1} \sum_{\tau=t-T_2}^{t-T_2} p_{E_1}(\tau). \quad (4)$$

«Нейроны» в обонятельной луковице ОВ:

$$F_{M1_i}(t) = K_{mm} p_{M2_i}(t-1) - K_{mg} (p_{G1_i}(t-1) + p_{G2_i}(t-1)) + K_{mp} p_{P_i}(t-1) + \frac{1}{N} \sum_{j=1, j \neq i}^N K_{mm}^{i,j} p_{M1_j}(t-1) + K_{mr} I_i^{scale}, \quad (5)$$

$$F_{M2_i}(t) = K_{mm} p_{M1_i}(t-1) - K_{mg} p_{G1_i}(t-1), \quad (6)$$

$$F_{G1_i}(t) = -K_{gg} p_{G2_i}(t-1) - K_{gm} (p_{M1_i}(t-1) + p_{M2_i}(t-1)) - \frac{1}{N} \sum_{j=1, j \neq i}^N K_{gsm} p_{G1_j}(t-1) + \frac{K_1}{T_{s_1} - T_{e_1} + 1} \sum_{\tau=t-T_1}^{t-T_1} p_{E1}(\tau) + \frac{K_4}{T_{s_4} - T_{e_4} + 1} \sum_{\tau=t-T_4}^{t-T_4} p_C(\tau). \quad (7)$$

$$F_{G2_i}(t) = K_{gm} p_{M1_i}(t-1) + K_{gg} p_{G1_i}(t-1). \quad (8)$$

«Нейроны» в переднем обонятельном ядре АОН:

$$F_{E1_i}(t) = K_{ee} p_{E1_i}(t-1) - K_{ei} (p_{P1_i}(t-1) + p_{P2_i}(t-1)) + \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N K_{em} p_{M1_j}(t-1), \quad (9)$$

$$F_{E2_i}(t) = K_{ee} p_{E1_i}(t-1) - K_{ei} p_{P1_i}(t-1), \quad (10)$$

$$F_{P1_i}(t) = -K_{ip} p_{P2_i}(t-1) + K_{ie} (p_{E1_i}(t-1) + p_{E2_i}(t-1)) + \frac{K_3}{T_{s_3} - T_{e_3} + 1} \sum_{\tau=t-T_3}^{t-T_3} p_{A1}(\tau), \quad (11)$$

$$F_{I2_i}(t) = K_{ie} p_{E1_i}(t-1) - K_{ii} p_{P1_i}(t-1). \quad (12)$$

«Нейроны» в грушевидной коре РС:

$$F_{A1_i}(t) = K_{aa} p_{A2_i}(t-1) - K_{ab} (p_{B1_i}(t-1) + p_{B2_i}(t-1)) + \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N K_{am} p_{M1_j}(t-1), \quad (13)$$

$$F_{A2_i}(t) = K_{aa} p_{A1_i}(t-1) - K_{ab} p_{B1_i}(t-1), \quad (14)$$

$$F_{B1_i}(t) = -K_{bb} p_{B2_i}(t-1) - K_{ba} (p_{A1_i}(t-1) + p_{A2_i}(t-1)) + K_{bc} p_C(t-1), \quad (15)$$

$$F_{B2_i}(t) = K_{ba} p_{A1_i}(t-1) - K_{bb} p_{B1_i}(t-1). \quad (16)$$

«Нейроны» пирамидальных клеток С:

$$F_C(t) = -K_{cb} p_{B1_i}(t-1), \quad (17)$$

где $i=1,2,\dots,N$ – индекс внутри КИП блока на первом уровне, K – коэффициенты преобразования для различных каналов связи между нейронами, $I_i^{scale} = I_{\min} + (I_{\max} - I_{\min}) I_i$ – входной сигнал в i -й «канал». Далее в статье мы будем указывать значения нормированного входа I_i , лежащие в диапазоне $[0;1]$. В работе использовались следующие параметры модели: $a = 0.22$, $b = 0.72$, $K_{pp} = 0.2$, $K_{pr} = 1.0$, $K_{mr} = 1.0$, $K_{mm} = 0.25$, $K_{mg} = K_{gm} = 1.5$, $K_{gg} = 1.8$, $K_{ee} = 1.5$, $K_{ei} = K_{ie} = 1.5$, $K_{ii} = 1.8$, $K_{aa} = 1.5$, $K_{ab} = K_{ba} = 1.5$, $K_{bb} = 1.8$, $K_{mp} = 0.5$, $K_{em} = 1.0$, $K_{am} = 1.0$, $K_{cb} = 1.0$, $K_{gg}^{jnk} = 1.5$, $K_1 = 1.6$, $K_2 = 0.25$, $K_3 = 2.0$, $K_4 = 1.5$, $T_{e_1} = 11$, $T_{s_1} = 20$, $T_{e_2} = 15$, $T_{s_2} = 26$, $T_{e_3} = 12$, $T_{s_3} = 25$, $T_{e_4} = 24$, $T_{s_4} = 39$, $I_{\min} = 2.0$, $I_{\max} = 8.0$. Значения параметров $K_{mm}^{i,j}$ задают состояние памяти сети и выбираются из диапазона $[K_{low}; K_{high}]$,

где $K_{low} = 0.5$, $K_{high} = 4.0$. Они будут приведены ниже для различных рассматриваемых случаев. Значение параметра $K_3 = 2.0$ является базовым для работы сети, но в нашей работе этот параметр использовался в качестве бифуркационного.

2. Результаты численного исследования системы.

Для численного исследования системы, как и ранее в работе [1], применялся метод Рунге-Кутты 4-ого порядка аппроксимации с модификациями, позволяющими интегрировать систему ОДУ с задержками [14], [15]. Для того чтобы исследовать структуру и размерность хаотического аттрактора, соответствующего неизвестному входному образу, были рассмотрены два случая.

3. Сеть без предварительно записанного образа.

В терминах параметров модели тот факт, что в КИИ сети нет предварительно записанного образа, означает, что все индексы синаптической силы имеют значение $K_{mmink}^{i,j} = K_{low}$. Отметим, что образ в текущей задаче является двоичным вектором размерности N , где N , как отмечалось выше, это количество входных каналов и одновременно количество блоков внутри КИИ-модуля на первом уровне (ОВ). Все вычисления производились для случая, когда $N = 3$, т.е. образ имел вид трёхмерного двоичного вектора. В качестве образа предъявлялся «неизвестный» вектор (1,1,1), т.е. входные сигналы для каждого «канала» полагались равными единице ($I_i = 1.0$).

Система решалась с шагом интегрирования $\Delta t = 0.5$, полученные результаты воспроизводятся и при меньших значениях шага (значения бифуркационных параметров при этом могут незначительно изменяться).

В качестве бифуркационного параметра по аналогии с предыдущей работой [1] и оригинальными работами [3], [4] был использован параметр K_3 . При последовательном изменении его значения в системе возникают различные хаотические аттракторы. При $K_3 = 2.0$ в системе рождается цикл периода 1, который существует и устойчив при $K_3 \in [2.0; 3.15]$. Под периодом здесь и далее понимается относительный период решения.

Фазовый портрет цикла в пространстве координат $\{v_{G1_1}(t), v_{M2_1}(t)\}$ при $K_3 = 2.0$ представлен на рисунке 2. Далее в системе возникает тор при $K_3 = 3.20$. Соответствующий фазовый портрет в пространстве координат $\{v_{G1_1}(t), v_{M2_1}(t)\}$

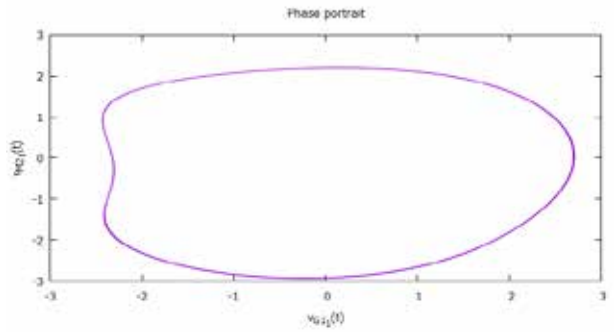


Рис. 2. Основной цикл, $K_3 = 2.0$

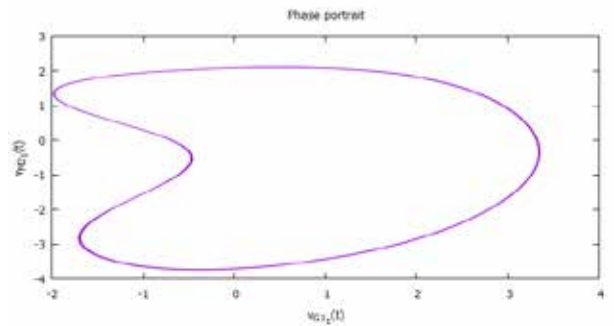


Рис. 3. Тор, $K_3 = 3.20$

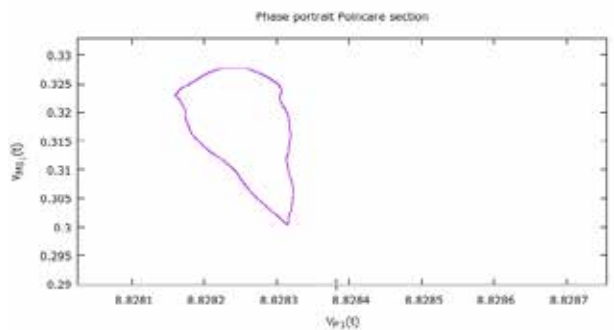


Рис. 4. Сечение тора, представленного на рисунке 3, $v_{G1_1} = 0$

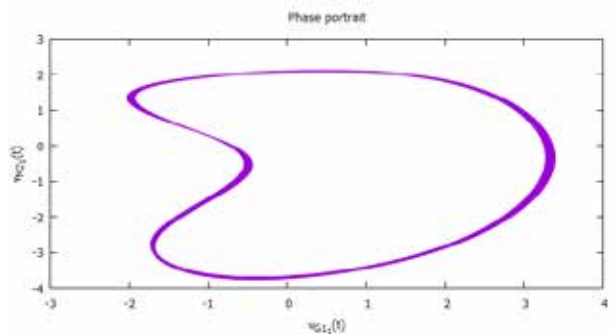


Рис. 5. Трёхмерный тор, $K_3 = 3.21$

представлен на рисунке 3. Сечение указанного тора плоскостью $v_{G1_1} = 0$ в пространстве координат $\{v_{M1_1}(t), v_{M2_1}(t)\}$ изображено на рисунке 4. При $K_3 = 3.21$ рождается трёхмерный тор. Соот-

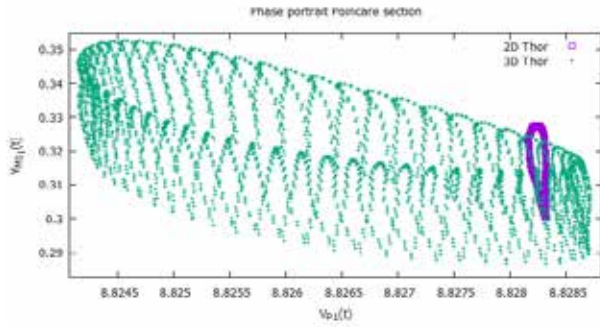


Рис. 6. Сечение трёхмерного тора ($K_3 = 3.21$) и двумерного тора ($K_3 = 3.20$), $v_{G1} = -3.0$

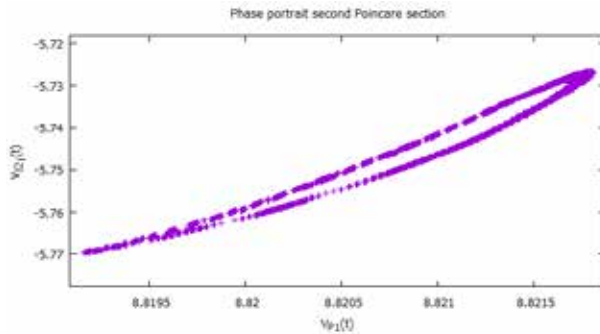


Рис. 7. Второе сечение трёхмерного тора ($K_3 = 3.21$), $v_{G1} = 0$, $v_{M1} = 0.35$

ветствующий фазовый портрет в пространстве координат $\{v_{G1}(t), v_{M21}(t)\}$ представлен на рисунке 5. На рисунке 6 изображены сечения двумерного ($K_3 = 3.20$) и трёхмерного ($K_3 = 3.21$) торов в пространстве координат $\{v_{R1}(t), v_{M1}(t)\}$. На рисунке 7 представлено второе сечение трёхмерного тора, изображённого на рисунке 5, в пространстве координат $\{v_{R1}(t), v_{I21}(t)\}$. Таким образом, можно утверждать, что в системе без предварительно записанного образа базовым хаотическим аттрактором является трехмерный тор. В данном случае размерность тора соответствует количеству входных «каналов» N .

4. Сеть с предварительно записанным образом.

В качестве примера рассмотрим образ, соответствующий двоичному вектору (1,1,0). Наличие в КИП сети данного предварительно записанного образа означает, что коэффициенты синаптической связи имеют вид:

$$\begin{aligned} K_{mm}^{1,2} &= K_{mm}^{2,1} = K_{low} + 0.5(K_{high} - K_{low}), \\ K_{mm}^{i,j} &= 0, \text{ при } i = j, \\ K_{mm}^{i,j} &= K_{low}, \text{ в остальных случаях.} \end{aligned} \tag{18}$$

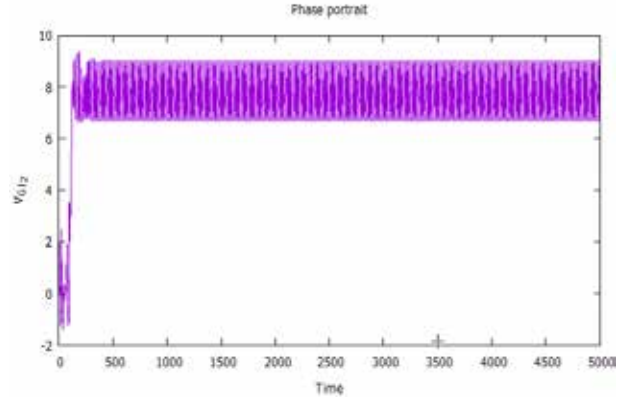


Рис. 8. Колебания на первом «канале»

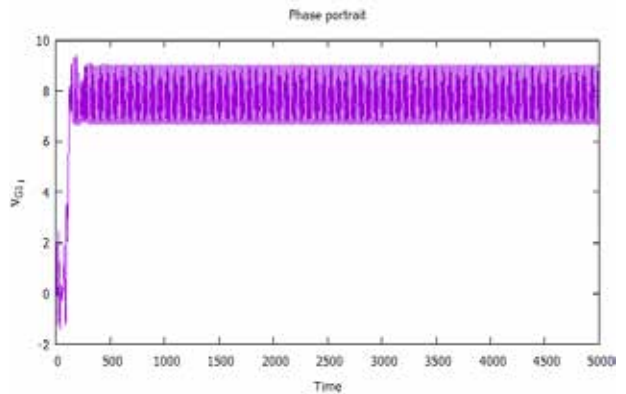


Рис. 9. Колебания на втором «канале»

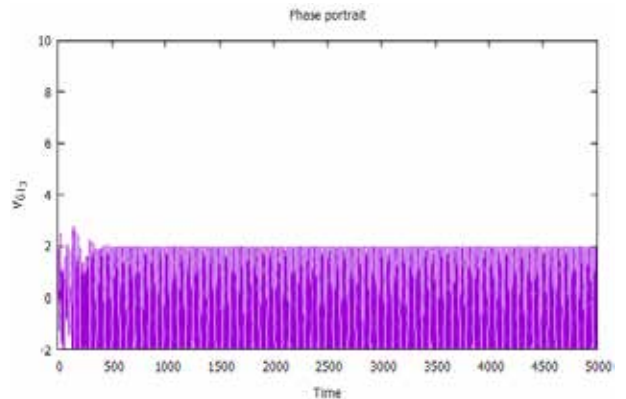


Рис. 10. Колебания на третьем «канале».

Численные результаты данного раздела приведены для значения шага интегрирования $\Delta t = 0.25$. Пример примитивной работы распознавания представлен на рисунках 8 – 10. Системе на вход подаётся образ (1,1,1), т.е. входные сигналы в каждый «канал» берутся равными единице ($I_i = 1$). В этом случае колебания на первом и втором «каналах» сдвинуты вверх, а на третьем – нет (несмотря на то, что входные значения у всех «каналов» одинаковые). Колебания на первом и втором каналах синхронизируются, аттрактором

системы является периодическое решение. Таким образом, сеть «очищает» предъявленный ей зашумленный сигнал (1,1,0).

Хаотические аттракторы, найденные в системе с заранее записанным образом (1,1,0), при предъявлении ей «неизвестного» образа (0,0,0) представлены на рисунках 11 – 21. При $K_3 = 0.9$ в системе рождается предельный цикл (мы будем считать его относительный период равным 1), который существует и устойчив при $K_3 \in [0.9; 1.34]$. Фазовый портрет цикла в пространстве координат $\{v_{G1_1}(t), v_{M2_1}(t)\}$ представлен на рисунке 11.

Далее при $K_3 = 1.35$ цикл периода 1 продолжает существовать в устойчивом виде, но в системе рождается еще один устойчивый цикл относительного периода 3 сосуществующий с исходным циклом. Соответствующий фазовый портрет в пространстве координат $\{v_{G1_1}(t), v_{M2_1}(t)\}$ представлен на рисунке 12. При $K_3 = 1.47$ в системе обнаруживается только цикл периода 3, фазовый портрет которого в пространстве координат $\{v_{G1_1}(t), v_{M2_1}(t)\}$ представлен на рисунке 13. Что при этом происходит с циклом периода 1 остается неизвестным. Возможно, его область устойчивости становится настолько локализованной, что даже при незначительном сдвиге по параметру начальные условия оказываются в области устойчивости цикла периода 3. Исследование с помощью метода стабилизации нами не проводилось ввиду сложности применения данной методики к системам с запаздыванием.

При $K_3 = 1.55$ в результате бифуркации Андронова – Хопфа рождается двумерный тор периода 3. Его фазовый портрет в пространстве координат $\{v_{G1_1}(t), v_{M2_1}(t)\}$ представлен на рисунке 14. На рисунке 15 изображено сечение этого тора плоскостью $v_{G1_1} = -3.0$ в пространстве координат $\{v_{M1_1}(t), v_{M2_1}(t)\}$.

Далее на рисунке 16 представлен фазовый портрет трёхмерного тора периода 3 при значении $K_3 = 1.57$ в пространстве координат $\{v_{G1_1}(t), v_{M2_1}(t)\}$, рождающегося в результате еще одной бифуркации Андронова – Хопфа. Сечение указанного трёхмерного тора периода 3 плоскостью $v_{G1_1} = -3.0$ в пространстве координат $\{v_{M1_1}(t), v_{M2_1}(t)\}$ представлено на рисунках 17 и 18. При $K_3 = 1.58$ трёхмерный тор, по всей видимости, претерпевает бифуркацию типа «phase locking» ([16]) с образованием соответствующего двумерного тора сложной конфигурации. На рисунках 19 и 20 представлены наложенные сечения трёхмерного тора периода 3 ($K_3 = 1.57$) и трёхмерного тора периода 3 после «phase locking» ($K_3 = 1.58$) плоскостью $v_{G1_1} = -3.0$ в простран-

стве координат $\{v_{M1_1}(t), v_{M2_1}(t)\}$. При дальнейшем увеличении параметра происходит последующая хаотизация аттрактора. К сожалению, детально проследить за этапами этого процесса не удастся, т.к. при численном исследовании после незначительного изменения бифуркационного параметра в системе сразу же рождается хаотическое решение. На рисунке 21 отображено сечение трёхмерного тора периода 3 ($K_3 = 1.57$) и развитого хаоса ($K_3 = 1.65$) плоскостью $v_{G1_1} = -3.0$ в пространстве координат $\{v_{M1_1}(t), v_{M2_1}(t)\}$. Можно заметить, что эти решения расположены близко в фазовом пространстве и, по всей видимости, хаотическое решение рождается в результате некоего каскада бифуркаций исходного квазипериодического решения. Невозможность проследить этот каскад детально, вероятно, связана с точностью машинных вычислений.

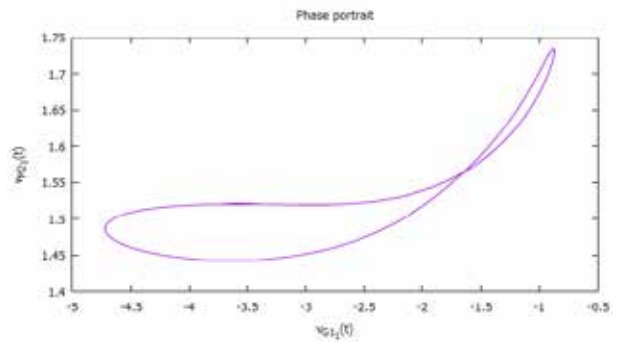


Рис. 11. Основной цикл, $K_3 = 0.9$

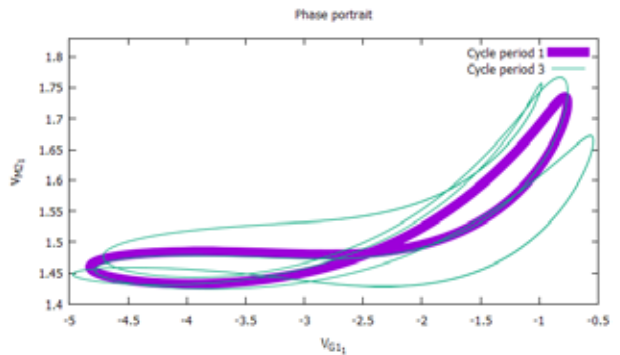


Рис. 12. Сосуществующие циклы относительного периода 1 и 3, $K_3 = 1.35$

В результате проведенного исследования, мы заключили, что, не смотря на утверждения авторов работы[4] о том, что размерность хаотического аттрактора, соответствующего неизвестному входному образу, равна 2.33 ± 0.004 , с нашей точки зрения, размерность данного аттрактора не ниже, чем 3 (размерность исходного двумерного тора при $K_3 = 1.58$, увеличенная после прохождения каскадов перехода к хаосу). Помимо этого, в системе нами

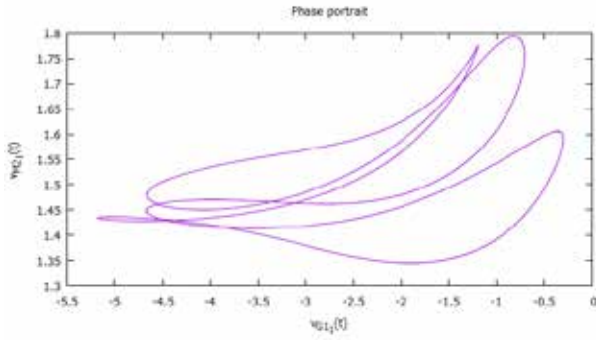


Рис. 13. Цикл относительного периода 3, $K_3 = 1.47$

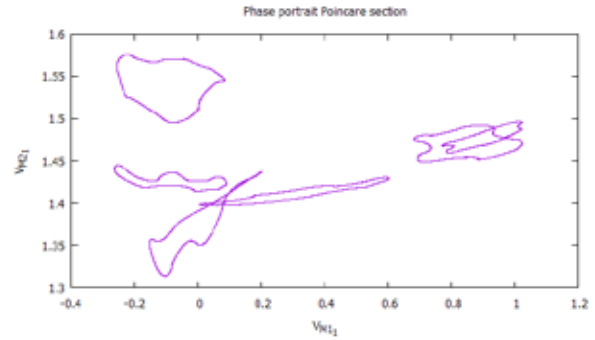


Рис. 17. Сечение трёхмерного тора периода 3, $K_3 = 1.57, v_{G1_1} = -3.0$

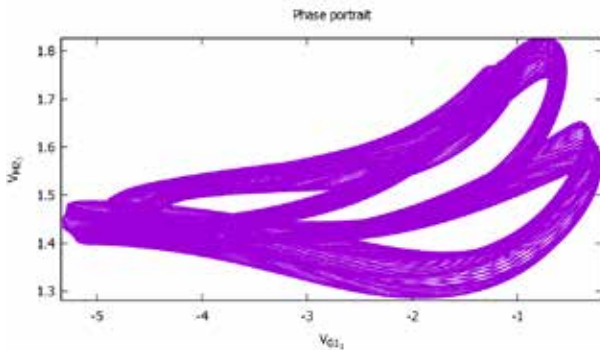


Рис. 14. Тор периода 3, $K_3 = 1.55$

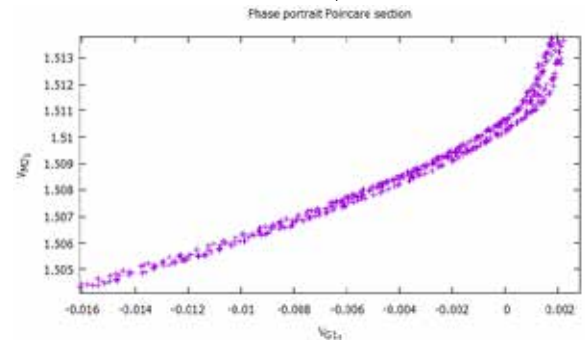


Рис. 18. Сечение трёхмерного тора периода 3, $K_3 = 1.57, v_{G1_1} = -3.0$, увеличено

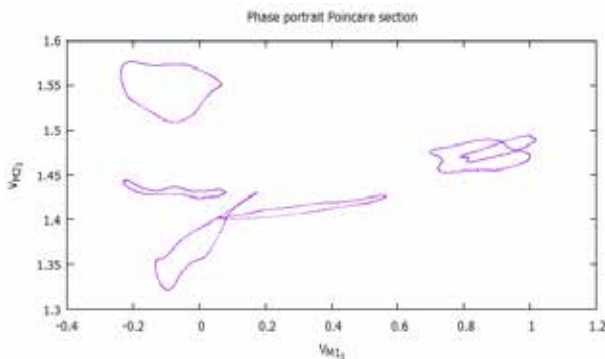


Рис. 15. Сечение тора периода 3, $K_3 = 1.55, v_{G1_1} = -3.0$

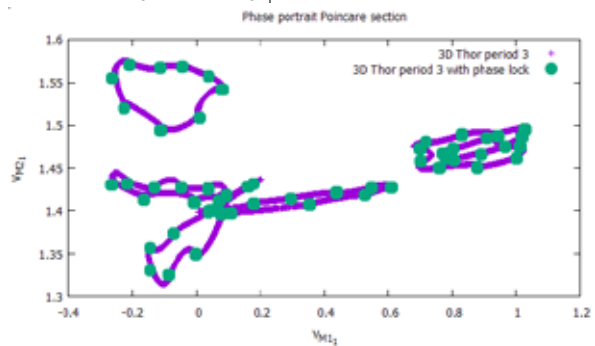


Рис. 19. Сечение трёхмерного тора периода 3 ($K_3 = 1.57$) и трёхмерного тора периода 3 с «phase locking» ($K_3 = 1.58$), $v_{G1_1} = -3.0$

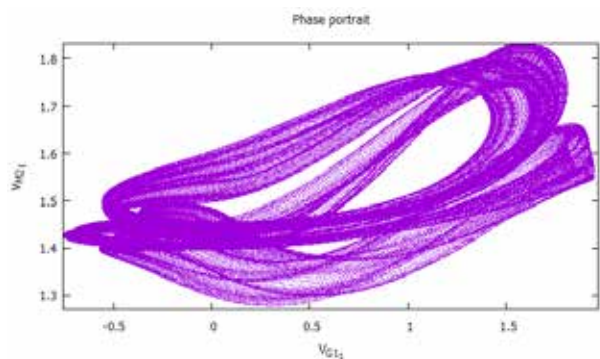


Рис. 16. Трёхмерный тор периода 3, $K_3 = 1.57$

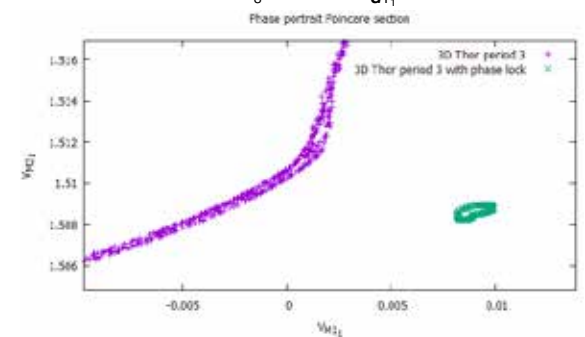


Рис. 20. Сечение трёхмерного тора периода 3 ($K_3 = 1.57$) и трёхмерного тора периода 3 с «phase locking» ($K_3 = 1.58$), $v_{G1_1} = -3.0$ в увеличенном масштабе.

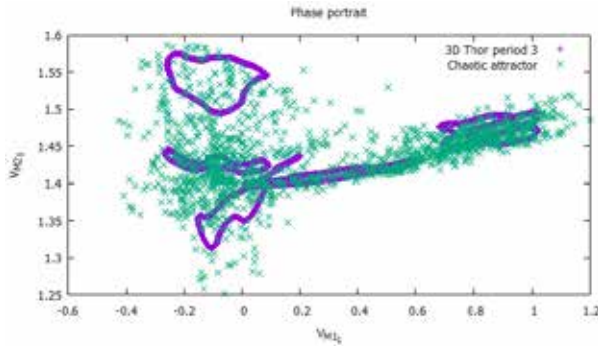


Рис. 21. Сечение трёхмерного тора периода 3 ($K_3 = 1.57$) и хаоса ($K_3 = 1.65$) в пространстве координат $\{v_{M_1}(t), v_{M_2}(t)\}, v_{G_1} = -3.0$

обнаружено явление «замыкания фазы» («phase locking», «winding number locking» [16]) трехмерного тора.

Заключение

В данной работе были исследованы хаотические режимы, соответствующие состоянию неизвестного образа КИИ сети. Мы выяснили, что, по всей видимости, во всех случаях (как при наличии, так и при отсутствии заранее записанного образа) размерность возникающего аттрактора выше значения указанного в статье [4]. Данный хаотический аттрактор рождается в результате последовательности бифуркаций Хопфа (начало сценария Ландау). В случае, когда в сети имеется заранее записанный образ, также происходят бифуркации субгармонического каскада (обобщённый сценарий ФШМ). В исследованном нами случае система имела небольшое число каналов (три), при этом максимальная размерность обнаруженных торов также равна трём. Можно предположить, что при увеличении числа каналов размерность аттрактора, соответствующего неизвестному образу, также будет увеличиваться. Таким образом, при переходе к аттрактору, соответствующему известному образу, происходит резкое уменьшение размерности аттрактора вследствие синхронизации динамики больших групп связанных нейронов. Именно такое поведение и наблюдается при рассмотрении системы с большим значением N (например, $N=4$ или $N=8$, как в работе [4]). К сожалению, в таком случае определение размерности исходного аттрактора тем способом, каким это сделано в данной статье, является проблематичным, поскольку бифуркация соответствующая подобному «схлопыванию» размерности является вырожденной. Именно поэтому в данной работе мы рассматривали простой случай $N=3$. Тем не менее, полученные

результаты приводят к гипотезе о том, что размерность базового аттрактора в КИИ сети растет с размером числа входных каналов сети. При этом сам базовый аттрактор может представлять собой как квазипериодическое решение, так и хаотическое решение, рождающееся в результате каскада бифуркаций квазипериодических решений. Конкретная структура зависит, вероятно, от записанных в сеть образов. Решения соответствующие самим записанным образам являются либо циклами, либо малоразмерными хаотическими аттракторами. Переход от базового аттрактора, соответствующего неизвестному образу, к аттракторам, соответствующим ранее записанным образам, происходит в результате некоторой вырожденной бифуркации. Входные сигналы I_i при этом выступают в качестве бифуркационных параметров. Мы полагаем, что дальнейшее исследование внутренней динамики системы, особенно при больших значениях N и при использовании процедуры обучения позволит лучше понять механизм функционирования КИИ сетей, их емкость и возможные преимущества при использовании в задачах распознавания.

Литература

1. Землянский Р.И., Рябков О.И., Об исследовании сценария перехода к хаосу в КИИ модели Уолтера Фримена // Труды ИСА РАН. 2016. Т. 66. № 3. С. 38 – 44.
2. Рябков О.И., О применении динамических систем в задачах обработки информации // Труды ИСА РАН. 2015. Т. 65. № 2. С. 8–17.
3. Freeman W.J., Simulation of Chaotic EEG Patterns with a Dynamic Model of the Olfactory System // Biological Cybernetics. No. 56. P.139 – 150. 1987.
4. Yong Yao, Freeman W.J., Model of Biological Pattern Recognition with Spatially Chaotic Dynamics // Neural Networks. 1990. Vol. 3. PP. 153 – 170.
5. Kozma R., Beliaev I., Time Series Prediction Using Chaotic Neural Networks: Case Study of IJCNN CATS Benchmark Test // IEEE International Joint Conference on Neural Networks Proceedings. 2004.
6. Guang Li, Zhang Jin, and Freeman W.J., Mandarin Digital Speech Recognition Based on a Chaotic Neural Network and Fuzzy C-means Clustering // IEEE International Fuzzy Systems Conference Proceedings. 2007.
7. Xu Li, Guang Li, Le Wang, Freeman W.J., A Study on a Bionic Pattern Classifier Based on Olfactory Neural System // International Journal of Bifurcation and Chaos. 2006. Vol. 16. No. 8. PP. 2425–2434.

8. *Guoguang Hea, Luonan Chena, Kazuyuki Aihara*, Associative memory with a controlled chaotic neural network // *Neurocomputing*. 2008. V. 71. P. 2794–2805.
9. *FitzHugh R.*, Mathematical models of threshold phenomena in the nerve membrane // *Bull. Math. Biophysics*. 1955. V. 17 P. 257—278.
10. *Blue Brain Project Page*. URL: <http://bluebrain.epfl.ch/page-52063.html>
11. *Beliaev I., Kozma R.*, Studies on the Memory Capacity and Robustness of Chaotic Dynamic Neural Networks // *IEEE International Joint Conference on Neural Network Proceedings*. 2006.
12. *Магницкий Н.А., Сидоров С.В.*, Новые методы хаотической динамики. – М.: Едиториал УРСС, 2004.
13. *Магницкий Н.А.*, Теория динамического хаоса. – М.: Едиториал УРСС, 2011.
14. *Hairer E., Nørsett S.P., Wanner G.*, Solving Ordinary Differential Equations I: Nonstiff Problems. – Springer Science & Business Media. January 1993.
15. *C.A.H. Paul, C.T.H. Baker*, Explicit Runge-Kutta Methods for the Numerical Solution of Singular Delay Differential Equations // *Numerical Analysis Report*. April 1992. No.212.
16. *Anishchenko V., Nikolaev S.*, Winding number locking on a two-dimensional torus: Synchronization of quasiperiodic motions // *Physical Review E*. 2006. V.73. 056202.

Землянский Роман Игоревич. Студент МГУ. Количество печатных работ: 1. Область научных интересов: нелинейная динамика, хаос. E-mail: zemlyanskiy.r@yandex.ru

Рябков Олег Игоревич. Научный сотрудник ФИЦ ИУ РАН. К.ф.-м.н. Окончил в 2009 г. МГУ. Количество печатных работ: 10. Область научных интересов: нелинейная динамика, хаос. E-mail: oleg.ryabkov.87@gmail.com

On the Chaotic Dynamics of Detailed KIII Freeman Model Investigation

R. I. Zemlyansky, O. I. Ryabkov

Abstract. Previously in paper [1] we investigated chaotic dynamics of the simplified Walter Freeman KIII model. As mentioned in [2] this type of neural networks could be applied to solve different problems like pattern recognition and time series prediction. This makes it at least theoretically useful in the realm of computer networks security and discovery of computer attacks. In the present work we consider more complex and detailed version of this model. The main result of this article is numerical and bifurcation analysis of chaotic dynamics in detailed version of KIII network. The main focus is on chaotic attractors corresponding to basic state of the system. These attractors were originally discovered in the works of Walter Freeman and co-authors [3], [4]. Bifurcation scenario in KIII network discovered in the present work contributed to our knowledge about structure of these so-called ‘basic’ attractors.

Keywords: chaotic dynamics, nonlinear dynamics, neural networks, KIII model, attractor, differential equations, delay differential equations.

References.

1. *Zemlyansky R.I., Ryabkov O.I.*, Ob issledovanii scenariya perehoda k haosu v KIII modeli Waltera Freemena [On the investigation of route to chaos in Walter Freeman KIII model] // *Trudi ISA RAN [Proceedings of ISA RAS]*. 2016. Vol. 66. № 3. P. 38 – 44. (In Russian.)
2. *Ryabkov O.I.*, O primenении dinamicheskikh system v zadachah obrabotki informazii [On the application of dynamical systems to the information processing] // *Trudi ISA RAN [Proceedings of ISA RAS]*. 2015. Vol. 65. № 2. P. 8–17. (In Russian.)
3. *Freeman W.J.*, Simulation of Chaotic EEG Patterns with a Dynamic Model of the Olfactory System // *Biological Cybernetics*. No. 56. P.139 – 150. 1987.
4. *Yong Yao, Freeman W.J.*, Model of Biological Pattern Recognition with Spatially Chaotic Dynamics // *Neural Networks*. 1990. Vol. 3. PP. 153 – 170.
5. *Kozma R., Beliaev I.*, Time Series Prediction Using Chaotic Neural Networks: Case Study of IJCNN CATS Benchmark Test // *IEEE International Joint Conference on Neural Networks Proceedings*. 2004.
6. *Guang Li, Zhang Jin, and Freeman W.J.*, Mandarin Digital Speech Recognition Based on a Chaotic Neural Network and Fuzzy C-means Clustering // *IEEE International Fuzzy Systems Conference Proceedings*. 2007.
7. *Xu Li, Guang Li, Le Wang, Freeman W.J.*, A Study on a Bionic Pattern Classifier Based on

- Olfactory Neural System // International Journal of Bifurcation and Chaos. 2006. Vol. 16. No. 8. PP. 2425–2434.
8. *Guoguang Hea, Luonan Chena, Kazuyuki Aihara*, Associative memory with a controlled chaotic neural network // Neurocomputing. 2008. V. 71. P. 2794–2805.
 9. *FitzHugh R.*, Mathematical models of threshold phenomena in the nerve membrane // Bull. Math. Biophysics. 1955. V. 17 P. 257—278.
 10. *Blue Brain Project Page*. URL: <http://bluebrain.epfl.ch/page-52063.html>
 11. *Beliaev I., Kozma R.*, Studies on the Memory Capacity and Robustness of Chaotic Dynamic Neural Networks // IEEE International Joint Conference on Neural Network Proceedings. 2006.
 12. *Magnitskii N.A., Sidorov S.V.*, Новие методи хаотической динамики [New methods of chaotic dynamics]. - Moscow: Editorial URSS, 2004. (In Russian.)
 13. *Magnitskii N.A.*, Teoriya dinamicheskogo haosa [Theory of dynamical chaos]. - Moscow: Editorial URSS, 2011. (In Russian.)
 14. *Hairer E., Nørsett S.P., Wanner G.*, Solving Ordinary Differential Equations I: Nonstiff Problems. – Springer Science & Business Media. January 1993.
 15. *C.A.H. Paul, C.T.H. Baker*, Explicit Runge-Kutta Methods for the Numerical Solution of Singular Delay Differential Equations // Numerical Analysis Report. April 1992. No.212.
 16. *Anishchenko V., Nikolaev S.*, Winding number locking on a two-dimensional torus: Synchronization of quasiperiodic motions // Physical Review E. 2006. V.73. 056202.

Zemlyansky R.I. Lomonosov Moscow State University (MSU), Moscow. Graduate student. Published papers:

1. Research interests: nonlinear dynamics, chaos. E-mail: zemlyanskiy.r@yandex.ru

Ryabkov O.I. Federal Research Center ‘Computer Science and Control’ of Russian Academy of Sciences Institute for System Analysis, Moscow, Russia. Researcher, PhD. Graduated from Lomonosov Moscow State University (MSU) at 2009. Published papers: 10. Research interests: nonlinear dynamics, chaos.

E-mail: oleg.ryabkov.87@gmail.com