

# Прикладные аспекты в информатике

## Эмпирическое исследование зависимости скорости от состава транспортного потока\*

А.В. МАШИРИН, В.И. ШВЕЦОВ

**Аннотация.** В данной работе проведён анализ эмпирических свойств транспортного потока на основе данных наблюдений, полученных с датчиков. Исследована зависимость средней скорости движения от загрузки дороги транспортными средствами разных типов. Анализ показал, что функция зависимости средней скорости потока от плотностей потока легковых и грузовых автомобилей может быть корректно сведена к функции одной переменной – плотности приведённого потока. Было получено значение коэффициента приведения к условным единицам для грузовых автомобилей. Это значение было рассчитано без использования понятия динамического габарита, на основе оценки прямого влияния плотности потока автомобилей разных типов на среднюю скорость, что важно для применения в прогнозном моделировании. Были получены эмпирические зависимости скоростей и времён проезда автомобилей разных типов от приведённой плотности. Показано, что эти времена проезда фактически совпадают в плотном потоке.

**Ключевые слова:** динамика транспортного потока, приведённые единицы транспортного потока.

### Введение

Транспортная система – одна из самых важных инфраструктур, которые обеспечивают жизнь городов и регионов. Транспортные проблемы на данный момент распространены по всему миру и ставят серьёзные вопросы как перед промышленно развитыми, так и развивающимися странами. Возможности экстенсивного развития транспортных сетей крупных городов или уже исчерпаны, или близки к истощению. Решением этой проблемы должно быть оптимальное планирование сетей и улучшение организации движения. А это невозможно без использования математического моделирования транспортных сетей, основной задачей которого является определение и прогноз всех параметров функционирования транспортной сети: интенсивности движения на всех элементах сети, средних скоростей движения, задержек и потерь времени.

К настоящему времени разработано большое количество моделей и алгоритмов для прогноза транспортных потоков [1]. Важную роль играют модели, служащие для прогноза средних значений потоков в некоторой «устоявшейся» ситуации. Такие модели часто используют статическое описание транспортной системы, то есть пытаются воспроизвести средние значения интенсивности транспортного потока, скоростей и времён поездок в транспортной сети за некоторый промежуток времени без явного моделирования процесса изменения этих показателей. Несмотря на большое разнообразие моделей такого типа, все они имеют некоторые общие черты. В частности, во всех статических моделях ключевую роль играет функция, описывающая зависимость средней скорости движения от загрузки дороги. Точнее говоря, для расчётов бывает нужна зависимость времени (или обобщённой цены) проезда от загрузки, которая получается как отношение длины дуги (отрезка

\* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект №~15-01-99521.

дороги) к средней скорости при данной загрузке. Эта функция часто называется VDF-функцией (от volume-delay function). Загрузка дуги определяется как отношение интенсивности транспортного потока (количества автомобилей, проезжающих данную дугу за единицу времени) к пропускной способности дороги.

Автомобили разного типа (грузовые и легковые, маленькие и большие) дают разный вклад в загрузку, поэтому VDF-функция должна рассматриваться как функция нескольких переменных – интенсивностей потока автомобилей разных типов. В практике моделирования, однако, повсеместно принят следующий упрощённый подход. Интенсивность транспортного потока измеряется в условных приведённых единицах. Для автомобилей разных типов задаются коэффициенты приведения к этим условным единицам (обычно условные единицы отождествляются со стандартными легковыми автомобилями, то есть коэффициент приведения для легковых автомобилей равен 1). Существующие методики определения значений коэффициентов основаны на понятии динамического габарита, то есть зависящего от скорости места, занимаемого автомобилем на дороге, включая дистанцию между автомобилями, соответствующую данной скорости. В частности, на основе динамического габарита определены коэффициенты приведения разных типов автомобилей, указанные в СНиП [2]. Однако, для применения в моделях прогноза этот показатель может оказаться не вполне подходящим. Точный смысл показателя, подразумеваемого в модели, таков: сколько стандартным единицам (легковым автомобилям) эквивалентен автомобиль данного типа по степени влияния на снижение средней скорости потока. Помимо места, занимаемого на дороге, данный показатель может неявно включать другие факторы, в том числе поведенческие.

Другое распространённое упрощающее предположение состоит в том, что для вычисления средней скорости автомобилей всех типов используется одна VDF-функция. Различие скорости автомобилей разных типов получается с использова-

нием поправочных коэффициентов. Такой подход применяется практически во всех известных программах для транспортного моделирования (EMME, PTV VISUM и др.). В частности, распространённым является предположение о том, что времена проезда дуги автомобилями разных типов различаются на константу, не зависящую от загрузки, и равную разности времен проезда по свободной дуге [85].

В данной работе ставится задача проверки указанных упрощающих предположений на основе анализа данных наблюдений на дороге. Был использован массив данных наблюдений в нескольких местах на типичной 2-полосной дороге. Данные содержат скорости и длины проезжающих автомобилей. Автомобили поделены на два класса (легковые и грузовые, соответственно) по длине. Проведено исследование зависимости средней скорости движения от интенсивности и состава автомобильного потока со следующими целями:

- Проверка гипотезы о том, что средняя скорость потока, являющаяся функцией двух плотностей, может быть корректно выражена функцией одной переменной – приведённой плотности.
- Определение коэффициентов приведения автомобилей разного типа к стандартизированным единицам на основе эмпирических данных.
- Проверка гипотезы о независимости (слабой зависимости) разницы во времени движения автомобилей разного типа на одной дуге от загрузки дуги.

### 1. Данные наблюдений

Для анализа были использованы данные с индукционных датчиков, расположенных на автомагистрали А9 (Харлем-Амстердам) на отрезке от 36.89 км до 43.31 км. Выборка содержит данные наблюдений за 10 рабочих дней (одна неделя в октябре и одна в ноябре). На Рис. 1 схематически показано расположение датчиков.

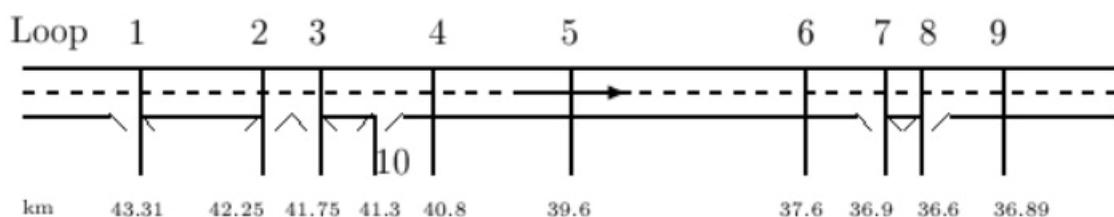
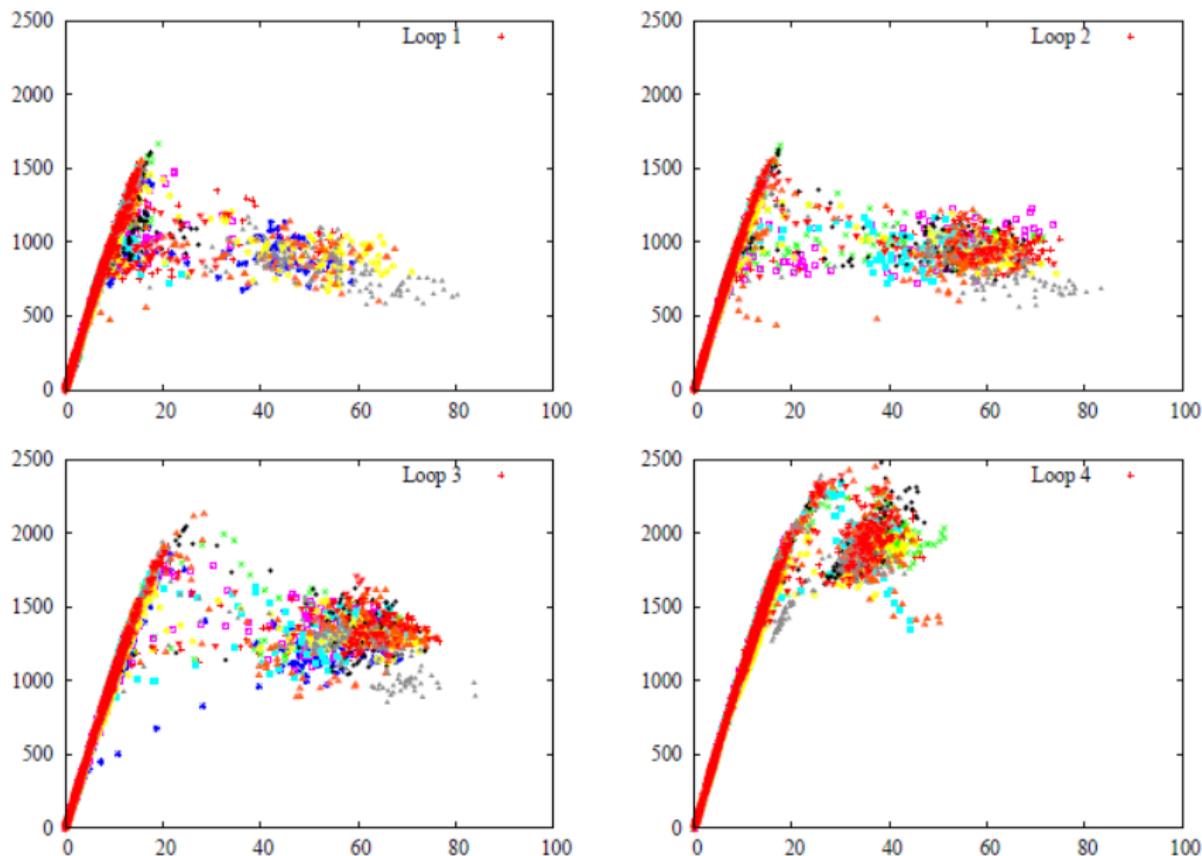


Рис. 1. Схема расположения датчиков



**Рис. 2.** Фундаментальные диаграммы потока, построенные по совокупности наблюдений на датчиках 1-4

Датчики регистрируют время проезда (с точностью до 0.1 сек), длину и скорость каждого автомобиля, проезжающего через соответствующее сечение дороги. На основании этих данных рассчитывается плотность и средняя скорость автомобилей в потоке в дискретные моменты времени с некоторым шагом  $dt$ . Обозначим через  $v_i$  скорость  $i$ -го автомобиля в порции из  $n$  автомобилей, зарегистрированных датчиком в течение очередного интервала времени  $dt$ . Интенсивность потока  $f$ , плотность  $\rho$  и средняя скорость  $V$  определяются формулами:

$$\begin{aligned} f &= n / dt, \\ V &= 1/n \sum_{i=1,n} v_i, \\ \rho &= f / V. \end{aligned} \quad (1)$$

В настоящей работе был использован интервал усреднения  $dt = 1$  мин. Полученные из формул (1) усреднённые значения для каждого минутного интервала можно отобразить в виде точки на плоскости с координатами  $\rho$  и  $f$ . Поэтому в дальнейшем мы будем говорить о минутных интервалах, как о точках наблюдения.

Картинка, порождаемая совокупностью этих точек, называется фундаментальной диаграммой транспортного потока. На Рис. 2 показаны фундаментальные диаграммы, построенные по совокупности наблюдений на датчиках 1-4. Из этих диаграмм видно, что данная выборка содержит данные наблюдений, представляющие основные состояния транспортного потока. Точки, лежащие вблизи наклонных прямых в правых частях диаграмм, соответствуют состоянию свободного движения. Плотному потоку отвечают «облака» точек наблюдений, находящиеся на диаграммах справа от линии свободного потока.

## 2. Эмпирическая зависимость скорости от плотностей автомобилей разных типов

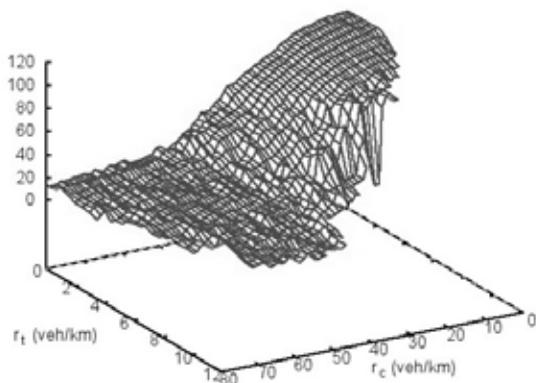
На основе анализа описанных данных наблюдений можно вывести зависимости средней скорости потока от плотностей автомобилей разных типов. В настоящей работе мы ограничимся делением автомобилей на два типа: легковые и грузовые. При этом мы будем считать легковыми все автомобили с длиной, меньшей или равной

5 метрам. Остальные автомобили примем грузовыми.

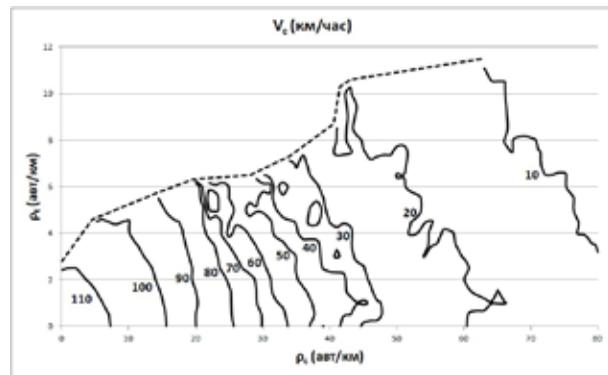
Значения плотностей и скоростей легковых и грузовых автомобилей будем обозначать через  $\rho^c$ ,  $\rho^g$  и  $V^c$ ,  $V^g$ , соответственно. Эти значения для каждого интервала времени вычисляются по формулам (1), в которых суммирование ведётся только по легковым или грузовым автомобилям в порции, соответственно.

Мы будем изучать зависимость скорости легковых автомобилей  $V^c$  от плотностей  $\rho^c$  и  $\rho^g$ . Разобьём ось  $\rho^c$  и  $\rho^g$  на дискретные интервалы с шагами  $d\rho^c$  и  $d\rho^g$ , начиная от нулевой плотности. Обозначим через  $n_{ij}$  количество точек наблюдений, для которых плотности  $\rho^c$  и  $\rho^g$  попадают, соответственно, в  $i$ -й и  $j$ -й интервалы,  $V^c_{ij}$  – среднее арифметическое скоростей, полученных в этих точках. Совокупность значений  $V^c_{ij}$  образует гистограмму, описывающую эмпирическую зависимость  $V^c(\rho^c, \rho^g)$ . Эта гистограмма, рассчитанная с шагами  $d\rho^c = 1$  и  $d\rho^g = 0.5$ , показана на Рис. 3. По данной гистограмме с применением стандартных средств графического пакета GnuPlot построены линии уровня функции  $V^c(\rho^c, \rho^g)$ , показанные на Рис. 4.

Обозначим через  $\rho^u$  приведённую плотность потока. По определению приведённая плотность является линейной комбинацией плотностей легковых и грузовых автомобилей:  $\rho^u = \rho^c + \lambda \rho^g$ , где  $\lambda$  – коэффициент приведения для грузовых автомобилей (для легковых автомобилей этот коэффициент считаем равным 1). Возможность сведения функции двух переменных  $\rho^c$  и  $\rho^g$  к функции одной переменной  $\rho^u$  геометрически означает, что линии уровня этой функции должны быть близки к наклонным прямым линиям. Из приведённых рисунков видно, что это предположение выполняется с хорошей точностью в широкой области изменения плотностей.



**Рис. 3.** Эмпирический график зависимости средней скорости легковых автомобилей от плотностей потока легковых и грузовых автомобилей



**Рис. 4.** Линии уровня средней скорости легковых автомобилей в зависимости от плотностей потока легковых и грузовых автомобилей.

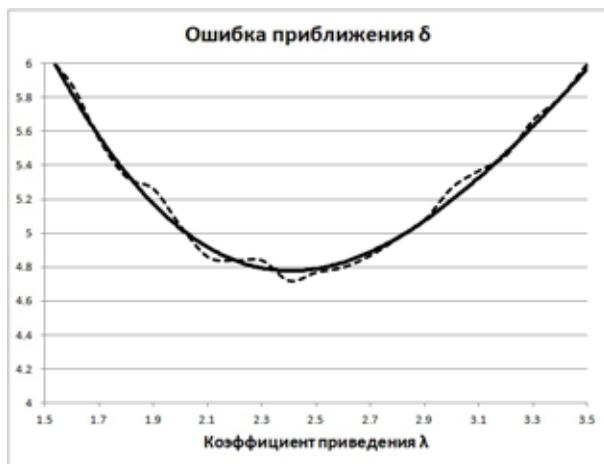
При фиксированном значении коэффициента  $\lambda$  на основании имеющихся точек наблюдений можно построить гистограмму, приближённо описывающую зависимость  $V^c(\rho^u)$ . Для этого разобьём ось  $\rho^u$  на интервалы длины  $d\rho^u$ , начиная от нуля, и для каждого  $i$ -го интервала усредним скорости  $V^c$  всех точек наблюдения, для которых  $\rho^u$  попадает в этот интервал. Полученное значение обозначим  $U^c_i$ . Гистограммы  $V^c_{ij}$  и  $U^c_i$  представляют среднюю скорость  $V^c$  как функцию двух плотностей или одной приведённой плотности, соответственно. Разумеется, замена функции от двух переменных на функцию одной переменной сопровождается появлением ошибки. Естественно выбрать значение коэффициента приведения  $\lambda$  из тех соображений, чтобы данная ошибка была минимальна. В качестве критерия ошибки мы используем среднее квадратичное отклонение  $\delta$  функции двух переменных от функции одной переменной, вычисляемое очевидным образом:

$$\delta(\lambda) = \sqrt{\frac{1}{n} \sum (V^c_{ij} - U^c_{k(\lambda,i,j)})^2}, \quad (2)$$

где  $k(\lambda, i, j)$  определяется как номер интервала, в который попадает значение приведённой плотности  $\rho^c + \lambda \rho^g$  (что и порождает зависимость  $\delta$  от  $\lambda$ ),  $n$  – общее число непустых колонок в гистограмме  $V^c_{ij}$ .

График функции  $\delta(\lambda)$  показан на Рис. 5. Помимо расчётных точек на рисунке показана линия тренда – полиномиальная кривая шестой степени. Видим, что минимальное значение ошибки достигается при  $\lambda = 2.4 \pm 0.05$ .

Сравним полученное значение  $\lambda$  с коэффициентами приведения в СНиП 2.05.02-85. Для этого необходимо усреднить коэффициенты СНиП, указанные для разных типов грузовых автомобилей, с учётом долей автомобилей этих типов от общего числа автомобилей в потоке. Поскольку в СНиП



**Рис. 5.** Ошибка приближения функции двух переменных  $V_{ij}^c$  функцией одной переменной  $U_i^c$  в зависимости от коэффициента приведения  $\lambda$

автомобили классифицируются по грузоподъёмности, а в данных с датчиков – по длине, мы можем привести лишь приближённый расчёт, приняв разумные допущения о соответствии между грузоподъёмностью и длиной. Принятое соответствие приведено в таблице 1.

Усреднением с использованием указанных в таблице весов получаем «среднесниповский» коэффициент для грузовых автомобилей приблизительно 2.43. Учитывая допущения, которые были использованы при нахождении соответствия грузоподъёмности грузовых автомобилей и их длины, значение коэффициента, полученное из анализа данных с датчиков, можно считать точно равным «среднесниповскому». Важно отметить, однако, что коэффициент приведения, полученный в данной работе, связан не с динамическим габаритом, а с непосредственным измерением влияния на скорость потока, что важно для обоснования использования данного коэффициента в прогнозных моделях.

### 3. Скорости и времена проезда легковых и грузовых автомобилей

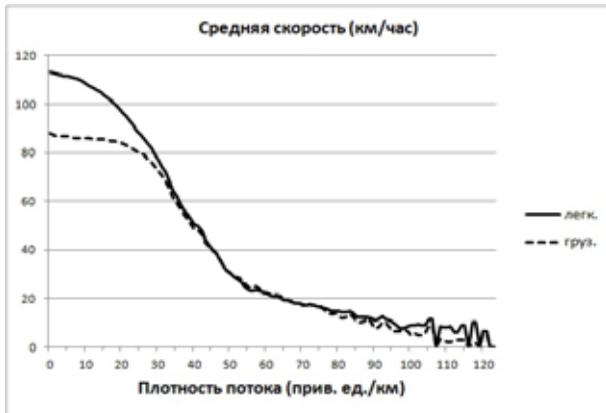
Как отмечалось во введении, обычно при практических расчётах для каждой дуги транспортного графа указывается одна VDF-функция, которая используется для прогноза времён проезда автомобилей разных типов. Обычно значение, возвращаемое VDF-функцией, трактуется как время проезда легкового автомобиля, а для автомобилей других типов используются поправочные константы. Распространённой является практика добавления ко времени движения легкового автомобиля поправочных дополнительных времён. Эти времена вычисляются исходя из сопоставления свободных скоростей автомобилей разных типов, то есть средних скоростей в условиях свободного движения, когда все автомобили едут с желаемой скоростью. Свободные скорости различаются для разных дуг и определяются классом дуги. Например, если  $V_o^c$  и  $V_o^g$  – это свободные скорости легковых и грузовых автомобилей на некоторой дуге, то разница времён проезда составит  $\Delta t = L/V_o^c - L/V_o^g$ , где  $L$  – длина дуги, причём эта разница считается не зависящей от загрузки.

На рис. 6 показаны рассчитанные по эмпирическим данным зависимости средней скорости легковых и грузовых автомобилей от приведённой плотности потока, вычисляемой с коэффициентом приведения  $\lambda = 2.4$ . На Рис. 7 показаны аналогичные зависимости времён проезда по дуге (в расчёте на 1 км дороги). Как и следовало ожидать, скорости грузовых и легковых автомобилей в потоке сближаются с ростом плотности потока. Это, однако, не означает автоматического сближения времён проезда, поскольку, наряду со сближением, происходит снижение скоростей, что ведёт к росту времён проезда. В результате взаимодействия этих тенденций времена проезда теоретически могли

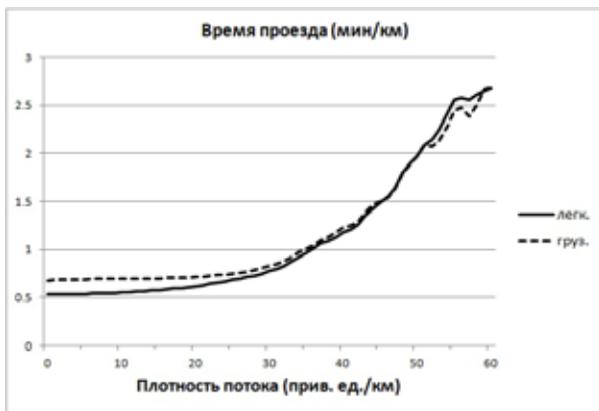
**Табл. 1.**

Примерное распределение типов грузовых автомобилей согласно СНиП по длине и доле в наблюдениях.

Тип автомобиля	Длина(м)	Доля	Кoeff.
Грузовые автомобили грузоподъёмностью 2т.	5.1-6.0	0.125	1.5
Грузовые автомобили грузоподъёмностью 6т.	6.1-10.4	0.407	2.0
Грузовые автомобили грузоподъёмностью 8т.	10.5-12.5	0.062	2.5
Грузовые автомобили грузоподъёмностью 14т.	12.6-16.5	0.300	3.0
Грузовые автомобили грузоподъёмностью свыше 14т или автопоезда грузоподъёмностью 12т.	16.6-20.0	0.104	3.5
Автопоезда грузоподъёмностью 20т.	20.1-24.9	0.001	4.0
Автопоезда грузоподъёмностью 30т.	от 25	0.000	5.0



**Рис. 6.** Средняя скорость легковых и грузовых автомобилей в зависимости от приведённой плотности потока



**Рис. 7.** VDF-функции для легковых и грузовых автомобилей: среднее время проезда 1 км дороги в зависимости от приведённой плотности потока

бы оставаться различными в широких пределах изменения скорости. Как показывает Рис. 7, фактически этого не происходит, и времена проезда становятся неразличимыми. Этот факт необходимо учитывать при расчёте времен движения автомобилей разных типов в прогнозных моделях.

**Маширин Александр Владимирович.** Студент МФТИ. Количество печатных работ: 1. Область научных интересов: математическое моделирование транспортных потоков. E-mail: mashirinal@gmail.com.

**Швецов Владимир Иванович.** Зав. лабораторией ФИЦ ИУ РАН. Окончил в 1983 г. МГУ им. М.В. Ломоносова в 1983 г. К.ф.-м.н., старший научный сотрудник. Количество печатных работ: 35. Область научных интересов: математическое моделирование транспортных потоков. E-mail: Vl.Shvetsov@mail.ru.

### Заключение

В данной работе проведён анализ эмпирических свойств транспортного потока на основе данных наблюдений, полученных с датчиков. Исследована зависимость средней скорости движения от загрузки дороги транспортными средствами разных типов. Анализ показал, что функция зависимости средней скорости потока от плотностей потока легковых и грузовых автомобилей может быть корректно сведена к функции одной переменной – приведённой плотности.

Было получено значение коэффициента приведения к условным единицам для грузовых автомобилей. Это значение было рассчитано без использования понятия динамического габарита, на основе оценки прямого влияния плотности автомобилей разных типов на среднюю скорость потока, что важно для применения в прогнозном моделировании.

Были получены эмпирические зависимости скоростей и времён проезда автомобилей разных типов от приведённой плотности. Показано, что эти времена проезда фактически совпадают в плотном потоке.

### Литература

1. *Ortuzar J. de D., Willumsen L. G.* Modelling Transport. Wiley, 2011.
2. *Строительные Нормы и Правила 2.05.02-85.* Автомобильные дороги. Утверждены постановлением Государственного комитета СССР по делам строительства от 17 декабря 1985 г. № 233.
3. *Sheffy Y.* Urban Transportation Networks. Englewood Cliffs, N.J: Prentice-Hall, 1985.

## An empirical study of the dependence of the velocity on density of traffic flow

*A.V. Mashirin, V.I. Shvetsov*

**Abstract.** Paper presents the analysis of the empirical properties of traffic flow on the basis of observational data obtained from induction loops. We investigated the dependence of average speed from the density of vehicles of different types. The analysis showed that the dependence of the average velocity from the density of cars and trucks can be correctly reduced to the function of one variable – the effective density. We obtained the value of scale coefficient for trucks. This value was calculated without using the concept of dynamic occupied space, and rather on the basis of measuring the direct influence of the density of vehicles of different types to the average velocity. We obtained empirical dependencies of the velocity and travel time of vehicles of various types from the effective density. It is shown that the time travel actually coincide in heavy traffic.

**Keywords:** dynamics of traffic flow, scale coefficients of vehicles.

### References

1. *Ortuzar J. de D., Willumsen L. G.* Modelling Transport. Wiley, 2011.
2. *Stroitelnye normy I pravila 2.05.02-85.* Avtomobilnye dorogi. Uтверждены постановлением Государственного комитета СССР по делам строительства от 17 декабря 1985 N 233 [Construction Norms and Rules 2.05.02-85. Roads. Approved by the resolution of the USSR State Committee on the Affairs of construction on 17 December 1985, No. 233.].
3. *Sheffy Y.* Urban Transportation Networks. Englewood Cliffs, N.J: Prentice-Hall, 1985.

**A.V. Mashirin.** Moscow Institute of physics and technology. Moscow rgn., Dolgoprudnyj, Institutskij per., 9. Student. Sci.papers: 1. Mathematical modeling of traffic flows.

**V.I. Shvetsov.** Federal Research Center “Computer Science and Control” of Russian academy of sciences, mathematician. Moscow, prosp. 60-let Oktyabria, 9. Candidate of physical-mathematical sciences, Senior researcher. Sci.papers: 38. Mathematical modeling of traffic flows.