

Управление и оптимизация

Моделирование и исследование режимов эксплуатации нефтяного месторождения*

П.С. Воронкова¹, А.Ю. Флёрова²

¹ Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, г. Москва, Россия

² Вычислительный центр им. А.А. Дородницына Российской академии наук Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук, г. Москва, Россия

Аннотация. В данной работе построена математическая модель процесса управления разработкой нефтяного месторождения, с помощью которой исследована возможность прогноза количества извлекаемой нефти, времени разработки месторождения и прибыли нефтедобывающей компании.

Ключевые слова: нефтедобыча; оптимальное управление; принцип максимума.

DOI: 10.14357/20790279180201

Введение

Одним из основных способов прогноза нефтедобычи с середины XX века считался метод, предложенный М.К. Хуббертом. В его основе лежали предположения о том, что нефть является конечным ресурсом, динамика извлечения и разведки которого может быть описана в форме логистических кривых [1]. Этот метод предсказал пик нефтедобычи в США и во всем мире, однако на сегодняшний день он требует изменений – легкоизвлекаемой нефти стало значительно меньше, поэтому скорость нефтедобычи уменьшилась.

1. Задача оптимального управления

Целью данной работы является рассмотрение модифицированного подхода Хубберта на примере математической модели разработки одного нефтяного месторождения, которая представлена в виде задачи оптимального управления с набором нефиксированных параметров:

$$N(T) - cb(0) \rightarrow \max$$
$$N'(t) = (pv(t) - cu(t) - c_0M)e^{-rt},$$

$$x'(t) = v(t), 0 \leq v(t) \leq M$$

$$b'(t) = u(t), u(t) \geq 0$$

$$v(t) \leq b(t)x(t)(1 - x(t)/V).$$

где $N(t)$ – доход нефтедобывающей компании, приведенный к начальному моменту времени; $b(t)$ – мощность добычи; $(x(t) - x(0))$ – уровень добычи нефти к моменту времени t ; $c > 0$ – издержки, связанные с введением новых технологических мощностей, c_0 – постоянные издержки, связанные с эксплуатацией месторождения; $M > 0$ – инфраструктурные ограничения на добычу; $T > 0$ – время разработки месторождения; $p > 0$ – цена на нефть; V – объем месторождения.

В этой задаче управляющими параметрами являются $u(t)$, $v(t)$. Первый характеризует рост технологических возможностей, а второй – текущую добычу нефти. Нефиксированные параметры задачи – $b(0)$, $x(0)$, T , M . Они подбираются оптимально из соображений максимизации прибыли производителем.

Исходная задача может быть сведена к задаче со смешанными ограничениями, для которой сформулирован и доказан принцип максимума Понтрягина [2]. Сделаем замену переменных, избавившись от p , V , и рассмотрим функции ψ_1 , ψ_2 – сопряженные переменные, для которых выполня-

* Работа выполнена при поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований (проект N 17-07-00507).

ются условия трансверсальности $\psi_1(0) = \psi_1(T) = \psi_2(T)$ и $\psi_2(0) = c$.

2. Режимы нефтедобычи

Применение принципа максимума приводит к описанию различных режимов управления, зависящих от параметров модели, и дает три возможных варианта поведения оптимальной траектории.

1. Режим «Хубберта». В этом режиме график функции, характеризующей изменение накопленной добычи, имеет колоколообразную форму, характерную для «традиционных» кривых Хубберта. В этом режиме возможно как начало, так и конец процесса нефтедобычи. В случае хорошо развитой инфраструктуры, т.е. при достаточно большом значении параметра M , весь процесс нефтедобычи будет проходить по этому сценарию. При этом поведение оптимальных траекторий описывается следующими уравнениями:

$$\begin{aligned} x'(t) &= v(t) = bx(t)(1 - x(t)) \leq M, \\ \psi_1'(t) &= r\psi_1(t) - (1 + \psi_1(t))b(1 - 2x(t)), \\ \psi_2'(t) &= r\psi_2(t) - (1 + \psi_1(t))x(t)(1 - x(t)), \\ b &= \text{const}. \end{aligned}$$

2. Режим «Полочки». В этом режиме инфраструктура полностью загружена и добыча происходит на уровне M . В таком режиме невозможно начинать и заканчивать процесс нефтедобычи, и будут справедливы следующие уравнения:

$$\begin{aligned} x'(t) &= v(t) = M < bx(t)(1 - x(t)), \\ \psi_1'(t) &= r\psi_1(t), \\ \psi_2'(t) &= r\psi_2(t), \\ b &= \text{const}. \end{aligned}$$

3. Режим «Особый». В этом режиме начальные капиталовложения $b(0)$ выбираются таким образом, что $b(0)x(0)(1 - x(0)) = M$, а управление $u(t)$ такое, что $b(t)x(t)(1 - x(t)) = M$. При этом $x(t) \geq 0,5$. Выход из этого режима осуществляется через первый режим. Параметры описываются следующими уравнениями:

$$\begin{aligned} x'(t) &= v(t) = bx(t)(1 - x(t)) = M, \\ \psi_1'(t) &= r\psi_1(t) - rcb(t)(1 - 2x(t))/(x(t)(1 - x(t))), \\ \psi_2'(t) &= c. \end{aligned}$$

3. Согласование режимов

Выбор оптимального режима и переходы между режимами определяются в зависимости от начальных параметров модели. При исследовании согласования данных режимов были получены три

возможных комбинации (представлены на рис. 1-4). Другие комбинации невозможны из-за противоречий условиям трансверсальности.

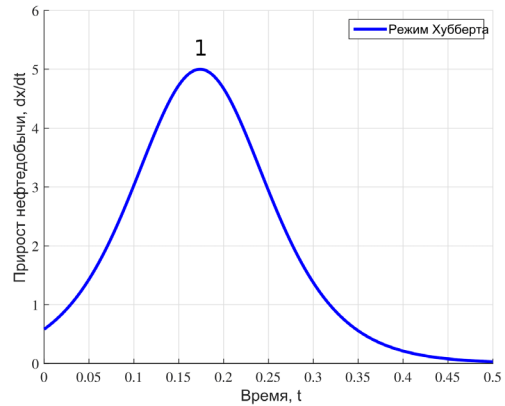


Рис. 1. Режим Хубберта (1)

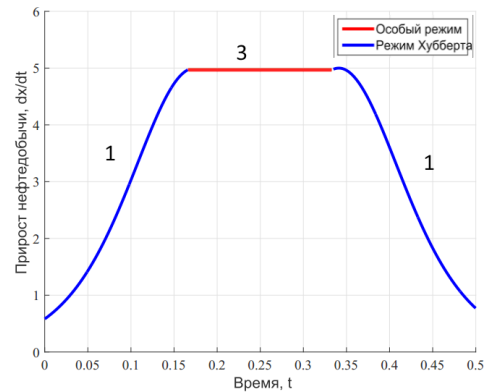


Рис. 2. Режим Особый-Хубберт (1-3-1)

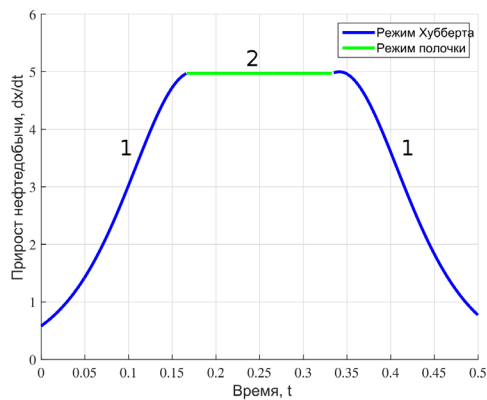


Рис. 3. Режим Полочка-Хубберт (1-2-1)

Режим Хубберта, как и прежде, соответствует добыче легкоизвлекаемых ресурсов, режим Хубберт-Полочка-Хубберт – трудноизвлекаемых (шельфовые или глубинные месторождения).

Параметры $b(0)$, T подбираются, исходя из условий трансверсальности. Параметр s определяется из соображений максимизации прибыли производителем.

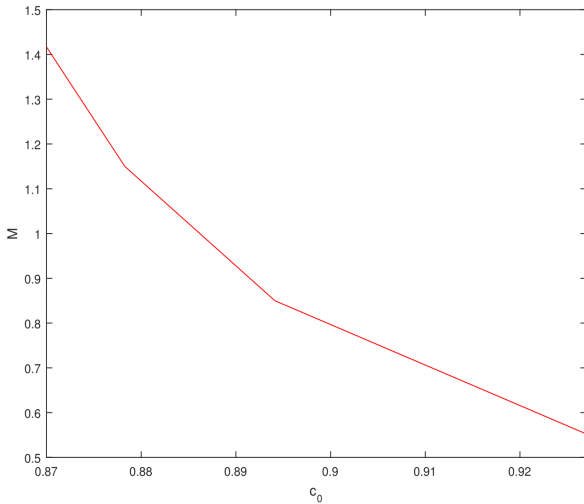


Рис. 4. $M(c_0)$

Этот же алгоритм применяется при подсчете возможной прибыли производителя, оптимального объема добытой нефти и оптимального времени эксплуатации месторождения в режиме Хубберта или в режиме Хубберт-Полочка-Хубберт. Выбор того или иного режима также основывается на принципе максимизации прибыли производителем.

В результате исследования была получена зависимость нефиксированных параметров, таких как, например, время эксплуатации месторождения T , от известных параметров добычи.

4. Месторождение Permian Basin

Для демонстрации результатов рассмотрим, к примеру, эксплуатацию месторождения Permian Basin сланцевой нефти, находящегося в США.

Согласно оценкам экспертов, на сегодняшний день его объем оценивается в 20 млрд баррелей. Цена на данный вид нефти составляет порядка 40 долл. за баррель. Приведенный выше алгоритм по-

может вычислить прибыль от добычи при известных начальных и переменных затратах (реальные значения, взятые до замены переменных).

Как видно из графика на рис. 5., наибольшие переменные безубыточные затраты при данной цене на нефть составляют в среднем 25 долл. за баррель.

Оптимальное время добычи и оптимальное количество добываемой нефти также можно подчеркнуть из графиков (рис. 6 и 7 соответственно):

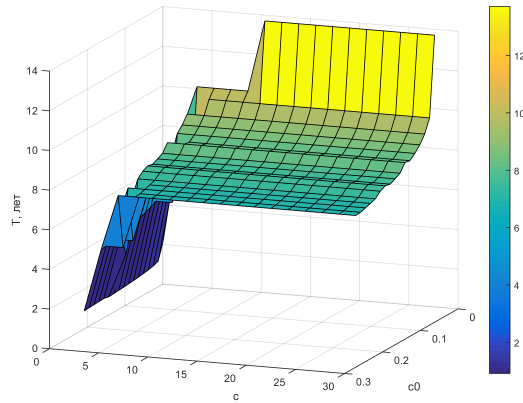


Рис. 6. Оптимальное время добычи

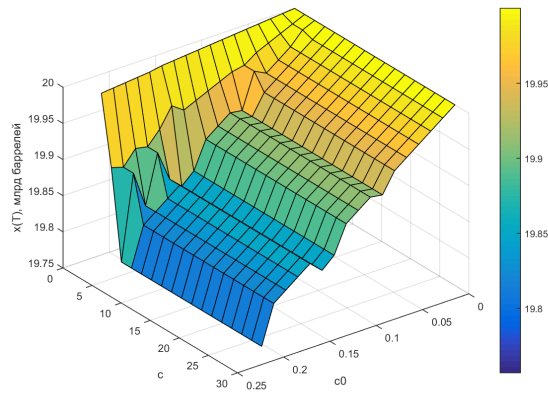


Рис. 7. Оптимальная добыча

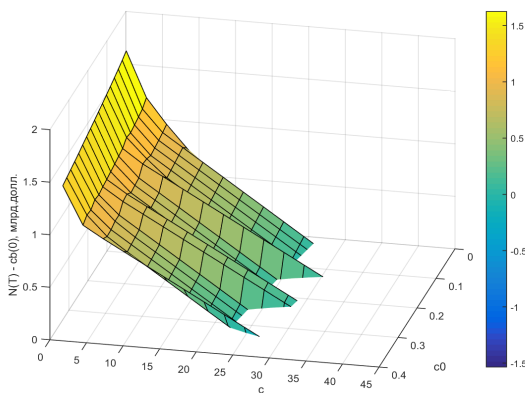


Рис. 5. Прибыль от добычи

Заключение

В ходе работы было получено решение задачи процесса управления разработкой нефтяного месторождения в рамках системы, основанной на модифицированном подходе Хубберта. Используя представленную схему решения системы, можно, зная начальные данные о месторождении (издержки по добыче нефти, издержки по увеличению технологического уровня, инфраструктурные ограничения), построить прогноз нефтедобычи, оценить время жизни месторождения и найти оптимальное количество добываемой нефти.

Авторы выражают особую благодарность за ценные комментарии и помощь при подготовке работы чл.-кор. РАН, профессору, д.ф.-м.н. А.А. Шананину.

Литература

1. *Петров В.В., Поляков Г.А., Полякова Т.В., Сергеев В.М.* Долгосрочные перспективы российской нефти (анализы, тренды, сценарии). М.: ФАЗИС, 2003. 200 с.
2. *Васильев Ф.П.* Методы оптимизации. М.: Факториал Пресс, 2002. 824 с.

Воронкова Полина Сергеевна. МГУ им. М.В. Ломоносова, г. Москва, Россия. Бакалавр, студент. Область научных интересов: вычислительная математика, системный анализ, математическое моделирование в экономике. E-mail: polli2006@mail.ru

Флёрова Анна Юрьевна. ФИЦ ИУ РАН, г. Москва, Россия. Доцент. Кандидат физико-математических наук. Количество печатных работ: 21. Область научных интересов: математическое моделирование экономических процессов. E-mail: a.flerova@mail.ru

Modeling and investigation of the optimal control problem of selecting modes of the oil fields exploitation

P. S. Voronkova¹, A. Yu. Flerova²

¹ Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia

² Institution of Russian Academy of Sciences Dorodnicyn Computing Centre of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

Abstract. In this paper, a mathematical model of the oil field development management based on modified Hubbert approach is constructed, which lets investigating the possibility of forecasting of the extracted oil amount, the time of field development and the profit of an oil producer. There were described 3 possible regimes of oil field exploitation: “standard” Hubbert regime, Shelf and Special regimes, and in which order these regimes can take place. It is shown that the optimal oil field management is comprised of a specific combination of basic regimes and only depends on the initial system parameters. Numerical experiment was conducted based on Permian basin structural parameters. The described experiment set-up allows for numerical calculation of optimal recovery time and the corresponding amount of the recovered oil.

Keywords: *oil production; the problem of optimal control; the Pontryagin maximum principle*

DOI: 10.14357/20790279180201

References

1. *Petrov V.V., Polyakov G.A., Polyakova T.V., Sergeev V.M.* 2003. Dolgosrochnye perspektivy rossiyskoi nefti (analizy, trendy, scenarii) [Long-term prospects for Russian oil (analyzes, trends, scenarios)] Moscow: Phazis. 200p.
2. *Vasil'ev F.P.* 2002. Metody optimizacii [Optimization methods]. Moscow: Factorial Press. 824p.

Voronkova P.S. Bachelor, Lomonosov Moscow State University, 119234, 1 Leninskie gory, Moscow, Russia. Research interests: computational mathematics, system analysis, mathematical modeling in economics. E-mail: polli2006@mail.ru

Flerova A.Yu. PhD, Associate Professor, Institution of Russian Academy of Sciences Dorodnicyn Computing Centre of Russian Academy of Sciences, 119333, 40 Vavilova str., Moscow, Russia. Number of printed works and monographs: 21. Research interests: mathematical modeling of economic processes. E-mail: a.flerova@mail.ru