

Математическое моделирование процесса биологической очистки стоков коммунальных систем и промышленных предприятий*

С.Л. Рычков¹, А.В. Шатров¹

¹ Вятский государственный университет, г. Киров, Россия

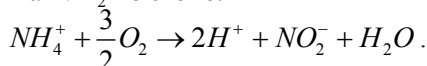
Аннотация. В работе рассматривается задача математического моделирования биологической очистки сточных вод на примере очистных сооружений г. Кирова. Особенность биологической системы очистки заключается в том, что в качестве активной среды используется ил, насыщенный микроорганизмами, способными усваивать загрязняющие вещества или адсорбировать их в процессе перемешивания. Для описания процесса биологической очистки сточных вод в аэротенках предложена математическая модель, учитывающая динамику концентрации субстрата азотной группы и микроорганизмов двух видов.

Ключевые слова: математическое моделирование, процессы биологической очистки, идентификация параметров динамической системы.

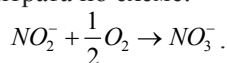
DOI: 10.14357/20790279180211

Введение

На основе ASM-модели [1, с.45] рассматривается задача математического моделирования процесса биологической очистки сточных вод на примере городских очистных сооружений г. Кирова. Модели такого класса являются динамическими и учитывают особенности процесса биологической очистки, однако являются настолько сложными (большая размерность и большое количество параметров), что их идентификация и исследование вызывают непреодолимые трудности. При построении математических моделей необходимо, чтобы, с одной стороны, они были достаточно простыми для исследования, а с другой, являлись адекватными процессу биологической очистки [2, с.44]. В процессе экспериментального исследования выяснилось, что основную часть загрязнений стоков составляет азотная группа. Удаление азота из сточных вод осуществляется путем нитрификации и следующей за ней денитрификации. Нитрификация — процесс окисления ионов аммония NH_4^+ до нитратов NH_3^- , который осуществляется в два этапа. На первом этапе бактерии вида *Nitrosomonas* окисляют аммоний до нитрита NH_2^- по схеме:



На втором этапе бактерии *Nitrobacter* окисляют нитрит до нитрата по схеме:



Денитрификация — процесс восстановления нитратов до молекулярного азота.

1. Математическая модель

В работе [2, с. 44] рассмотрена модель нитрификации, в которой процессы, связанные с окислением азота, рассматриваются отдельно от остальных видов биоочистки:

$$\begin{aligned} \frac{dN_1}{dt} &= -\mu_1 \frac{N_1}{K_{N_1} + N_1} B_1 \\ \frac{dN_2}{dt} &= \frac{\mu_1}{Y_1} \frac{N_1}{K_{N_1} + N_1} B_1 - \frac{\mu_2}{Y_2} \frac{N_2}{K_{N_2} + N_2} B_2 \\ \frac{dN_3}{dt} &= \frac{\mu_2}{Y_2} \frac{N_2}{K_{N_2} + N_2} B_2 \\ \frac{dB_1}{dt} &= \mu_1 \frac{N_1}{K_{N_1} + N_1} - k_{d_1} B_1 \\ \frac{dB_2}{dt} &= \mu_2 \frac{N_2}{K_{N_2} + N_2} - k_{d_2} B_2, \end{aligned} \quad (1)$$

где N_1, N_2, N_3 — концентрации аммония, нитритов и нитратов соответственно; B_1, μ_1, k_{d_1} , и B_2, μ_2, k_{d_2} — концентрации, максимальные удельные скорости, константы отмирания микроорганизмов *Nitrosomonas* и *Nitrobacter* соответственно; Y_1, Y_2 — экономические коэффициенты; K_{N_1}, K_{N_2} , — константы полунасыщения.

* Работа выполнена при частичной поддержке гранта РФФИ 16-07-20394.

Начальные условия для системы (1) берутся по данным измерений в соответствующих начальных участках аэротенков, подбор параметров модели представляет собой отдельную задачу.

2. Идентификация параметров математической модели

Для решения системы (1) необходимо идентифицировать имитационную модель, используя данные измерения концентрации ХПК (химический показатель кислорода) и непосредственных измерений концентраций азотной группы на всем пути прохождения смеси сточных вод и активного ила в аэротенке.

Идентификация этой системы уравнений производилась на основе реальных измерений концентраций, представленных на рис.1, выполненных прибором АкваТест 4М [3, с. 179].

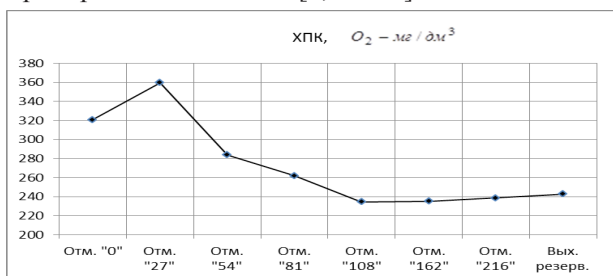


Рис. 1. Распределение концентрации ХПК по длине аэротенка

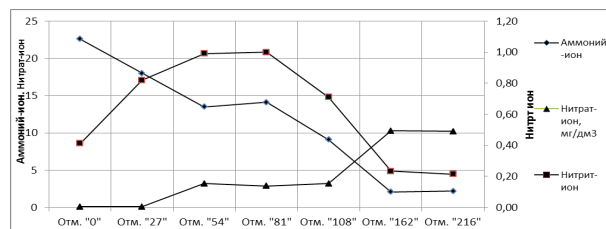


Рис. 2. Распределение концентраций азотной группы по длине аэротенка

Необходимо идентифицировать имитационную модель (1) по следующим параметрам: μ_1, k_{d1} и μ_2, k_{d2} – максимальные удельные скорости, константы отмирания микроорганизмов Nitrosomonas и Nitrobacter соответственно; Y_1, Y_2 – экономические коэффициенты; K_{N1}, K_{N2} – константы полунасыщения. Для подбора параметров модели используется квадратичный функционал отклонений расчетной концентрации ХПК и концентраций азотной группы от экспериментальных, минимизация которого дает возможность определения необходимых значений параметров. Будем производить подбор параметров μ_1, k_{d1} , и $\mu_2, k_{d2}, Y_1, Y_2, K_{N1}, K_{N1}$ в следующем порядке: по данным изме-

рения ХПК по всей длине аэротенка (рис. 1) идентифицируем параметры μ_1, k_{d1} и μ_2, k_{d2} . Эти параметры были неизменными для всех вариантов $\mu_1=0.424, k_{d1}=0.01, \mu_2=0.173, k_{d2}=0.01$. По данным измерения азотной группы (рис.2) идентифицируем параметры K_{N1}, K_{N2} и Y_1, Y_2 . Процедуру идентификации рассмотрим на примере азотной группы:

$$N_i^*(t_k), \quad i=1\dots m, \quad k=1\dots p; \quad t_k = \tau_k t_{\max} \quad (m=3, p=7);$$

$$\tau_k = \{0, 0.125, 0.25, 0.375, 0.5, 0.75, 1\}^T.$$

Здесь знак «*» соответствует расчетным значениям параметров, индекс T означает операцию транспонирования. Так как $N_i(t)$ имеют разный порядок величин, введем весовые коэффициенты W_i , чтобы средние значения $N_i(t)$ были одного порядка. Введем безразмерные величины:

$$\xi_1 = \frac{K_{N1}}{c_1}, \xi_2 = \frac{K_{N2}}{c_2}, \xi_3 = \frac{Y_1}{c_3}, \xi_4 = \frac{Y_2}{c_4}, c_1=100, c_2=5, c_3=1, c_4=1 \quad (2)$$

Построим целевую функцию относительно переменных (2) в виде квадратичного функционала

$$F(\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4) = \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^p \{W_i [N_i^*(t_k) - N_i(t_k)]\}^2 \rightarrow \min \quad (3)$$

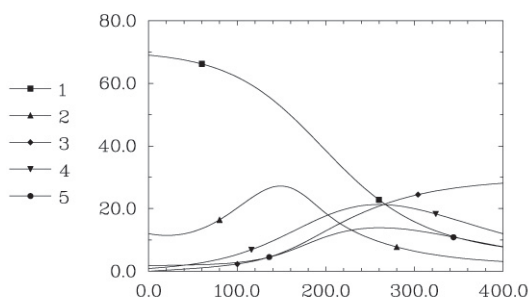
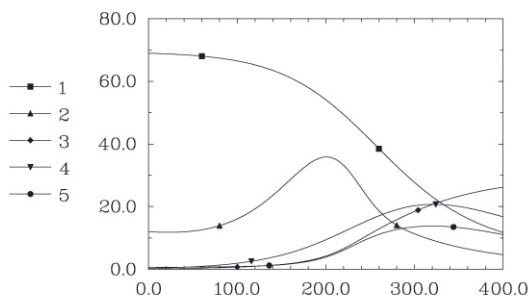


Рис.3. Распределение концентраций 1 – N_1 , 2 – N_2 , 3 – N_3 , 4 – B_1 , 5 – B_2 , согласно легенде по порядку. Слева – базовый вариант, справа – рост концентраций B_1, B_2 в 3 раза

В качестве алгоритмов процедуры минимизации функционала (3) использовались: алгоритм квазиньютоновского метода с конечно-разностной аппроксимацией градиента и гессиана; метод сопряженных градиентов с аппроксимацией градиента; методы для кусочно-гладких функций без вычисления производных. Результаты вычислительных экспериментов приведены на рис. 3.

Литература

1. *Henze M., Gujer W., Mino T.* Activated Sludge Models ASM1, ASM2, ASM2d and ASM3. Scientific and Technical Report No. 9. London: IWA Publishing, 2001
2. *Смирнов Н. В.* Математическое моделирование процесса биологической очистки сточных вод // Ярославский педагогический вестник. Сер. Естественные науки. 2012. Т. 3, № 3. С. 44–49
3. *Кудрявцев В.А.* Современный аппаратный комплекс для получения информации о чистоте воды // Сборник трудов десятой международной научно-практической конференции «Исследование, разработка и применение высоких технологий в промышленности». 09 – 11 декабря, Санкт-Петербург, 2010. С. 179-186.

Рычков Сергей Леонидович. Вятский государственный университет, г. Киров, Россия. Старший преподаватель кафедры фундаментальной и компьютерной математики. Количество печатных работ: 50. Область научных интересов: математическое моделирование, вычислительная математика, информационные технологии в охране окружающей среды. E-mail: rychkov@list.ru

Шатров Анатолий Викторович. Вятский государственный университет, г. Киров, Россия. Заведующий кафедрой математического моделирования, профессор. Доктор физико-математических наук. Количество печатных работ: 120. Область научных интересов: математическое моделирование, вычислительная математика, информационные технологии в охране окружающей среды. E-mail: avshatrov1@yandex.ru

Mathematical model operation of the process of biological sewage treatment of municipal systems and production enterprises

S.L. Rychkov¹, A. V. Shatrov¹

¹ Vyatka State University, Kirov, Russia

Abstract. The feature biological the systems of cleaning is that as the fissile environment an ooze is used, sated with the microorganisms capable to acquire pollutants or to adsorb them in the course of hashing. Devices such are called aerotank and their primal problem to provide passing of sewage in the biologically fissile environment after a power tool cleaning. For the description of process of a biological sewage disposal in the aerotanks the mathematical model considering dynamics of concentration of a substratum of a nitric cycle and microorganisms of two types is offered. In this work there are presented the results of experiment and of mathematical modelling of work of the Kirov communal systems sewage treatment plants (KCS STP).

Keywords: *mathematical model operation, processes of biological sewage treatment, identification of parameters of dynamical system.*

DOI: 10.14357/20790279180211

References

1. Henze M., W. Gujer and T. Mino. 2001. Activated Sludge Models ASM1, ASM2, ASM2d and ASM3. Scientific and Technical Report No. 9. London: IWA Publishing.
2. Smirnov N.V. 2012 Matematicheskoe modelirovanie protsessa biologicheskoy ochistki stochnyh vod [Mathematical model operation of the process of biological sewage treatment]//Yaroslavskij pedagogicheskij vestnik. Ser. Estestvennye nauki. [Yaroslavl pedagogical bulletin. Ser. Natural sciences] Vol.3, No3: 44-49.
3. Kudryavtsev V.A. 2010. Sovremennyyj apparatnyj kompleks dlya polucheniya informatsii o chistote vody [The modern hardware complex for obtaining information on purity of water] //Sbortik trudov 10-oj mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoy konferentsii "Issledovanie, razrabotka i primeneniye vysokih tehnologij v promyshlennosti" [Proceedings of the 10-th international scientific and practical conference "Research, Development and Use of High Technologies in the Industry"] St-Petersburg. 179-186.

Rychkov Sergey Leonidovich. Senior teacher of Department of Fundamental and Computer Mathematics, Vyatka State University, Russia, Kirov city, Moskovskaya str., 36. In 1971 graduated from radio physical faculty of Gorky University. Number of printing works: 50. Area of scientific interests: mathematical model operation, calculus mathematics, informational technologies for environment. E-mail: rychkov@list.ru

Shatrov Anatoly Victorovich. Head of Department of Mathematical Modeling, Vyatka State University, Russia, Kirov city, Moskovskaya str., 36. Professor, Doctor of Physics and Mathematics. In 1975 graduated from Perm State University. Full content of publication – 120 art. Area of scientific interests: mathematical modeling, calculus mathematics, information technologies for environment. E-mail: avshatrov1@yandex.ru