О некоторых возможностях теоретико-игрового анализа эколого-экономических процессов

В.В. Шевченко[1]

[1] Вычислительный центр им. А.А. Дородницына Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук, г. Москва, Россия

Аннотация. Подводятся итоги цикла исследований, основанных на теоретико-игровом моделировании геополитических эколого-экономических взаимодействий с использованием представлений теории игр с иерархическим вектором интересов И.А. Вателя и Ю.Б. Гермейера. Формулируются и обобщаются основные результаты проведенных исследований. Рассматриваются возможности прикладного использования полученных результатов.

Ключевые слова: *теория игр, исследование операций, экология, экономика, геополитика, игры с иерархическим вектором интересов, Киотский протокол.*

DOI: 10.14357/20790279180217

Введение

В русле развития эколого-экономических исследований Ю.Б. Гермейера и Н.Н. Моисеева, исходя из базовых представлений и результатов работы [1], была разработана статическая теоретико-игровая модель эколого-экономического взаимодействия 17-ти геополитических игроков (16-ти стран G20 без стран, входящих в ЕС, и остального мира, не входящего в G20), выбор *i*-го игрока описывался его энергозатратами x_i, заданными функциями которых считались ВВП игрока $f_i(x_i)$ и экологический ущерб планете от его деятельности $w_i(x_i)$ [2–7]. При этом критерии игроков определялись в виде:

$$M_i = \min[\Delta W, \alpha_i \cdot f_i(x_i)] \Rightarrow \max, \qquad (1)$$

где ΔW - сокращение (относительно сложившегося уровня) общего экологического ущерба планете (в расчетах этот ущерб оценивался общими выбросами парниковых газов, но возможны и иные оценки ущерба) всеми игроками; $\alpha_i > 0$ – степень «альтруизма» *i*-го игрока, соразмеряющая индивидуальный критерий его ВВП и коллективный критерий сокращения общих выбросов.

Для такой игры был разработан алгоритм определения сильных равновесий. С использованием этого алгоритма были предложены конкретные процедуры определения квот государств на выбросы парниковых газов при декларированных ими коэффициентах альтруизма. Эти квоты сопоставлялись с квотами, являющимися, при линейных $f_i(x_i)$ и $w_i(x_i)$, решением задачи линейного программирования по максимизации суммарного ВВП планеты при линейных ограничениях экологического характера, требующих не нарушения решений по квотам Киотского протокола. Возможно и сопоставление с квотами, максимизирующими (при разных α) оценку интересов планеты в целом в виде:

$$\Delta W + \alpha \cdot \sum_{i=1}^{17} f_i(x_i).$$

Рассматривались и иные модели, с интересами в виде линейных сверток, с 18-м игроком-арбитром, имеющим право накладывать ограничения на остальных игроков.

1. Уточнение и обобщение имеющихся результатов

В одном из рассмотренных подходов [6] использовались неубывающие функции f_i, w_i, g_i с вполне определенным содержательным смыслом. Функция f_i характеризовала производительность экономики игрока, описываемую зависимостью производимого ВВП от энергозатрат, функция w_i – экологичность этой экономики (зависимость экологического ущерба от энергозатрат). Функция g_i характеризовала эффективность сложившейся у игрока системы управления социально-экономическим развитием, понимаемую во вполне конкретном смысле эффективности использования полученного ВВП для увеличения совокупного общественного (национального) богатства, совокупных активов (СА). При отсутствии механизма штрафования функция выигрыша *i*-го игрока определялась в виде:

$$\Phi_i(X) = g_i(f_i(x_i)) - \delta_i \cdot \beta \cdot W(X), \qquad (2)$$

где $X=(x_1,...,x_{17})$ – вектор энергозатрат игроков;
$W(X)=\sum_{i=1}^{17} w_i(x_i)$ – общие выбросы парниковых газов.

Коэффициенты δ_i и β определяли доли игроков в природных ресурсах планеты и ущерб СА планеты от единицы выбросов соответственно. В качестве 18-го игрока рассматривался арбитр, имеющий право штрафовать (при этом штрафы учитывались в функциях выигрыша игроков) и максимизирующий прирост СА планеты в целом. В такой игре также было найдено сильное равновесие с построением равновесного решения. Но имеющее содержательный смысл равновесие в игре (2) возможно только при наличии арбитра. В отсутствие арбитра, в случае линейного вида функций f_i, w_i, g_i равновесие возможно лишь в вырожденном и не имеющем практического смысла случае, в котором превращается уравнение (2), все коэффициенты при энергозатратах игроков отрицательны. Но это означает, что производство у всех игроков настолько «грязное», что приносит в любом объеме больше вреда природе, чем пользы народу. В случае нелинейных неубывающих функций f_i, w_i, g_i равновесие возможно в тех точках, в которых частные производные функции выигрыша всех игроков по их собственным энергозатратам отрицательны. Что также едва ли наблюдается в реальности. Использование иных принципов оптимальности, отличных от принципа следования равновесию по Нэшу, не являлось предметом проведенных исследований.

Содержательно задачи видов (1) и (2) существенно различаются. Совокупные активы (в линейном приближении сумма соразмеренных со стоимостными корректных оценок природных и людских ресурсов с учетом уровней здоровья, квалификации, просвещенности людей и чистых активов в бухгалтерском смысле (материальные и иные ценности плюс дебиторская задолженность за минусом кредиторской задолженности)) и ВВП – далеко не одно и то же. Принципиально различаются и свертки в виде минимума и суммы. Но математически суперпозиция функций $g_i(f_i(x_i)$ может быть свернута в функцию $h_i(x_i)=g_i(f_i(x_i)$ и в обоих случаях можно рассматривать как свертки в виде минимума, так и свертки в виде суммы. И при этом трудно сказать, какая из этих сверток в большей мере соответствует реальному процессу принятия решений рассматриваемого вида. Поэтому далее исследуем методологию математического анализа игры с определением сильного равновесия для игры вида (1) со сверткой в виде минимума, имея в виду, что содержательно фигурирующие далее функции f_i, могут соответствовать как ВВП, так и приросту СА (совокупных активов) игрока (за рассматриваемый период времени).

В работе [2] представлен алгоритм определения сильного равновесия в игре с критериями вида (1) для случая, когда функции $f_i(x_i)$ и $w_i(x_i)$ линейны.

Для описания такой линейной модели введем дополнительные обозначения:
$I=\{1,...,N\}$ – множество рассматриваемых стран или групп стран;
$i\in I$ – номер игрока (страны или группы стран);
$f_i(x_i)=a_ix_i$ – ВВП (прирост СА);
x_i – энергозатраты;
a_i – коэффициент экономической эффективности энергозатрат;
$\omega_i(x_i)=b_ix_i$ – объем выбросов ПГ (парниковых газов), приведенный к объему выбросов CO_2 (возможна и иная оценка экологического ущерба планете в целом);
b_i – коэффициент экологичности используемых технологий;
ω_i^H – объем фактических выбросов *i*-го игрока;
$W^H=\sum_{i=1}^{N}\omega_i^H$ – общий (мировой) фактический объем выбросов до принятия решения об их снижении;
W^K – планируемый (уменьшенный по сравнению с фактическим) объем выбросов (решение Киотского протокола) $W^K<W^N$;
$\Delta W^K=W^H-W^K>0$ – планируемое уменьшение выбросов;
$\Delta W^K=\sum_{i=1}^{N}\Delta\omega_i^K$;
$\Delta\omega_i^k\geq 0$ – обязательства по сокращению выбросов i – го субъекта;
x_i^+ – максимально возможный объем энергозатрат;
$\omega_i^+=b_ix_i^+$ – максимально возможный объем выбросов (соответствует максимально возможному объему энергозатрат);
$f_i^+=a_ix_i^+$ – максимально возможный объем ВВП (СА);
α_i – коэффициент альтруизма, определяемый по фактическому объему взятых на себя обязательств:

$$\alpha_i=\frac{\Delta W^K}{a_i\left(x_i^+-\dfrac{\Delta\omega_i^K}{b_i}\right)},\ \text{если}\ \Delta\omega_i^K>0,$$

$$0\leq\alpha_i\leq\frac{\Delta W^K}{a_ix_i^+},\ \text{если}\ \Delta\omega_i^K=0.$$

В работах [4,5] приведена теорема, в соответствии с которой в рассматриваемой игре с критериями игроков вида (1), в которой $f_i(x_i), w_i(x_i), i \in N = \{1,\dots,n\}$ являются произвольными неубывающими функциями энергозатрат, равными нулю при нулевых энергозатратах существует сильное равновесие. Игроки упорядочиваются (нумеруются) так, что $\alpha_1 f_1(x_1^+) \geq \alpha_2 f_2(x_2^+) \geq \ldots \geq \alpha_n f_n(x_n^+)$ и показывается, что существует такое подмножество стоящих слева в полученном упорядоченном множестве игроков, что при выборе игроками данного подмножества таких управлений (энергозатрат), при которых стоящие в качестве аргументов минимума их функционалов величины ΔW и $\alpha_i \cdot f_i$ равны и при выборе остальными игроками максимально возможных энергозатрат, для остальных игроков получившаяся при рассматриваемом выборе величина ΔW превышает их величины $\alpha_i \cdot f_i$. Именно такой выбор игроками управлений соответствует сильному равновесию игры. Действительно, если это так, то ни игроки стоящего слева подмножества, ни остальные игроки, ни любая коалиция игроков не могут, отклонившись от указанной точки, увеличить свой выигрыш. Те, кто слева, увеличивая энергозатраты, уменьшают ΔW и с ним свой выигрыш (ΔW становится меньше прежнего значения и увеличившегося ВВП (прироста СА) и в минимуме становится определяющим), уменьшая энергозатраты, уменьшают ВВП (прирост СА), который становится определяющим в силу роста ΔW и уменьшает выигрыш игрока. Те, кто справа, могут только уменьшить энергозатраты (поскольку сидят на максимуме), но это уменьшит и их выигрыш (ΔW при этом увеличится и определяющим выигрыш останется ВВП (прирост СА)). Не эффективны и коалиционные отклонения. Существование же указанной точки доказывается ниже конструктивно, построением.

В рассматриваемой линейной игре игроки нумеруются так, что $\alpha_1 a_1 x_1^+ \geq \alpha_2 a_2 x_2^+ \geq \ldots \geq \alpha_N a_N x_N^+$. Искомое подмножество игроков легко определяется методом итераций.

На m-ой итерации обязательства $\Delta\omega_i(m)$ берут на себя m первых субъектов, $\Delta\omega_i(m)$ и $x_i(m)$ определяются из соотношений:

$$\sum_{j=1}^{m} \Delta\omega_j(m) = \Delta W(m) = \alpha_i a_i x_i(m), \quad i = 1,\ldots m; \quad (3)$$

$$\Delta\omega_i(m) = b_i\left(x_i^+ - x_i(m)\right), \quad i = 1,\ldots m.$$

При этом для $i = m+1,\ldots,N$ имеем $\Delta\omega_i(m) = 0$, $x_i(m) = x_i^+$.

Из системы (3) получим:

$$\Delta W(m) = \sum_{j=1}^{m} b_j x_j^+ - \Delta W(m) \sum_{j=1}^{m} \frac{b_j}{\alpha_j a_j}, \quad \Delta W(m) = \frac{\sum_{j=1}^{m} b_j x_j^+}{1 + \sum_{j=1}^{m} \frac{b_j}{\alpha_j a_j}} \quad (4)$$

$$x_i(m) = \frac{\sum_{j=1}^{m} b_j x_j^+}{\alpha_i a_i \left(1 + \sum_{j=1}^{m} \frac{b_j}{\alpha_j a_j}\right)} \quad (5)$$

Имея возможность определения из (4) $\Delta W(m)$ для любого m будем увеличивать m до тех пор пока не окажется, что $\Delta W(m) > \alpha_{m+1} a_{m+1} x_{m+1}^+$. Это и будет искомой точкой сильного равновесия, для которой из (5) можно определить энергозатраты первых (по упорядоченной цепочке) m игроков x_i^* $i = 1,\ldots,m$. Энергозатраты остальных игроков в найденной точке сильного равновесия равны максимально возможным.

При нелинейных функциях $f_i(x_i)$, $w_i(x_i)$, $i \in N = \{1, \ldots, n\}$ поиск искомого сильного равновесия в целом вполне аналогичен, но связан с техническими трудностями. Система (3) принимает вид:

$$\sum_{j=1}^{m} \Delta\omega_j(m) = \Delta W(m) = \alpha_i f_i(x_i(m)), \quad i = 1,\ldots m; \quad (6)$$

$$\Delta\omega_i(m) = w_i(x_i^+) - w_i(x_i(m)), \quad i = 1,\ldots m.$$

Для определения $\Delta W(m)$ необходимо решать (возможно численно) уравнение

$$\Delta W(m) = \sum_{j=1}^{m} w_j(x_j^+) - \sum_{j=1}^{m} w_i\left(f_i^{-1}\left(\frac{\Delta W(m)}{\alpha_i}\right)\right), \quad (7)$$

для определения $x_i(m)$ также необходимо обращать функции $f_i(x_i)$ $i = 1,\ldots,m$:

$$x_i(m) = f_i^{-1}\left(\frac{\Delta W(m)}{\alpha_i}\right). \quad (8)$$

С использованием рассмотренной линейной модели были проведены численные расчеты сильного равновесия в игровом экологическом взаимодействии стран мира. Коэффициенты экономической эффективности энергозатрат и экологичности используемых технологий (a_i и b_i) рассматриваемых 17-ти игроков оценивались методом наименьших квадратов исходя из имеющихся данных ООН о динамике ВВП, энергозатрат и выбросов парниковых газов (в эквиваленте углекислого газа). Коэффициенты «альтруизма» игроков a_i определялись по приведенным выше формулам исходя из обязательств, взятых странами по Киотскому протоколу. Максимально возможные энергозатраты игроков определялись как максимум имеющегося временного ряда энергозатрат. В результате определения сильного равновесия выделилась группа стран, которые берут на себя в этом равновесном решении игры вполне определенные (вычисленные на базе имеющихся исходных данных) обязательства по снижению выбросов.

Наряду с равновесным решением игры, описывающей экологическое взаимодействие рассмотренных игроков (стран или групп стран), представляет интерес определение распределения квот игроков на выбросы газов, оптимального с точки зрения интересов планеты в целом, оцененных тем или иным обоснованным способом [2].

Заключение

Представленная методология анализа эколого-экономических взаимодействий и обоснования экологических ограничений, накладываемых на участников таких взаимодействий, достаточно универсальна. Игроками в рассмотренных моделях могут быть не только страны и их объединения, но и отдельные регионы, предприятия, домашние хозяйства. Экологический ущерб отдельных игроков или их совокупности может оцениваться по-разному (парниковые газы – пример и не более). Фигурирующие в моделях «коэффициенты альтруизма» могут не выбираться игроками, а устанавливаться исходя из обоснованных компетентных оценок, соотносящих ущерб с пользой для той или иной оперирующей стороны, имеющей право устанавливать такие коэффициенты. В рамках геополитического эколого-экономического моделирования представляется разумным ставить во главу угла СА планеты в целом и основывать нормы международного права на жестком ограничении, запрещающем любые действия, уменьшающие СА планеты (при этом, разрушая что-либо, любой субъект международного права берет на себя обязательство восстановить утраченные СА планеты). В этом случае, при использовании свертки в виде минимума (1), под функциями $f_i(x_i)$ следует подразумевать прирост СА *i*-го игрока за минусом находящихся в его распоряжении природных ресурсов, «коэффициенты альтруизма» игроков следует считать одинаковыми, соразмеряющими ущерб природе с прибытком обществу. Вычисленные равновесные объемы энергозатрат игроков, в рассматриваемом случае, следует считать экологическими ограничениями, нарушение которых штрафуется.

В [7] также отмечено, что рассмотренные игры могут быть представлены и в виде операционных игр с производственными операциями заданной экологичности. Что позволяет говорить об операционном игровом сценарном моделировании эколого-экономических взаимодействий, предоставляющем широкий спектр возможностей анализа такого рода процессов.

Литература

1. *Гермейер Ю.Б., Ватель И.А.* Игры с иерархическим вектором интересов // Техническая кибернетика. 1974. № 3. С. 54-69.
2. *Кононенко А.Ф., Шевченко В.В.* Линейная игровая модель механизмов реализации решений Киотского протокола / Труды третьей международной конференции «Системный анализ и информационные технологии» САИТ-2009 (14-18 сентября 2009 г., Звенигород, Россия): Труды конференции. М., 2009. С. 608-615.
3. *Кононенко А.Ф., Шевченко В.В.* Экономическая оценка политического решения в рамках «Киотского протокола» /Материалы международной научно-практической мультиконференции «Управление большими системами» (УБС' 2009) (ИПУ РАН 17-19 ноября 2009. М.: ИПУ,2009. 115-118 с.
4. *Кононенко А.Ф., Шевченко В.В.* Теоретико-игровые модели механизмов реализации Киотского протокола /Сборник трудов Четвертой Международной конференции по проблемам управления (26-30 января 2009 года). М.: ИПУ им. В.А. Трапезникова РАН, 2009. С. 970-974.
5. *Кононенко А.Ф.* Теоретико-игровой анализ эколого-экономических систем /Пленарный доклад на Четвертой международной научной конференции «Современные проблемы математического моделирования, прогнозирования и оптимизации» (OPTIMA 2010, 18-20 мая 2010 года, Каменец-Подольский). С. 109-117.
6. *Кононенко А.Ф., Шевченко В.В.* О возможностях теоретико-игрового подхода к определению ограничений экологического характера / Труды четвертой международной конференции «Управление развитием крупномасштабных систем (MLSD'2010, 4-6 октября 2010 г., Москва, Россия). С. 256-262.
7. *Кононенко А.Ф., Шевченко В.В.* Операционные игры. Теория и приложения. М.: ВЦ РАН, 2013. 136 с.

Шевченко Василий Владимирович. Вычислительный центр им. А.А. Дородницына ФИЦ ИУ РАН, г. Москва, Россия. Научный сотрудник. Количество печатных работ: 70 (в т.ч. 1 монография). Область научных интересов: фундаментальная и прикладная математика, теория игр и исследование операций, информационные технологии, история, психофизиология. e-mail: vsh1953@mail.ru

On some possibilities of game-theoretic analysis of ecological and economic processes

V.V. Shevchenko[1]

[1] Dorodnicyn Computing Centre of Federal Research Center "Computer Science and Control" of Russian Academy of Sciences, 119333, 44/2 Vavilova str., Moscow, Russia.

Abstract: Summarizes the series of studies based on game-theoretic modeling of geopolitical environmental-economic interactions using the theory of games with a hierarchical vector of interests of I. A. Vatel and Y. B. Germeyer. The main results of the conducted researches are formulated and generalized, possibilities of application of the received results are considered. The paper presents an algorithm for determining the strong Nash equilibrium in games with a hierarchical vector of interests from the two components (economic benefits of the player and reduce the environmental damage of all players), randomly but monotonically dependent on one variable (from energy consumption or other). The results can be used to justify a wide variety of environmental constraints.

Keywords: *game theory, operations research, ecology, Economics, geopolitics, games with a hierarchical vector of interests, Kyoto Protocol.*

DOI: 10.14357/20790279180217

References

1. *Germeyer Y.B., Vatel I.A.* 1974. Games with a hierarchical vector of interests. Technical Cybernetics 3:54-69.
2. *Kononenko A.F., Shevchenko V.V.* 2009. Linear game model of mechanisms of Kyoto Protocol decisions implementation. Trudy of the third international conference" System analysis and information technologies" [SAIT-2009 Proceedings]. Zvenigorod, Russia. 608-615.
3. *Kononenko A.F., Shevchenko V.V.* 2009. Economic assessment of the political decision within the "Kyoto Protocol". Trudy of the international scientific and practical conference "management of large systems" ["UBS' 2009" IPU RAS Proceedings]. Moscow. 115-118.
4. *Kononenko A.F., Shevchenko V.V.* 2009. Game-Theoretic models of mechanisms of Kyoto Protocol implementation. Trudy of the Fourth international conference on management [IPU RAS]. Moscow. 970-974.
5. *Kononenko A.F.* 2010. Game-Theoretic analysis of ecological and economic systems. Trudy of the fourth international scientific conference "Modern problems of mathematical modeling, forecasting and optimization" [the fourth international scientific conference "OPTIMA 2010" Proceedings]. Kamianets-Podilskyi. 109-117.
6. *Kononenko A.F., Shevchenko V.V.* 2010. On possibilities of game-theoretic approach to determination of ecological character restrictions. Trudy of the fourth international conference "Management of large-scale systems development" [the fourth international conference "MLSD'2010" Proceedings]. Moscow. 256-262.
7. *Kononenko A.F., Shevchenko V.V.* eds. 2013. Operational games. Theory and applications. Moscow: CC RAS 136 p.

Shevchenko V.V. Research fellow of Dorodnicyn Computing Centre of Federal Research Center "Computer Science and Control" of Russian Academy of Sciences, 119333, 44/2 Vavilova str., Moscow, Russia. Number of publications: 70 (including 1 monograph). E-mail: vsh1953@mail.ru