Современные методы расчета величины Value at Risk при оценке рыночных рисков

И.И. Дробыш[I]

[I] Федеральное государственное учреждение «Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук», г. Москва, Россия

Аннотация. В статье на основе систематизации трудов российских и зарубежных авторов обобщается накопленный опыт по методам расчета величины Value at Risk (VaR) с учетом современных тенденций. Выполнена классификация методов и анализ их сравнительной точности. В целом, традиционные методы (дельта-нормальный метод, метод исторического моделирования, метод Монте-Карло) дают менее точные оценки величины VaR в сравнении с методами, разработанными позднее. Среди современных методов в числе наиболее точных следует отметить: параметрические методы, основанные на асимметричных моделях обобщенной авторегрессионной условной гетероскедастичности, а также применяющие распределения, отличные от нормального к ошибкам в GARCH моделях, метод Халла–Вайта, метод фильтрированного исторического моделирования, метод экстремальных значений, некоторые спецификации метода CAViaR. При этом в наибольшем количестве рассмотренных статей метод GARCH-EVT, объединяющий модель обобщенной авторегрессионной условной гетероскедастичности и теорию экстремальных значений, отмечен как самый точный.

Ключевые слова: *квантиль функции распределения, Value at Risk, методы расчета, методы верификации оценок.*

DOI: 10.14357/20790279180305

Введение

Метод количественной оценки риска на основе величины Value at Risk применяется в целях управления рисками финансовых компаний. VaR – это выраженная в денежных единицах оценка величины, которую с заданной вероятностью не превысят ожидаемые в течение данного периода времени потери (стоимости актива, финансового инструмента или портфеля инструментов). Данный метод позволяет агрегировать оценки последствий проявления различных рисковых событий в одно число [1, 2].

Величина VaR является функцией параметров временного горизонта расчета и доверительного уровня – вероятности, с которой потери не должны превышать VaR. Доверительный уровень выбирается в зависимости от предпочтений к риску, обычно от 95 до 99%. Временной горизонт часто выбирается исходя из реального минимального срока, на протяжении которого можно реализовать на рынке данный инструмент без существенного ущерба [1, 2]. В терминах статистики VaR представляет собой квантиль* функции распределения изменения стоимости актива/портфеля для заданного доверительного уровня [1].

При простоте определения величины VaR, полностью аккуратным ни один метод ее расчета быть не может. Настоящая статья обобщает накопленный опыт по методам расчета VaR с учетом современных тенденций.

Методы расчета величины VaR

Методы расчета VaR можно разделить на четыре категории: параметрические, непараметрические, полупараметрические, а также методы, основанные на теории экстремальных значений (рис. 1). К традиционным методам относятся: дельта-нормальный, методы исторического моделирования и моделирования Монте-Карло.

Параметрические методы. Реализация дельта-нормального метода основана на ряде предположений: доходности факторов риска распределены по нормальному закону. Доходность портфеля представляется линейной комбинацией, лежащей в его основе, доходностей факторов риска и имеет нормальное распределение.

Для простого актива величина VaR в денежном выражении вычисляется как:

* Квантилем порядка p, $(0 < p < 1)$ для случайной величины X, называется такая величина x_p, что либо $F_X(x_p) = p$, либо функция $F_X(x)$ при $x = x_p$ претерпевает скачок от значений, меньших p к значением, большим p.

$$VaR^{monetary}_{\gamma\, t+1} = P_t \cdot (\mu_{t+1} + \kappa_{1-\gamma}\sigma_{t+1}), \qquad (1)$$

где P_t – текущая стоимость актива; μ_{t+1} – оценка условного математического ожидания однодневной доходности актива; σ_{t+1}– оценка условного стандартного отклонения однодневной доходности актива; $\kappa_{1-\gamma}$ – квантиль порядка (1–γ) для стандартного нормального распределения.

Для сложного актива (например, портфеля различных ценных бумаг), на стоимость которого

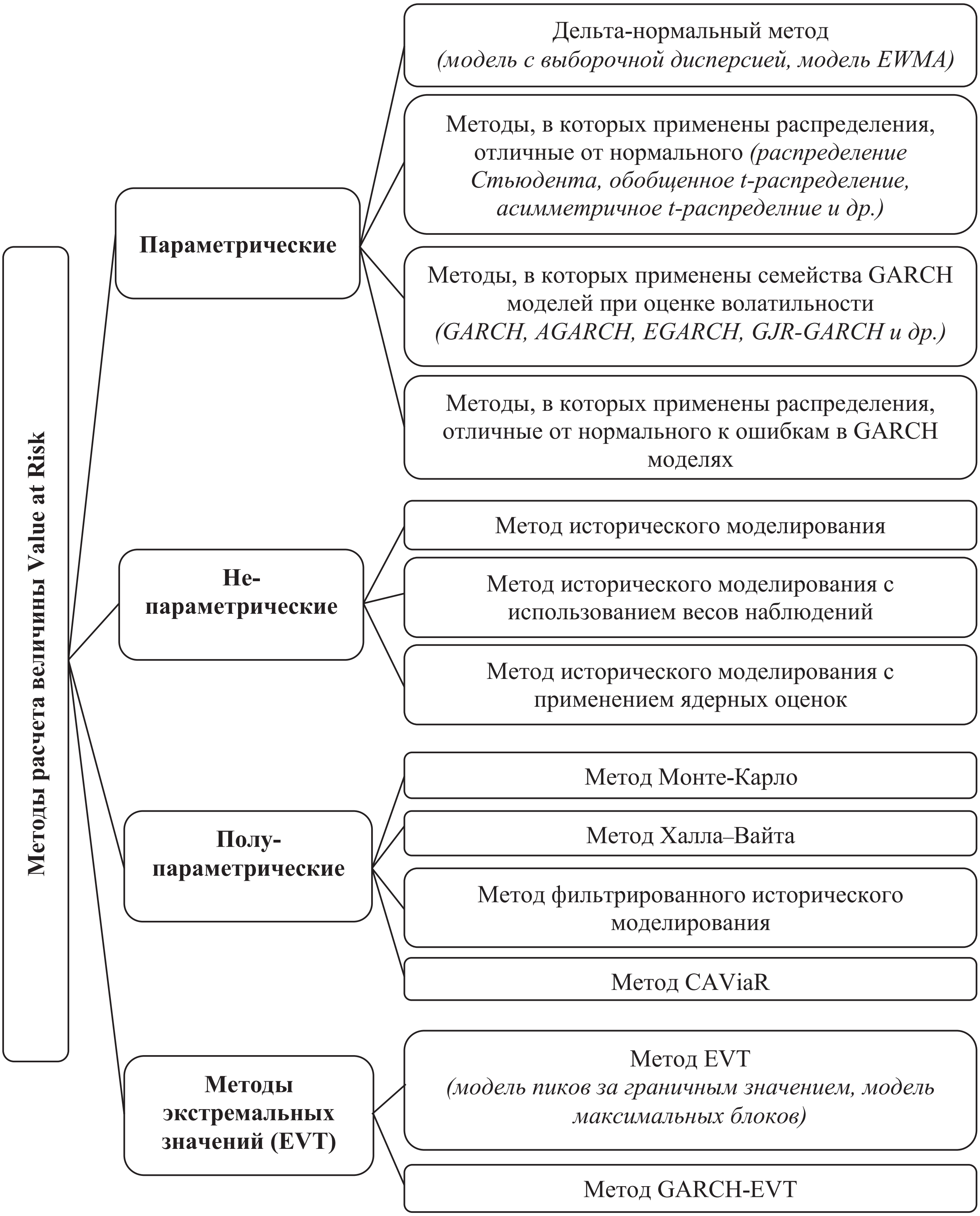

Рис. 1. Классификация методов расчета величины VaR

влияют различные рыночные факторы (цены инструментов и показатели: ставки, курсы, индексы), оценки условного математического ожидания и стандартного отклонения доходности портфеля определяются с учетом долей рыночных факторов риска в портфеле, а также оценки ковариационной матрицы доходностей факторов риска. Расчет ковариационной матрицы выполняется моделью с выборочной дисперсией (все наблюдения рассматриваются с равными весами) или моделью экспоненциально-взвешенных ковариаций EWMA (вводится параметр, который придает больший вес более поздним наблюдениям) [2, 3].

Основные недостатки метода: 1) он не полностью отражает характеристики волатильности реальных финансовых данных. Исследования подтверждают: изменение волатильности во времени, ее кластеризацию*, асимметрию или эффект рычага** [4–6]. Модель EWMA позволяет улавливать изменение волатильности во времени и ее кластеризацию, но не принимает во внимание эффект рычага; 2) предположение о нормальном распределении не соответствует характеристикам финансовых доходностей реальных рынков. Фактические данные часто обладают отрицательным коэффициентом асимметрии (асимметрия влево), высоким коэффициентом эксцесса, характеризующегося появлением пиков и тяжелыми хвостами распределения [3, 7]. Величина фактических потерь может оказаться значительно выше, прогнозируемой в предположении о нормальном распределении.

Для преодоления указанных недостатков исследования по параметрическим методам расчета VaR проводились по направлениям: 1) поиск и разработка более сложных моделей волатильности финансовых доходностей; 2) анализ возможностей использования функций распределения, отличных от нормального, которые позволяют улавливать свойства асимметрии и эксцесса реальных данных [8].

Поиск и разработка более сложных моделей волатильности осуществлялись в направлении исследования семейства GARCH-моделей. В 1982 г. Р. Энгл [9] разработал модель авторегрессионной условной гетероскедастичности (Autoregressive Conditional Heteroscadasticity – ARCH). Он предложил, что дисперсия случайной ошибки зависит от прежде реализованных квадратов случайных ошибок. ARCH-модель способна отражать изменение во времени волатильности доходностей и ее кластеризацию, а также тяжелые хвосты распределения. В дальнейшем Т. Боллерслев [10] предложил модель обобщенной авторегрессионной условной гетероскедастичности (Generalized Autoregressive Conditional Heteroscadasticity – GARCH). В GARCH-модели текущая условная дисперсия случайной ошибки зависит не только от квадратов случайных ошибок, но также от предыдущих значений их дисперсий.

В традиционной GARCH-модели положительные и отрицательные шоки, имеющие одинаковую магнитуду, производят равную величину дисперсии. Впоследствии появились спецификации GARCH-моделей, способные учитывать асимметричные эффекты, когда положительные и отрицательные возмущения одной и той же величины имеют разное воздействие на будущую волатильность: асимметричная GARCH-модель – AGARCH, EGARCH-модель, пороговая GARCH-модель – TGARCH, нелинейная GARCH-модель – NGARCH, Glosten-Jagannathan-Runkle GARCH-модель – GJR-GARCH, квадратичная GARCH-модель – QGARCH и некоторые другие. Дополнительно отметим частично интегрированную GARCH-модель – FIGARCH, которая объясняет эффект длинной памяти***, и FIEGARCH модель, которая стремится уловить не только эффект длинной памяти, но и эффект рычага.

В табл. 1 перечислены работы, в которых исследовано применение семейства параметрических GARCHметодов для оценки VaR [3, 7, 11].

Поиск методов расчета VaR, способных улавливать свойства асимметрии и тяжелые хвосты распределения данных, осуществлялся в направлении анализа возможностей использования функций распределения, отличных от нормального, таких как: распределение Стьюдента или t-распределение, нормальное смешанное распределение, обобщенное t-распределение, асимметричное обобщенное t-распределение, обобщенное распределение ошибки, асимметричное распределение Стьюдента, ассиметричное обобщенное распределение ошибки. Первые два типа распределения позволяют смоделировать тяжелые хвосты, остальные также учитывают эффекты асимметрии. Распределения, отличные от нормального могут использоваться при рассмотрении ошибок в GARCH-моделях. Распределение Стьюдента, асси-

* За периодом высокой волатильности следует период низкой волатильности и наоборот.

** Эффект отрицательной корреляции изменения цен акций с изменением волатильности. Когда рыночная стоимость фирмы падает, соотношение заемного и собственного капитала обычно растет. Это повышает волатильность акционерного капитала, если доходность постоянна.

*** Свойство, описывающее корреляционную структуру высокого порядка временного ряда. В случае если ряд обладает длинной памятью, то существует зависимость даже между далеко отстоящими друг от друга во времени наблюдениями.

метричные распределения часто используются при расчете VaR [12, 13].

Непараметрические методы. Непараметрические методы не требуют каких-либо предположений о распределении доходностей факторов риска, портфеля. Эти методы позволяют данным говорить самим за себя.

При расчетах величины VaR методом исторического моделирования в случае простого актива для имитации распределения будущих доходностей строится эмпирическое распределение на основе ретроспективных данных из скользящего окна наблюдений [2, 14]. VaR доходности (return) актива непосредственно определяется как квантиль полученного эмпирического распределения при заданном доверительном уровне. В денежном выражении (monetary) VaR получается перемножением полученной выше величины и текущей стоимости актива.

При оценке VaR сложного актива/портфеля: формируется набор возможных будущих значений для каждого фактора риска, исходя из их текущих значений и сценариев доходностей, на основе ретроспективных данных; осуществляется переоценка стоимости всего портфеля на основе сформированных данных (для этого требуются модели ценообразования для всех инструментов в портфеле); находится квантиль при заданном доверительном уровне для функции распределения изменения стоимости портфеля.

Метод исторического моделирования позволяет учитывать тяжелые хвосты распределений, асимметрию и другие особенности данных.

Слабые стороны метода: 1) предположение, что будущие риски имеют схожее поведение с прошлыми. Метод медленно реагирует и отражает увеличение риска при внезапных рыночных шоках; 2) необходимость достаточного объема ретроспективных данных; 3) получение оценки VaR только по дискретным доверительным уровням, определяемым фактическим набором данных.

В 1998 г. Дж. Будук [15] предложил метод исторического моделирования с использованием весов наблюдений, в котором более поздние наблюдения рассматриваются с большими весами, так как они точнее отражают современные колебания и макроэкономические изменения. Веса устанавливаются следующим образом: снижаются экспоненциально от более новых наблюдений к более старым, в сумме составляя единицу.

Отдельные авторы использовали ядерные оценки для сглаживания эмпирической плотности распределения (один из видов непараметрической регрессии). Это позволяет получать оценки VaR для непрерывных значений доверительного уровня [16].

Полупараметрические методы. Метод моделирования Монте-Карло позволяет объединять метод исторического моделирования с рыночными ожиданиями. В этом методе возможные значения стоимости портфеля и ее изменения выводятся из набора сценариев, сгенерированных псевдослучайным или эмпирическим образом. Полученные возможные гипотетические изменения стоимости портфеля преобразуются в гистограмму доходов и убытков по которой определяется VaR. Метод требует формирования предположений о рыночной структуре, стохастических процессах, взаимосвязях между факторами риска, их волатильности. Взаимосвязи оцениваются по ретроспективным или современным данным. Основная критика метода состоит в том, что он требует субъективного выбора структуры модели имитирования, что увеличивает риск построения неадекватной модели [4, 5, 14, 16, 17].

В 1998 г. Д. Халл и А. Вайт разработали метод исторического моделирования, взвешенный по волатильности или метод Халла–Вайта, который объединяет метод исторического моделирования и усовершенствованные схемы волатильности параметрических методов, в большей степени учитывая современную информацию [18]. Пусть волатильность доходности актива, оцениваемая в день s–1, равна σ_s; зафиксируем день t, величина VaR оценивается для следующего дня t + 1 как:

$$VaR_{\gamma,t+1}^{monetary} = P_t \cdot \kappa_{1-\gamma}^{\text{эмп}}(r^*), \qquad (2)$$

где P_t – текущая стоимость актива; $\kappa_{1-\gamma}^{\text{эмп}}(r^*)$ – квантиль порядка (1– γ) функции распределения данных $\dfrac{\sigma_{t+1}}{\sigma_{t+1-s}} r_{t+1-s}, s \in [1,T]$; r – наблюдаемые однодневные доходности; оценка стандартного отклонения доходностей σ выполняется по модели EWMA или GARCH.

В 1999 г. Дж. Бароне-Адези [19] предложил метод фильтрированного исторического моделирования. Алгоритм расчета VaR:

– подбор модели волатильности к ряду эмпирических доходностей. Авторы рекомендовали использовать асимметричные GARCH-модели;
– получение ряда остатков эмпирических доходностей (вычитание из исходного ряда эмпирических доходностей значений условного математического ожидания доходностей);
– стандартизация ряда остатков эмпирических доходностей (деление каждого члена ряда остатков на соответствующее условное стандартное

отклонение, полученное с помощью выбранной модели волатильности). Элементы полученного ряда являются независимыми и одинаково распределенными;
– моделирование с помощью процедуры бутстрап, включающей: осуществление выборки с возвращением* полученного набора данных и создание множества новых наборов; вычисление величины VaR доходностей для каждого из новых наборов на основе: оценки условного прогнозного математического ожидания доходности, квантиля при заданном доверительном уровне для распределения полученных смоделированных данных, оценки условного прогнозного стандартного отклонения доходности (по модели волатильности); рассмотрение функции распределения полученных значений величины VaR, выбор квантиля для заданного доверительного уровня.

Р. Энгл и С. Манганелли в своей работе вместо рассмотрения всего распределения финансовых доходностей сосредоточились на моделировании непосредственно квантиля распределения через условную авторегрессионную спецификацию, которую они назвали метод CAViaR (Conditional Autoregressive Value at Risk by Regression Quantile) [8, 20]. В эмпирических наблюдениях волатильностей финансовых доходностей наблюдаются признаки кластеризации, что отражает свойство автокорреляции. Они предположили, что величина VaR должна обладать схожим поведением. При этом прогнозная величина VaR доходности находится в прямой зависимости от текущей величины VaR и текущего значения финансовой доходности. Различают несколько вариантов метода CAViaR:

– метод с симметричным абсолютным значением:

$$VaR_{\gamma,t+1}^{return} = \beta_0 + \beta_1 VaR_{\gamma,t}^{return} + \beta_2 |r_t|; \quad (3)$$

– метод непрямой GARCH(1,1) модели:

$$\left(VaR_{\gamma,t+1}^{return}\right)^2 = \beta_0 + \beta_1 \left(VaR_{\gamma,t}^{return}\right)^2 + \beta_2 r_t^2; \quad (4)$$

– метод асимметричного уклона:

$$VaR_{\gamma,t+1}^{return} = \beta_0 + \beta_1 VaR_{\gamma,t}^{return} + \beta_2 \max(r_t, 0) - \beta_3 \min(r_t, 0) \quad (5)$$

Метод экстремальных значений. При оценке величины VaR теория экстремальных значений (Extreme Value Theory – EVT) применяется для моделирования хвостов распределения финансовых доходностей. Метод учитывает тяжелые хвосты, позволяет рассчитать VaR при высоких доверительных уровнях до 99,9%. Два основных метода EVT: модель пиков за граничным значением (Peaks-Over-Threshold Model – POT) и модель максимальных блоков (Block Maxima Model – BMM). Метод EVT-POT имеет два вида: параметрический метод на основе обобщенного распределения Парето (безусловный – unconditional и условный – conditional) и полупараметрический метод на основе оценки Хилла (табл. 1, 2).

В рамках безусловного параметрического метода EVT-POT среди случайных величин, финансовых доходностей, $r_1, r_2, r_3, \ldots, r_n$ выбирается граничное значение u на рассматриваемом хвосте распределения (например, близкое к квантилю эмпирического распределения при доверительном уровне 95%). Далее рассматривается ряд новых случайных величин $y_1, y_2, y_3, \ldots, y_{Nu}$, которые получаются как разность исходных случайных величин и граничного значения $y_i = r_i - u$ в случае, если указанная разность больше нуля. Согласно теории экстремальных значений для широкого класса распределений исходных случайных величин, при возрастании граничного значения функция распределения новых случайных величин описывается обобщенным распределением Парето. Аналитическое представление VaR имеет вид [4, 5, 8]:

$$VaR_{\gamma}^{return} = u + \frac{\beta}{\xi}\left(\left(\frac{n}{N_u}(1-\gamma)\right)^{-\xi} - 1\right), \quad (6)$$

где u – граничное значение; ξ – параметр формы (определяет поведение хвостов распределения); β – параметр масштаба. Параметры ξ и β оцениваются по выборке данных методом максимального правдоподобия.

Учитывая часто наблюдаемое свойство условной гетероскедастичности в рядах финансовых доходностей, А. МакНейл и Р. Фрей [7] предложили условный параметрический метод экстремальных значений для расчета VaR – метод GARCH-EVT, который объединяет метод экстремальных значений с усовершенствованными схемами волатильности. Авторы применили GARCH-модель для оценки волатильности, а метод экстремальных значений – для оценки распределения хвостов модели.

Полупараметрический метод EVT-POT рассматривает индекс хвоста распределения финансовых доходностей как величину, обратную параметру формы $\eta = \beta^{-1}$. Хилл предложил оценивать индекс хвоста как: $\hat{\eta}_{Hill} = \left[\frac{1}{u}\left(\sum_{i=1}^{u} \log(r_i) - \log r_{u+1}\right)\right]^{-1}$,

* Выборка проводится без возвращения, если каждый элемент генеральной совокупности входит в нее не более одного раза, и с возвращением в обратном случае.

где r_u – выбранное граничное значение доходности [8, 11, 21]. При этом VaR рассчитывается как:

$$VaR_{\gamma}^{return} = r_{u+1}\left(\frac{1-\gamma}{u/n}\right)^{-1/\eta}. \qquad (7)$$

Метод EVT-BMM предполагает расщепление временного горизонта на подпериоды. Рассматриваются наборы максимальных значений случайных величин в каждом подпериоде. Эти выборки наблюдений называются максимальными блоками.

Табл. 1

Методы оценки величины VaR

Методы	**Статьи***																								
Параметрические:																									
Дельта-нормальный	2	3	4	5			11	12	13	14		16	17		21	22	23	24					29		31
Использующий распределение Стьюдента				5				**12**	13								23								
GARCH-методы, использующие нормальное распределение ошибок																									
- GARCH		3	4	5	6	7	11	12	13			16			21	22		24	25	26	27	28	29		31
- AGARCH					6				13																
- APARCH									13						21										
- EGARCH			**4**	**5**	6										21							28			
- GJR-GARCH					6																				31
- IGARCH					6																				31
- NGARCH, QGARCH, TS-GARCH					6																				
- SQR-GARCH, VGARCH					6																				
- TGARCH					6										21										31
- TEGARCH				**5**																					
- FIGARCH									13																
- FIAPARCH									**13**																
GARCH-методы, использующие нормальное смешанное распределение ошибок																									
- GARCH																				26			**29**		
GARCH-методы, использующие распределение ошибок по Стьюденту**																									
- GARCH				5	6	7	11	**12**	13						21	22		24	25	26	27	28	29	30	31
- AGARCH					6				13																
- APARCH									13						21										
- EGARCH				**5**	6										21							28			
- GJR-GARCH					6																				31
- IGARCH					6																				31
- NGARCH, QGARCH, TS-GARCH					6																				
- SQR-GARCH, VGARCH					6																				
- TGARCH					6										21										31
- TEGARCH				**5**																					
- FIGARCH									13																
- FIAPARCH									**13**																
GARCH-методы, использующие обобщенное t-распределение***																									
- GARCH					6																				
- AGARCH, GJR-GARCH, IGARCH, NGARCH, QGARCH, TGARCH					6																				
- EGARCH, TS-GARCH					**6**																				

- SQR-GARCH, VGARCH					6																				
GARCH-методы, использующие обобщенное распределение ошибки																									
- GARCH																		24			27	28			
- EGARCH																						28			
Непараметрические																									
Исторического моделирования (ИМ)	2		4	5			11			14	15	16	17	18	21		23	24		26	27				
ИМ с весами наблюдений											**15**			18											
ИМ с ядерными оценками												16													
Полупараметрические																									
Монте-Карло			4	5						14		16	17												
Халла–Вайта	**2**													**18**											
Фильтрированного ИМ												16			**21**					26	**27**	**28**		30	
CaViaR			**4**									16								**26**					**31**
Метод, основанный на вейвлет-преобразовании		3																							
Методы экстремальных значений (EVT)																									
POT, оценка Хилла							**11**					16			21										
POT, Парето			4	5		7						16				22	**23**	**24**	25	26	27				
BMM		**3**										16	**17**			22		**24**							
Условные параметрические методы экстремальных значений (GARCH-EVT)																									
POT, Парето				**5**		**7**										**22**			**25**	**26**	**27**	**28**		**30**	
BMM																22									

* Метод, который в статье показал наиболее точные оценки VaR, выделен жирным шрифтом. В статьях [14, 16] наиболее точный метод не выявлен.
** В работах [6, 16, 26] рассматриваются простое и асимметричное распределение. *** В [6] – простое и асимметричное распределение.

Табл. 2

Методы верификации оценок VaR

Методы верификации	**Статьи***																								
% превышений	2	3				7	11	12	13		15	16		18		22	23		25		27		29	30	
Тест Купика	2			5	6			12							21			24		26	27	28		30	31
Тест Кристоферсона	2			5	6								17							26	27	28			31
Динамический тест квантилей			4	5																26					
Абсолютная функция потерь		3	4						13																
Квадратичная функция потерь Лопеза	2		4	5					13						21						27		29		
Прогнозные квантильные потери												16													

* Использованы данные: курсы валют к доллару США [3, 7, 15, 18, 29]; TWI – торгово-взвешенный курс доллара [30]; цены на нефть марки Brent [15, 27], марки WTI [27]; цены на золото [7]; котировки ценных бумаг казначейства США [14, 25], акций американских компаний [11], акций BMW [7], облигаций, США, Великобритания, Япония [12]; цены пая паевого инвестиционного фонда на базе акций и облигаций российских компаний [2]; фондовые индексы: J.P. Morgan EMBI [15]; DJ Euro Stoxx [16]; рынки Австралии [31]; Аргентины [4, 23, 25]; Бразилии [4, 23, 25]; Великобритании [4, 5, 18, 25, 31]; Венгрии [4, 30]; Германии [4, 5, 7, 17, 25, 31]; Гонконга [5, 23, 25, 31]; Индии [30]; Индонезии [16, 23]; Испании [4, 5, 13, 25]; Италии [31]; Канады [18, 31]; Кипра [24]; Китая [30]; Колумбии [4]; Кореи [16, 23, 25]; Малайзии [16, 25, 30]; Мексики [4, 23, 25]; Нидерландов [4]; Польши [4]; России [3, 4, 30]; Сингапура [23, 25]; США, DJIA [4, 5, 22, 24, 25], NASDAQ [25, 26], Russel 3000 [25], S&P 500 [5, 6, 7, 11, 14, 15, 18, 25, 31], Wilshire 5000 [25]; Тайвани [16, 23, 31]; Тайланда [16]; Турции [4, 23, 28]; Филиппин [23]; Франции [4, 5, 18, 25, 31]; Хорватии [28]; Чехии [4, 30]; Чили [4, 25]; Швеции [22]; ЮАР [4]; Японии [4, 5, 18, 25, 31].

Согласно теории экстремальных значений поведение последовательности максимальных блоков (в случае если она сходится к невырожденному распределению) описывается обобщенным распределением экстремальных значений. В зависимости от значений параметра формы или индекса распределения хвоста обобщенное распределение экстремальных значений сводится к трем семействам распределений: Гамбела ($\xi = 0$), Фреше ($\xi > 0$) или Вейбулла ($\xi < 0$) [3, 16, 17].

Методы верификации расчетов VaR анализируют частоту превышений фактических потерь над величиной VaR на основе ретроспективных данных, проверяют число превышений и независимость наступления событий превышения между собой, измеряют среднюю величину превышений фактическими потерями уровней VaR [2].

При анализе сравнительной оценки методов расчета VaR использовались сведения, изложенные в двадцати пяти российских и зарубежных статьях [2–7, 11–18, 21–31] (табл. 1 и 2).

Ни в одной из статей не содержится сравнительная оценка всех вышеперечисленных методов. Вместе с тем, в совокупности можно сделать ряд выводов.

Заключение

Традиционные методы расчета величины VaR, исследованные в ранних зарубежных статьях, показали близкие результаты, не выявив явного преимущества какого-либо из методов [14]. Ни в одной из оставшихся двадцати четырех работах ни один из традиционных методов не отмечен как наиболее точный. В ряде работ указывается, что дельта-нормальный метод (далее ДН) дает наиболее слабую оценку в сравнении с другими методами [2–4, 11, 21], при этом в работе [11] установлено, что метод исторического моделирования (далее ИМ) также входит в число наименее точных. Некоторые работы отмечают, что метод ДН может показывать приемлемые результаты при стандартном доверительном уровне (95%) в периоды стабильной экономической обстановки [2, 12, 16, 17, 24, 31], в работах [17, 24] отмечены схожие результаты, полученные методом ИМ.

Метод ИМ с использованием весов наблюдений и метод Халла–Вайта обеспечивают лучшую подгонку данных в сравнении с методом ИМ [2, 15, 18] и метод Халла–Вайта – в сравнении с методом ДН [2].

Метод фильтрированного ИМ рассматривается в шести статьях, в которых сравнивается со следующими методами: ДН, ИМ, методом ИМ с использованием ядерных оценок, методом моделирования Монте-Карло, параметрическими методами, в которых применяется семейство GARCH моделей (симметричных и ассиметричных), а также распределения нормальное и отличные от нормального к ошибкам в GARCH-моделях, методом EVT-POT на основе распределения Парето, методом EVT-POT на основе оценки Хилла, методом GARCH-EVT на основе распределения Парето, а также методом CAViaR [16, 21, 26, 27, 28, 30]. Во всех работах отмечен, как работающий достаточно хорошо, в том числе в трех, как один из лучших [21, 27, 28]. При этом наиболее точные результаты показал в сравнении с ДН, ИМ, рядом параметрических методов, в которых применяется семейство GARCH-моделей (симметричных и ассиметричных), а также распределений нормального и отличных от нормального к ошибкам в GARCH-моделях, методом EVT-POT на основе распределения Парето, методом EVT-POT на основе оценки Хилла. При сравнении с методом GARCH-EVT на основе распределения Парето получены близкие результаты [27, 28]. Можно отметить, что метод фильтрированного ИМ является достаточно перспективным.

Реализация параметрических методов, основанных на GARCH-моделях волатильности, зависит с одной стороны от спецификации самой модели, с другой – от предположения о распределении ошибок данных. В большинстве рассмотренных работ, при анализе финансовых данных, применение асимметричных GARCH-моделей и (или) распределения ошибок по Стьюденту или других распределений, отличных от нормального, к ошибкам в GARCH-моделях позволяют получить более точные результаты по сравнению с симметричной GARCH-моделью, основанной на нормальном распределении ошибок [4–6, 12, 13, 29]. При этом в отдельных работах выявлены наиболее точные спецификации в рамках различных семейств методов, основанных на GARCH-моделях [6]. В ряде работ методы GARCH были отмечены как лучшие* [13, 29] или одни из лучших наряду с параметрическим методом, использующим распределения Стьюдента [12], методом GARCH-EVT [5], методом CAViaR [4]. В некоторых статьях отмечено, что использование распределения Стьюдента приводит к завышенным оценкам риска при стандартном доверительном уровне [12, 21].

Метод CAViaR позволяет подобрать спецификации, которые дают достаточно точные результаты – рассмотрен в четырех работах [4, 16, 26, 31], в трех

* При сравнении с ДН, параметрическим методом, использующим распределение Стьюдента.

определен как наиболее точный или один из наиболее точных [4, 26, 31]. При этом выполнено сопоставление с ДН, ИМ, методом ИМ с использованием ядерных оценок, методом Монте-Карло, методами, в которых применяется семейство GARCH-моделей (симметричных и ассиметричных), а также распределения нормальное и отличные от нормального к ошибкам в GARCH-моделях, методом фильтрированного ИМ, методом EVT-POT на основе распределения Парето, методом EVT-POT на основе оценки Хилла, методом EVT-BMM, методом GARCH-EVT на основе распределения Парето. В работе [16] отмечено, что метод CAViaR дает аккуратные оценки величины VaR только в стабильные экономические периоды. В работе [26] – лучшие результаты вместе с методом GARCH-EVT на основе распределения Парето, в работе [4] – вместе с методом EGARCH, использующим нормальное распределение ошибок. В работе [31] был отмечен как наилучший для расчетов VaR.

Наиболее перспективным выглядит метод GARCH-EVT. В восьми статьях данный метод сравнивали с ДН, ИМ, методом моделирования Монте-Карло, методом, использующим распределение Стьюдента, методами, в которых применяется семейство GARCH-моделей (симметричных и ассиметричных), а также распределения нормальное и отличные от нормального к ошибкам в GARCH-моделях, методом фильтрированного ИМ, методом CAViaR, методом EVT-POT на основе распределения Парето, методом EVT-BMM [5, 7, 22, 25–28, 30].

Литература

1. *Виленский П.Л., Лившиц В.Н., Смоляк С.А.* Оценка эффективности инвестиционных проектов: Теория и практика: Учебное пособие. М.: Поли Принт Сервис, 2015. 1300 с.
2. *Дробыш И.И.* Сравнительный анализ методов оценки рыночного риска, основанных на величине Value at Risk // Экономика и математические методы. 2016. № 4. С. 74–93.
3. *Меньшиков И.С., Шелагин Д.А.* Рыночные риски: модели и методы. М.: Вычислительный центр РАН, 2000. 55 с.
4. *Sener E., Baronyan S., Menguturk L.* Ranking the predictive performances of value-at-risk estimation methods. // International Journal of Forecasting. 2012. Vol. 28. P. 849–873.
5. *Abad P., Benito S.* A detailed comparison of value at risk in international stock exchanges. // Mathematics and Computers in Simulation. 2013. Vol. 94. P. 258–276.
6. *Bali T., Theodossiou P.* A conditional-SGT-VaR approach with alternative GARCH models. // Annals of Operations Research. 2007. Vol. 151. P. 241–267.
7. *McNeil A., Frey R.* Estimation of tail-related risk measures for heteroscedastic financial time series: an extreme value approach. // Journal of Empirical Finance. 2000. No. 7. P. 271–300.
8. *Abad P., Benito S., Lopez C.* A comprehensive review of value at Risk methodologies. // The Spanish Review of Financial Economics. 2014. Vol. 12. P. 15–32.
9. *Engle R.F.* Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of UK inflation. // Econometrica. 1982. Vol. 50. P. 987–1008.
10. *Bollerslev T.* Generalized autoregressive conditional heteroscedasticity. // Journal of Econometrics. 1986. Vol. 21. P. 307–327.
11. *Danielsson J., de Vries C.* Value-at-risk and extreme returns. // Annales d'Economie et de Statistique. 2000. Vol. 60. P. 239–270.
12. *Guermat C., Harris R.* Forecasting value-at-risk allowing for time variation in the variance and kurtosis of portfolio returns. // International Journal of Forecasting. 2002. Vol. 18. P. 409–419.
13. *Níguez T.* Volatility and VaR forecasting in the madrid stock exchange. // Instituto Spanish Economic Review. 2008. Vol. 10 (3). P. 169–196.
14. *Beder T.* Report card on value at risk: high potential but slow starter. // Bank Accounting & Finance. 1996. Vol. 10. P. 14–25.
15. *Boudoukh J., Richardson M., Whitelaw R.* A Hybrid Approach to Calculating Value at Risk. // The Best of Both Worlds. 1998. Vol. 11 (May). P. 64–67.
16. *Bao Y., Lee T., Saltoglu B.* Evaluating predictive performance of value-at-risk models in emerging markets: a reality check. // Journal of Forecasting. 2006. Vol. 25. P. 101–128.
17. *Tolikas K., Koulakiotis A., Brown R.* Extreme risk and value-at-risk in the German stock market. // European Journal of Finance. 2007. Vol. 13. P. 373–395.
18. *Hull J., White A.* Incorporating volatility updating into the historical simulation method for value-at-risk. // Journal of Risk. 1998. Vol. 1. P. 5–19.
19. *Barone-Adesi G., Giannopoulos K., Vosper L.* VaR without correlations for nonlinear portfolios. // Journal of Futures Markets. 1999. Vol. 19. P. 583–602.
20. *Engle R., Manganelli S.* CAViaR: conditional autoregressive value at risk by regression quantiles. // Journal of Business & Economic Statistics. 2004. Vol. 22. P. 367–381.

21. *Angelidis T., Benos A., Degiannakis S.* A robust VaR model under different time periods and weighting schemes. // Review of Quantitative Finance and Accounting. 2007. Vol. 28. P. 187–201.
22. *Byström H.* Managing extreme risks in tranquil and volatile markets using conditional extreme value theory. // International Review of Financial Analysis. 2004. Vol. 13. P. 133–152.
23. *Gençay R., Selçuk F.* Extreme value theory and value-at-risk: Relative performance in emerging markets. // International Journal of Forecasting. 2004. Vol. 20. P. 287–303.
24. *Bekiros S., Georgoutsos D.* Estimation of value at risk by extreme value and conventional methods: a comparative evaluation of their predictive performance. // Journal of International Financial Markets, Institutions & Money. 2005. Vol. 15 (3). P. 209–228.
25. *Fernandez V.* Risk management under extreme events. // International Review of Financial Analysis. 2005. Vol. 14. P. 113–148.
26. *Kuester K., Mittnik S., Paolella M.* Value-at-risk prediction: a comparison of alternative strategies. // Journal of Financial Econometrics. 2006. Vol. 4. P. 53–89.
27. *Marimoutou V., Raggad B., Trabelsi A.* Extreme value theory and value at risk: application to oil market. // Energy Economics. 2009. Vol. 31. P. 519–530.
28. *Zikovic S., Aktan B.* Global financial crisis and VaR performance in emerging markets: a case of EU candidate states – Turkey and Croatia. Proceedings of Rijeka faculty of economics. // Journal of Economics and Business. 2009. Vol. 27. P. 149–170.
29. *Xu D., Wirjanto T.* An empirical characteristic function approach to VaR under a mixture-of-normal distribution with time-varying volatility. // Journal of Derivates. 2010. Vol. 18. P. 39–58.
30. *Nozari M., Raei S., Jahanguin P., Bahramgiri M.* A comparison of heavy-tailed estimates and filtered historical simulation: evidence from emerging markets. // International Review of Business Papers. 2010. Vol. 6. No. 4. P. 347–359.
31. *Gerlach R., Chen C., Chan N.* Bayesian time-varying quantile forecasting for value-at-risk in financial markets. // Journal of Business & Economic Statistics. 2011. Vol. 29. P. 481–492.

Дробыш Инна Ивановна. Институт системного анализа Федерального государственного учреждения «Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук г. Москва, Россия. Аспирантка. Количество печатных работ: 7. Область научных интересов: риск-менеджмент, ценообразование, оценка эффективности инвестиционных проектов. E-mail: i.drobysh@gmail.com

Advanced methods of calculating Value at Risk in market risk estimation

I.I. Drobysh[1]

[1] Federal Research Center “Computer Science and Control” of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

Abstract. On the base of systematization of scientific papers of Russian and foreign authors the article summarizes gathered experience of methods of calculating Value at Risk taking into account contemporary trends. Classification of methods and analysis of their comparative accuracy are implemented. In whole, traditional methods (delta-normal method, historical simulating method, Monte-Carlo method) give less accurate estimates of VaR in comparison with the methods developed later. Among advanced methods, as more accurate should be noted: parametric methods based on asymmetric models of generalized autoregressive conditional heteroskedasticity, and applying distributions other than normal to errors in GARCH models, Hull–White method, method of filtered historical simulation, extreme value method, some specifications of CAViaR method. With that, in the largest number of analyzed articles, the method GARCH-EVT, that combines the generalized autoregressive conditional heteroskedasticity model and the extreme values theory, is noted as the most accurate.

Keywords: *quantile of the distribution function, Value at Risk, method of calculating, methods for verifying estimates.*

DOI: 10.14357/20790279180305

References

1. *Vilenskii P.L., Livshits V.N., Smolyak S.A.* 2015. Otsenka effektivnosti investitsionnykh proektov: Teoriya i praktika: Uchebnoe posobie. [Estimation of investment project efficiency: Theory and practice: Text edition] M.: Poli Print Servis. 1300 p.
2. *Drobysh I.I.* 2016. Sravnitel’nyi analiz metod otsenki rynochnogo riska, osnovannykh na velichine Value at Risk [Comparative analysis of market risk estimation method based on Value at risk]. Ekonomika i matematicheskie metody [Economics and mathematical methods]. 4:74–93.
3. *Men’shikov I.S., Shelagin D.A.* 2000. Rynochnye riski: modeli i metody [Market Risks: models and methods]. M.: Vychislitel’nyi tsentr RAN [Computer Center of RAS]. 55 p.
4. *Sener E., Baronyan S., Menguturk L.* 2012. Ranking the predictive performances of value-at-risk estimation methods. International Journal of Forecasting. 28:849–873.
5. *Abad P., Benito S.* 2013. A detailed comparison of value at risk in international stock exchanges. Mathematics and Computers in Simulation. 94:258–276.
6. *Bali T., Theodossiou P.* 2007. A conditional-SGT-VaR approach with alternative GARCH models. Annals of Operations Research. 151:241–267.
7. *McNeil A., Frey R.* 2000. Estimation of tail-related risk measures for heteroscedastic financial time series: an extreme value approach. Journal of Empirical Finance. 7:271–300.
8. *Abad P., Benito S., Lopez C.* 2014. A comprehensive review of value at Risk methodologies. The Spanish Review of Financial Economics. 12:15–32.
9. *Engle R.F.* 1982. Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of UK inflation. Econometrica. 50:987–1008.
10. *Bollerslev T.* 1986. Generalized autoregressive conditional heteroscedasticity. Journal of Econometrics. 21:307–327.
11. *Danielsson J., de Vries C.* 2000. Value-at-risk and extreme returns. Annales d’Economie et de Statistique. 60:239–270.
12. *Guermat C., Harris R.* 2002. Forecasting value-at-risk allowing for time variation in the variance and kurtosis of portfolio returns. International Journal of Forecasting. 18:409–419.
13. *Níguez T.* 2008. Volatility and VaR forecasting in the madrid stock exchange. Instituto Spanish Economic Review. 10 (3):169–196.
14. *Beder T.* 1996. Report card on value at risk: high potential but slow starter. Bank Accounting & Finance. 10:14–25.
15. *Boudoukh J., Richardson M., Whitelaw R.* 1998. A Hybrid Approach to Calculating Value at Risk. The Best of Both Worlds. 11:64–67.
16. *Bao Y., Lee T., Saltoglu B.* 2006. Evaluating predictive performance of value-at-risk models in emerging markets: a reality check. Journal of Forecasting. 25:101–128.
17. *Tolikas K., Koulakiotis A., Brown R.* 2007. Extreme risk and value-at-risk in the German stock market. European Journal of Finance. 13:373–395.
18. *Hull J., White A.* 1998. Incorporating volatility updating into the historical simulation method for value-at-risk. Journal of Risk. 1:5–19.
19. *Barone-Adesi G., Giannopoulos K., Vosper L.* 1999. VaR without correlations for nonlinear portfolios. Journal of Futures Markets. 19:583–602.

20. *Engle R., Manganelli S.* 2004. CAViaR: conditional autoregressive value at risk by regression quantiles. Journal of Business & Economic Statistics. 22:367–381.
21. *Angelidis T., Benos A., Degiannakis S.* 2007. A robust VaR model under different time periods and weighting schemes. Review of Quantitative Finance and Accounting. 28:187–201.
22. *Byström H.* 2004. Managing extreme risks in tranquil and volatile markets using conditional extreme value theory. International Review of Financial Analysis. 13:133–152.
23. *Gençay R., Selçuk F.* 2004. Extreme value theory and value-at-risk: Relative performance in emerging markets. International Journal of Forecasting. 20:287–303.
24. *Bekiros S., Georgoutsos D.* 2005. Estimation of value at risk by extreme value and conventional methods: a comparative evaluation of their predictive performance. Journal of International Financial Markets, Institutions & Money. 15 (3):209–228.
25. *Fernandez V.* 2005. Risk management under extreme events. International Review of Financial Analysis. 14:113–148.
26. *Kuester K., Mittnik S., Paolella M.* 2006. Value-at-risk prediction: a comparison of alternative strategies. Journal of Financial Econometrics. 4:53–89.
27. *Marimoutou V., Raggad B., Trabelsi,* 2009. A. Extreme value theory and value at risk: application to oil market. Energy Economics. 31:519–530.
28. *Zikovic S., Aktan B.* 2009. Global financial crisis and VaR performance in emerging markets: a case of EU candidate states – Turkey and Croatia. Proceedings of Rijeka faculty of economics. Journal of Economics and Business. 27:149–170.
29. *Xu D., Wirjanto T.* 2010. An empirical characteristic function approach to VaR under a mixture-of-normal distribution with time-varying volatility. Journal of Derivates. 18:39–58.
30. *Nozari M., Raei S., Jahanguin P., Bahramgiri M.* 2010. A comparison of heavy-tailed estimates and filtered historical simulation: evidence from emerging markets. International Review of Business Papers. 6(4):347–359.
31. *Gerlach R., Chen C., Chan N.* 2011. Bayesian time-varying quantile forecasting for value-at-risk in financial markets. Journal of Business & Economic Statistics. 29:481–492.

Drobysh I.I. PhD, Institute for Systems Analysis Federal Research Center "Computer Science and Control" of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia. Number of publications: 7. Research interests: risk management, pricing, evaluation of investment project effectiveness. E-mail: i.drobysh@gmail.com