

# Системный и формальный механизмы реализации идеи сбалансированности экономической, социальной и правовой макросистем

Л.В. ЖУКОВСКАЯ<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Федеральное государственное бюджетное учреждение науки «Центральный экономико-математический институт» Российской академии наук (ЦЭМИ РАН), г. Москва, Россия

**Аннотация.** В работе рассмотрены новые подходы к моделированию процессов принятия стратегических решений с использованием теоретико-игрового инструментария, которые базируются на возможном увеличении исходов при одновременном уменьшении связанного с ними риска (по Сэвиджу) и позволяют построить гарантированные решения и риски и исследовать особенности равновесия по Бержу. С целью выявления особенностей равновесия по Бержу, в частности устойчивости и неухудшаемости. Формализуется Парето-гарантированное по Бержу решение и доказывается теорема его существования в смешанных стратегиях, а также приводятся его свойства. Приведены результаты структурного анализа взаимодействия и взаимовлияния экономической, правовой и социальной макросистем и предложены теоретико-игровые модели, способствующие реализации конституционно установленных норм, требования которых определяют Россию как социальное государство. Таким образом, при принятии стратегических решений в социальной сфере в качестве основной экономической доктрины предлагается использование концепта Золотого правила нравственности, вместо используемого в настоящее время «неолиберального» подхода, основанного, в том числе и на понятии равновесия по Нэшу.

**Ключевые слова:** *макросистема, равновесие по Бержу, равновесие по Нэшу, неопределенность, риск, социальные гарантии, население.*

**DOI:** 10.14357/20790279190303

## Введение

Особенностью состояния современного общества является использование при принятии стратегических решений «неолиберальной» экономической доктрины, которая с использованием инструментов и механизмов национальной правовой системы, ориентирована на снижение «вмешательства государства» в решение индивидуальных проблем населения, на децентрализацию в управлении и дальнейшее развитие приватизационных процессов в экономической и социальной сферах. Составной частью общества с одной стороны, и основы его развития с другой, являются экономическая, правовая и социальная макросистемы, относящиеся к классу динамических и сложных управляемых систем. Для целей настоящей работы в качестве комплексной метасистемы рассматривается сложная общественная формация, включающая в себя функциональное взаимодействие основных ее ма-

кроструктур – экономической, правовой и социальной, каждая из которых выполняет определенную функцию и придает ей в процессе взаимодействия новое системное качество. При взаимодействии макросистем часто возникает «подмена» их функций, когда субъекты экономических, правовых и социальных отношений начинают выполнять не свойственные им роли. Вследствие этого нарушается баланс в функционировании как структурных, так и личностных элементов комплексной метасистемы, ее поведение становится дисфункциональным, то есть приобретает качества свойственные неопределенности, а в самих подсистемах развиваются процессы нестационарности.

Динамика современной национальной экономической макросистемы основана на том, что движущей силой экономического развития должно быть трудоспособное население, обладающее квалифицированным трудовым потенциалом, вы-

сокой социальной активностью и мобильностью, способностью легко адаптироваться к сложившимся условиям и реализовывать эффективные модели своей деятельности. Бедные и малообеспеченные слои населения лишены полноценного доступа к экономическим и социальным услугам и продуктам, что в свою очередь влияет на воспроизводство человеческого капитала. С изменением регуляторных инструментов разрушаются привычные для населения нормы и формы социальных отношений в обществе, происходит трансформация системы ценностей. Этот факт является одной из причин проблемы бедности населения, проявляющейся во всех ее формах – «зоны бедности», «экономической бедности», «устойчивой бедности» и неравенство денежных доходов населения, приводящее к глубокой поляризации общества.

Необходимо отметить, что еще 12 декабря 1993 года была принята Конституция Российской Федерации, большинство положений которой позиционировало Российскую Федерацию как «социальное государство, политика которого направлена на создание условий, обеспечивающих достойную жизнь и свободное развитие человека» [1]. Однако продекларированные Конституцией России доктринальные положения о «социальном государстве» вошли в противоречие с экономической политикой и привели к негативным тенденциям в социальной сфере, что явилось закономерным итогом всех трансформационных процессов. Кроме того, формирующаяся на тот период нормативная правовая база в стране хоть и соответствовала в рассматриваемом периоде складывающимся социально-экономическим отношениям, но при этом в основе правовой системы в части социального обеспечения населения принимались рамочные федеральные законы, регулирующие отдельные формы и виды социального обеспечения. Социальное законодательство не смогло в полном объеме и в равной степени раскрыть смысл декларируемой идеи социального государства. При этом большинство нормативных правовых актов в указанной сфере не было обеспечено реальным финансированием. В принимаемых законах зачастую использовались обобщенные понятия, отсутствовала регламентация видов социальной поддержки населения, не уточнялась компетенция органов каждого уровня управления. В этой связи, отсутствие своевременных и научно обоснованных стратегических решений по возникающим противоречиям в экономической, правовой и социальной сферах привели к острейшим проблемам: поляризации и деградации общества, процессам коммерциализации социальной сферы и снижению качества жизни

населения. Указанные негативные тенденции, влияя друг на друга, мультиплицируют негативные эффекты, а последствия принятых решений оказывают непосредственное влияние на современное состояние экономической и социальной систем. При этом экономические и социальные процессы взаимозависимы: чем ниже уровень производства и реальные доходы населения, тем выше бедность и ниже покупательский спрос, что приводит к ослаблению главных производительных сил – человеческого фактора и качества трудового капитала, а снижение производительных сил тормозит экономическое развитие. Указанные взаимосвязанные и взаимовлияющие проблемы в комплексе образуют негативные факторы, препятствующие экономическому развитию России. Таким образом, возникает объективная необходимость формирования механизма реализации идеи сбалансированности экономической, правовой и социальной систем на основе моделирования процессов принятия решений на макроуровне, с использованием экономико-математического моделирования, с применением синтеза научных подходов теорий игр, управления, экономики, социологии, права и системного анализа.

Разработка механизма реализации идеи сбалансированности экономической, правовой и социальной систем может заключаться в построении и обосновании равновесной модели, использующей идеи социального государства, как основы взаимодействия и взаимовлияния макросистем, базирующейся на концепциях равновесия по Бержу, которое раскрывает смысл Золотого правила нравственности [2]: «Как Вы хотите, чтобы с Вами поступали люди, поступайте и Вы с ними» и равновесия по Нэшу – отношений, основанных на принципах рациональности в комплексной метаструктуре из трех макросистем.

### **1. Анализ взаимодействия экономической, правовой и социальной макросистем**

Взаимодействие экономической, правовой и социальной макросистем проявляется во многих аспектах и на различных уровнях управления. Особенностью экономики, как макросистемы, может являться тот факт, что ее состояние и функционирование определяется, в том числе, и воздействием как объективных, так и субъективных факторов. Одним из главных инструментов этого воздействия, как уже отмечалось, является регулирование посредством национального законодательства. Оно проявляется в установлении определенного порядка экономической и предпринимательской

деятельности, а также в различных экономических критериях и показателях (налоговые ставки, сборы, тарифы, пошлины, цен на отдельные категории товаров и пр.). С другой стороны, право, как макросистема определяется экономикой, ее структурой и экономическими отношениями, которые в определенном смысле отражаются в правовых отношениях и наполняют их экономическим содержанием. Соотношение экономической и правовой систем, проявляющееся во взаимовлиянии и взаимодействии, устанавливается фактом соответствия правового порядка экономических отношений закономерностям и тенденциям развития экономики. Рассматриваемое взаимодействие может быть позитивным, то есть способствовать нормальному функционированию экономической макросистемы и ее росту, а может – негативным, тормозящим ее развитие. Оценить указанное взаимовлияние можно посредством анализа существующей национальной правоприменительной практики и сложившейся на настоящий момент экономической ситуации. Сложность взаимодействия экономической, правовой и социальной сфер состоит в том, что экономическая и социальная макросистемы детерминированы объемом и характером прав субъектов экономической деятельности.

Экономическое развитие страны определяет состояние социальной сферы в частности и общества в целом, а экономические закономерности опосредованы правовыми и социальными факторами, которые определяют конкретное поведение индивида в обществе. На современном этапе сформировалась необходимость наполнения реальным экономическим и социальным содержанием правовых институтов, гарантирующих качество жизни населения. Совершенствование необходимо комплексу прав, определяющих гражданина, как участника общественного производства, а именно, должна быть осуществлена правовая диверсификация субъективного права на труд с учетом социально-экономических факторов. При неизбежной трансформации общества, право должно служить синтезу экономической эффективности и социальной защищенности населения. Необходима также разработка правовых и социальных средств адаптации населения к негативным эффектам функционирования экономической макросистемы, а формирование общегосударственных социальных программ не должно тормозить действие экономических стимулов к трудовой деятельности населения.

Использование экономических и правовых механизмов при принятии стратегических решений, определяющих качество и структуру национальной социальной макросистемы, не может

лишать население его социальных прав. На настоящий момент, существующее правовое регулирование социальной сферы направлено на обеспечение дальнейшего разгосударствления ее отраслей путем развития приватизационных процессов, но уже в инфраструктуре социальной макросистемы, что приводит к деградации образования, медицины и расширению зоны бедности, а также формированию тезиса о социальной незащищенности населения. Тем самым нарушаются провозглашенные в Конституции доктринальные положения о том, что Россия – социальное государство. Решения по вопросам социально-правовой защищенности населения принимаются механически, то есть в процессе функционирования общества «расширяется сфера и плотность действия права вокруг индивида». Между тем правовая защищенность должна иметь социальный аспект с соответствующим экономическим наполнением, определенные закономерности и ограничения.

При развитии процессов нестационарности экономической макросистемы необходимо наращивать правовые средства социальной защиты населения и укреплять статус личности в сфере социальных прав граждан с соответствующим экономическим их содержанием, но при этом социальная защищенность населения не должна становится фактором необоснованного разрастания юридической инфраструктуры, тормозящей экономическое развитие страны. Формирующиеся в настоящее время отдельные общественные тенденции с одной стороны стимулируют растущую экономическую и социальную инфантильность отдельных групп населения, в том числе, через «политику ручного управления» и формирование образа «идеального регулятора», с другой – приводят к росту социальной напряженности, то есть нестационарности экономической и социальной макросистем. Эти факты вызывают необходимость трансформирования существующих подходов к проблемам регулирования социально-экономических систем, которые могут стать предпосылками для формирования механизма национальной правовой системы, ориентированной на интересы населения и в действительности реализующей идеи социального государства. Вероятно, для решения подобной задачи, требуется принятие стратегических решений по формированию новой структуры национальной правовой системы, регулирующей экономическую и социальную макросистемы и обеспечивающей экономическую и социально-правовую защищенность населения: от пересмотра уже существующих норм, определяющих перечень и минимальный размер социальных

гарантий, до формирования новой содержательной и многофункциональной организационной инфраструктуры всеобщего социального обеспечения.

Реализации подобной идеи невозможна без замены, применяемой на настоящее время «неолиберальной» экономической концепции, основанной на принципах индивидуальной рациональности на новый философско-нравственный концепт, например, Золотое правило нравственности, математическим выражением которого считают концепцию равновесия по Бержу.

В основе используемого в работе теоретико-игрового подхода лежит положение о том, что все участники экономических, правовых и социальных отношений «склоняются» к определенным равновесным ситуациям. Далее перейдем к построению равновесных математических моделей, основанных на концепциях равновесия по Бержу, которое раскрывает смысл Золотого правила нравственности, и равновесия по Нэшу – отношений, основанных на принципах индивидуальной рациональности управляющих систем в метаструктуре из трех макросистем.

Логической основой применяемого теоретико-игрового инструментария является формализация следующих положений: особенностей исследуемой проблемы (рассматриваемого конфликта); принятия соответствующих решений, направленных на разрешение конфликта; оптимальности некоторых из решений.

Ограничимся конфликтами, деятельность участников которых направлена на достижение индивидуальных целей каждой макросистемы. Этот подход оправдан отображением в модели реальных процессов.

Направление теории игр, исследующее подобные конфликты, относится к бескоалиционным играм и обладает рядом особенностей: решения принимает не один индивид, а группа из нескольких лиц (физических или юридических), принимающих решения (ЛПР) и образующих управляющую систему – игроки. Каждая из управляющих систем имеет свои определенные соответствующим образом стратегические цели, которые взаимосвязаны и влияют друг на друга. Каждый имеет собственные инструменты и механизмы, определенные нормативным правовым путем для достижения цели.

С позиций системной экономики, рассматривающей процессы в их взаимосвязи, наряду с вышеизложенными функциями правительства, министерства, входящие в его структуру, в том числе определяют деятельность региональных и муниципальных органов государственной власти со-

ответствующих уровней, а общегосударственные цели отождествляются с соответствующими государственными программами, сформулированными и утвержденными в результате определенной формальной процедуры. Таким образом, посредством правовой системы фиксируются цели, стратегии, формируются управляющие сложные системы (игроки) и определяются правила их поведения. Управляемые факторы для каждого игрока в теории игр отождествляются со стратегиями, а выбор конкретной стратегии и является решением бескоалиционной игры.

Перейдем к математической модели бескоалиционной игры, состоящей из следующих элементов: множества игроков (в нашем случае управляющих систем); множества стратегий каждого из игроков; соответствующего скалярного функционала для каждого игрока, определенного на множестве их стратегий, *значение которого оценивает меру достижения игроком своей цели.*

Как ранее было показано, экономическая, правовая и социальная макросистемы взаимосвязаны между собой и оказывают влияние друг на друга. Во главе каждой из них нормативным правовым путем определена управляющая система (в терминологии теории игр – игрок), принимающая на основе имеющейся информации решения и осуществляющая действия с учетом соответствующих целей.

Так, в экономической, правовой и социальных макросистемах с позиций регулирования функциями управления наделены руководители соответствующих органов государственной власти и/или их коллегиальных органов управления. Из-за используемой в настоящее время неолиберальной экономической доктрины («помогай себе сам» и «каждый сам за себя»), допустим, что они придерживаются бескоалиционного варианта игры и при этом вынуждены оставаться в русле общегосударственных задач, совместно формируемых управляющей системой более высокого уровня иерархии (например, правительством, в структуру которого они входят).

Каждому игроку поставим в соответствие порядковый номер: первый, второй, третий и множество игроков обозначим символом  $N = \{1, 2, 3\} \in \mathbb{N}$ . Каждый игрок выбирает и использует собственную стратегию (утвержденную нормативным правовым актом, например Положением о министерстве). Действия  $i$ -го  $i \in N$  игрока в рассматриваемой игре состоят в выборе и использовании стратегии  $x_i$ ,  $i \in N$ , где  $X_i$  – множество его стратегий (утвержденных нормативным правовым актом). Чтобы определить качество функционирования каждого игрока определяется

его функция выигрыша  $f(x)$ , значение которой (выигрыш или исход) оценивает это качество.

В существующей научной литературе нет четкого определения качества функционирования управляющей системы и, исходя из общей концепции качества управления, его можно определить как степень, в которой совокупность характеристик результатов деятельности управляющей системы соответствует требованиям, установленным всеми заинтересованными в этой деятельности сторонами. Очевидно, к заинтересованным сторонам относятся в первую очередь общество, а также управляемая макросистема и иные управляющие и управляемые системы нижних уровней иерархии.

Модели равновесия и балансового равновесия по Бержу экономической, правовой и социальной макросистем строятся для статического варианта игры.

Рассмотрим бескоалиционную игру трех лиц:

$$\langle \{Econ., Leg., Soc.\}, \{X_i\}_{i=Econ., Leg., Soc.}, \{f_i(x)\}_{i=Econ., Leg., Soc.} \rangle, \quad (1.1)$$

где под игроками понимаются органы управления (управляющие системы) трех взаимосвязанных макросистем: экономической, правовой и социальной.

Они выбирают свои стратегии  $x_i \in X_i \subseteq R^{n_i}$  с целью повысить качество своего функционирования, то есть свой выигрыш  $f_i(x)$  в сложившейся ситуации:  $x = (x_{Econ.}, x_{Leg.}, x_{Soc.} = X_{Econ.} \times X_{Leg.} \times X_{Soc.} = X \subseteq R^3$ .

К настоящему времени в принятии решений общепринятым подходом является использование концепции равновесия по Нэшу [3-7].

Равновесие по Нэшу

$(x^e, f^e = (f_{Econ.}(x^e), f_{Leg.}(x^e), f_{Soc.}(x^e))) \in X \times R^3$  для целей статьи определяется тремя равенствами:

$$\begin{aligned} f_{Econ.}(x^e) &= \max_{x_{Econ.} \in X_{Econ.}} f_{Econ.}(x_{Econ.}, x_{Leg.}^e, x_{Soc.}^e) \\ f_{Leg.}(x^e) &= \max_{x_{Leg.} \in X_{Leg.}} f_{Leg.}(x_{Econ.}^e, x_{Leg.}, x_{Soc.}^e) \\ f_{Soc.}(x^e) &= \max_{x_{Soc.} \in X_{Soc.}} f_{Soc.}(x_{Econ.}^e, x_{Leg.}^e, x_{Soc.}). \end{aligned} \quad (1.2)$$

Как видно из (1.2) каждая управляющая система стремится к достижению индивидуальных целей, и, при этом не реализовывает цели других систем, то есть, вероятно может сложиться следующая ситуация, когда реализация целей управляющей системой экономического блока может осуществляться за счет «интересов» социальной сферы с применением инструментов правовой. Так, например, в настоящее время покрытие дефицитов бюджетов (функции экономической макросистемы) пенсионных фондов предполагается осуществить

за счет населения (субъект социальной макросистемы), путем принятия нового законодательства в пенсионной сфере (использование механизмов правовой системы). Иными словами, может быть реализован такой набор стратегий в игре трех игроков, в котором ни один из участников не сможет увеличить свой выигрыш, изменив свою стратегию, если другие участники своих стратегий не меняют.

Построим формальную математическую модель взаимодействия экономической, правовой и социальной макросистем на концепции равновесия по Бержу [9,10], которое раскрывает смысл Золотого правила нравственности и демонстрирует механизм приоритета системных принципов над индивидуальными.

Равновесие по Бержу  $(x^B, f^B = (f_{Econ.}(x^B), f_{Leg.}(x^B), f_{Soc.}(x^B))) \in X \times R^3$  определяется следующей тройкой равенств:

$$\begin{aligned} f_{Econ.}(x^B) &= \max_{(x_{Leg.}, x_{Soc.}) \in X_{Leg.} \times X_{Soc.}} f_{Econ.}(x_{Econ.}^B, x_{Leg.}, x_{Soc.}) \\ f_{Leg.}(x^B) &= \max_{(x_{Econ.}, x_{Soc.}) \in X_{Econ.} \times X_{Soc.}} f_2(x_{Econ.}, x_{Leg.}^B, x_{Soc.}) \\ f_{Soc.}(x^B) &= \max_{(x_{Econ.}, x_{Leg.}) \in X_{Econ.} \times X_{Leg.}} f_3(x_{Econ.}, x_{Leg.}, x_{Soc.}^B). \end{aligned} \quad (1.3)$$

В отличие от (1.2) в системе равенств (1.3) каждая управляющая система стремится к увеличению функций выигрыша двух других, в иных терминах – повышению качества их функционирования. Подобное стремление базируется на фундаменте философско-нравственных принципов (по причине того, что используется идея Золотого правила нравственности) и обозначает ситуацию равновесия, когда функционирование экономической системы осуществляется исключительно в правовом поле и направлено на «удовлетворение интересов» социальной системы. В тоже время деятельность социальной системы, обеспеченная соответствующими нормами права, стимулирует развитие экономической, а правовая система не является в свою очередь институциональным барьером для прогресса экономической и социальной. Стимулами экономического развития в этом случае является улучшение качества и состояния социальной сферы при отсутствии «пустых законодательных лакун» или, наоборот, «зарегулированности» деятельности экономических агентов.

Иными словами, может быть реализован такой набор стратегий в игре трех игроков, в котором ни один из участников на основе философско-нравственных принципов не хочет увеличить свой выигрыш, изменив свою стратегию, и другие участники своих стратегий не меняют по тем же самым принципам.

При общепризнанном подходе, нравственность и человечность должны лежать в основе культуры принятия стратегических решений и это необходимая предпосылка и конечная цель для развития, как управляющих, так и управляемых систем.

Для случая, если экономическая макросистема является «источником» неопределенности построим модель балансового равновесия по Бержу комплексной метасистемы. В ранее опубликованной авторской работе [11, с.92, 160-165, 205-209] на основе использования принципов седловой точки Вальда, а также дополнительных сведений из теории исследования операций и теории многокритериальных задач строится равновесие по Нэшу. Для игры  $n$ -лиц определяется равновесная по Нэшу ситуация и доказывается ее существование как в чистых, так и в смешанных стратегиях. Далее, используя определение равновесной ситуации по Бержу и доказанный факт ее существования, а также определение равновесной по Бержу-Парето ситуации в чистых и смешанных стратегиях. На основе вышеуказанных понятий и формализованных автором ситуаций равновесия Нэша-Слейтера гарантированных решений и минимальных неопределенностей по Слейтеру, существование которых доказано ранее<sup>2</sup>, строится гарантированное по Слейтеру балансовое равновесие по Бержу как аналог седловой точки.

Используя понятие гарантированного решения [11, с. 112-120], доказанный факт его существования, перейдем к построению модели балансового равновесия трех макросистем: экономической, правовой и социальной, при обычных в теории игр ограничениях, т.е. при компактности множества неопределенностей и множества стратегий игроков и непрерывности их функций выигрыша.

Рассмотрим в качестве игрока управляющую структуру экономической системы, которая может являться «генератором» дисфункциональных процессов и неопределенностей в комплексной метасистеме и, соответственно, множеством стратегий этого игрока будет  $y \in Y$ , функцией

$$\psi_{econ}(y, x) = -\sum_{i \in \mathbb{N}} \alpha_i f_i(y, x) \text{ для } \alpha_i = const \geq 0 (i \in \mathbb{N}) \wedge \sum_{i \in \mathbb{N}} \alpha_i > 0.$$

Обозначим еще двух игроков – управляющую систему социальной и правовой макросистем с функциями выигрыша соответственно:

$$\psi_{soc}(y, z, x) = \max \{f_i(y, z, \|x) - f_i(y, z) (i \in \mathbb{N}),$$

$$\sum_{j \in \mathbb{N}} f_j(y, x) - \sum_{j \in \mathbb{N}} f_j(y, z)\}$$

и

$$\psi_{leg}(y, z, x) = -\psi_{soc}(y, z, x) = \psi(y, z, x).$$

Таким образом, первый игрок – это управляющая структура экономической системы  $Econ.$  с его функцией выигрыша  $\psi_{econ}(y, x)$ , второй – правовая  $Leg$  с функцией выигрыша  $\psi_{leg}(y, z, x)$  и третий – социальная система  $Soc$  с функцией выигрыша  $\psi_{soc}(y, z, x)$ .

При этом пусть стратегиями управляющей системы  $Soc$  являются ситуации  $x \in X$  игры (1.1), стратегиями  $Leg$  пусть будут  $z \in Z = X$ , то есть также ситуации игры (1.1), а так как экономическая система, как это было показано ранее, определяет специфику построения национальных правовой и социальной макросистем и при этом является источником трансформационных процессов, то стратегией игрока  $Econ.$  можно считать  $y \in Y$ . Рассмотрим вспомогательную игру трех лиц:

$$G = \langle \{Econ., Leg., Soc.\}, \{Y, Z, X\}, \{\psi_i(y, z, x)\}_{i=1,2,3} \rangle$$

Ситуация равновесия по Нэшу игры  $G$  определяется следующими тремя равенствами:

$$\max_{y \in Y} \psi_{Econ.}(y, z^e, x^e) = \psi_{Econ.}(y^e, z^e, x^e),$$

$$\max_{z \in Z=X} \psi_{Leg.}(y^e, z, x^e) = \psi_{Leg.}(y^e, z^e, x^e),$$

$$\max_{x \in X} \psi_{Soc.}(y^e, z^e, x) = \psi_{Soc.}(y^e, z^e, x^e).$$

С учетом вида функций  $\psi_i(y, z, x)$  ( $i = 1, 2, 3$ ) первого равенства получаем  $y^e = y_s$  и пара  $(z^e, x^e)$  образует седловую точку антагонистической игры:

$$\langle \psi(y_s, z, x) = \psi_{Soc.} = (y_s, z, x), Z = X, X \rangle.$$

Из вышеуказанного факта и доказанной теоремы о том, что, если в антагонистической игре существует седловая точка, то минимальная стратегия является равновесной по Бержу-Парето ситуацией [2, с.76, 120-129] в бескоалиционной игре (1.1), следует, что если в игре  $G$  существует равновесная по Нэшу ситуация, то  $(z^e, f^S = f(y^e, z^e, x^e))$  и будет гарантированным по Слейтеру балансовым равновесием по Бержу.

При этом ситуация равновесия по Бержу игры  $G$  будет определяться следующими тремя равенствами:

$$\max_{y \in Y} \psi_{Econ.}(y^B, z, x) = \psi_{Econ.}(y^B, z^B, x^B),$$

$$\max_{z \in Z=X} \psi_{Leg.}(y, z^B, x) = \psi_{Leg.}(y^B, z^B, x^B),$$

$$\max_{x \in X} \psi_{Soc.}(y, z, x^B) = \psi_{Soc.}(y^B, z^B, x^B).$$

Таким образом, строится модель балансового равновесия трех макросистем: экономической,

правовой и социальной на основе нравственно-философского концепта Золотого правила нравственности, где экономическая система может являться источником дисфункциональности и неопределенности и при этом существует устойчивая по отношению к «отклонению» других игроков гарантированная, но слабоэффективная равновесная ситуация.

Далее с целью доказательства существования эффективного (оптимального по Парето) гарантированного решения, основанного на философско-нравственном концепте Золотого правила (одновременно равновесного по Бержу), используем терминологию и доказательные конструкции теории игр. Итак, рассмотрим бескоалиционную игру  $N$  лиц при неопределенности

$$\langle \mathbb{N}, \{X_i\}_{i \in \mathbb{N}}, Y, \{f_i(x, y)\}_{i \in \mathbb{N}} \rangle, \quad (1.4)$$

где  $\mathbb{N} = \{1, 2, \dots, N \geq 2\}$  множество порядковых номеров игроков.

Каждый игрок  $i \in \mathbb{N}$  выбирает и использует свою стратегию  $x_i \in X_i \subset \mathbb{R}^{n_i}$  ( $i \in \mathbb{N}$ ), в результате образуется ситуация

$$x = (x_1, \dots, x_N) \in X = \prod_{i \in \mathbb{N}} X_i \subseteq \mathbb{R}^n \quad (n = n_1 + \dots + n_N).$$

Независимо от действий игроков в игре (1.4) реализуется любая неопределенность  $y \in Y \subset \mathbb{R}^m$ .

На «парах»  $(x, y) \in X \times Y$  определена функция выигрыша  $i$ -го игрока  $f_i(x, y)$ , значение которой называется выигрышем  $i$ -го игрока.  $X \in \text{comp} \mathbb{R}^n$ ,  $Y \in \text{comp} \mathbb{R}^m$  и непрерывная  $f_i(x, y) \in \text{comp}(X \times Y)$  [11, с. 112-120].

Затем построим функции риска по Сэвиджу:

$$R_i(x, y) = \max_{z \in X} f_i(z, y) - f_i(x, y), \quad (i \in \mathbb{N})$$

и далее – гарантированный выигрыш  $i$ -го игрока  $f_i[x] = \min_{y \in Y} f_i(x, y)$  ( $i \in \mathbb{N}$ ) и соответствующий гарантированный риск по Сэвиджу  $R_i[x] = \max_{y \in Y} R_i(x, y)$  ( $i \in \mathbb{N}$ ).

В результате последовательно переходим к так называемой «игре гарантий»

$$G_2 = \langle \mathbb{N}, \{X_i\}_{i \in \mathbb{N}}, \{f_i[x], -R_i[x]\}_{i \in \mathbb{N}} \rangle$$

и к вспомогательной игре

$$G_3 = \langle \mathbb{N}, \{X_i\}_{i \in \mathbb{N}}, \{F_i[x] = f_i[x] - \tau_i R_i[x]\}_{i \in \mathbb{N}} \rangle = \langle \mathbb{N}, \{X_i\}_{i \in \mathbb{N}}, \{F_i[x]\}_{i \in \mathbb{N}} \rangle \quad (1.5)$$

где постоянная  $\tau_i \in (0, 1)$ .

Дополнительно обозначим

$$[x \| z_i] = [x_1, \dots, x_{i-1}, z, x_{i+1}, \dots, x_N].$$

И, следуя предлагаемой методологии, приведем следующее определение.

**Определение 1.1.** Ситуация  $x^B = (x_1^B, \dots, x_N^B) \in X$  называется равновесной по Бержу в игре (1.5), если:

$$f_i(x^B \| x_i) \leq f_i(x^B), \quad \forall x \in X, \quad (i \in \mathbb{N}).$$

Используя тот факт, что если в игре двух лиц  $\mathbb{N} = \{1, 2\}$  игроки «обмениваются» своими функциями выигрыша, то ситуация равновесия по Нэшу становится ситуацией равновесия по Бержу исходной игры [2, с. 70], отметим, что множество равновесий по Бержу внутренне неустойчиво и ухудшаемо. Преодолеть этот недостаток может требование оптимальности по Парето.

## 2. Существование оптимальных по Парето равновесных по Бержу ситуаций в бескоалиционной игре $N$ лиц при неопределенности

Приведем понятие Парето-равновесной по Бержу ситуации.

**Определение 2.1.** Ситуация  $x^{P_B} \in X$  называется Парето-равновесной по Бержу для игры (1.5), если одновременно выполняются следующие условия:

- ситуация  $x^{P_B}$  равновесна по Бержу в игре, то есть выполняется равенство  $\max_{x \in X} F_i[x \| x_i^B] = F_i[x^B]$  ( $i \in \mathbb{N}$ ), множество  $\{x^B\} = X^B$ ;
- ситуация  $x^{P_B}$  максимальна по Парето в  $N$ -критериальной задаче  $\langle X^B, \{F_i[x]\}_{i \in \mathbb{N}} \rangle$ , если при  $\forall x^B \in X$  несовместна система неравенств  $F_i[x] \geq F_i[x^B]$  ( $i \in \mathbb{N}$ ), из которых по крайней мере одно строгое.

Достаточные условия существования Парето-равновесной по Бержу ситуации конструируются с помощью гермееровской свертки [12], при этом используются  $N$ -векторы  $x = (x_1, \dots, x_N) \in X$ ,  $z = (z_1, \dots, z_N) \in X$ ,  $f = (f_1, \dots, f_N)$ ,  $R = (R_1, \dots, R_N)$ ,  $F = (F_1, \dots, F_N)$  и  $\tau_i = \text{const} \in [0, 1]$  ( $i \in \mathbb{N}$ ). Далее рассмотрим  $N + 1$  скалярных функций:

$$\begin{aligned} f_1(x, z) &= F_1[z_1, x_2, \dots, x_N] - F_1[z], \\ f_2(x, z) &= F_2[x_1, z_2, \dots, x_N] - F_2[z], \\ &\dots \\ f_N(x, z) &= F_N[x_1, x_2, \dots, z_N] - F_N[z], \\ f_{N+1}(x, z) &= \sum_{k=1}^N F_k[x] - \sum_{k=1}^N F_k[z] \end{aligned} \quad (2.1)$$

и их гермеевскую свертку:

$$f(x, z) = \max_{k=1, \dots, N+1} f_k(x, z). \quad (2.2)$$

Приведем следующее утверждение.

**Утверждение 2.1.** Если в антагонистической игре:

$$\langle X, Z = X, f(x, z) \rangle$$

существует седловая точка  $(x^0, z^B) \in X \times Z = X$ , то есть:

$$\max_{x \in X} f(x, z^B) = f(x^0, z^B) = \min_{x \in X} f(x^0, z),$$

то стратегия  $z^B$ , входящая в седловую точку  $(x^0, z^B)$ , является Парето-равновесной по Бержу ситуацией игры (1.5). Отметим, что множество седловых точек в антагонистической игре внутренне устойчиво и, следовательно, множество Парето-равновесных по Бержу ситуаций внутренне устойчиво.

Проведем доказательство существования Парето-равновесных по Бержу ситуаций смешанных стратегиях. Для начала приведем ряд вспомогательных сведений.

В теории игр и теории принятия решений в содержательном смысле под чистой стратегией понимается стратегия, однозначно выбираемая игроком, что в практическом плане встречается достаточно редко, и поэтому часто используются смешанные стратегии. *Под смешанной стратегией можно понимать* такую, в которой чистые стратегии чередуются случайным образом.

Используя подходы, предложенные Э. Борелем [13-16], установим равновесие Парето-равновесной по Бержу ситуации игры (1.5) в смешанных стратегиях при следующих ограничениях: компактность множества стратегий игроков и непрерывность функций выигрыша.

Далее используем следующий факт [1]: если  $x = (x_1, \dots, x_N) \in X = \prod_{i \in \mathbb{N}} X_i \subseteq \mathbb{R}^n$ , на парах

$(x, y) \in X \times Y$  определена функция выигрыша  $i$ -го игрока  $f_i(x, y)$ , значение которой является выигрышем  $i$ -го игрока,  $X \in \text{comp} \mathbb{R}^n$ ,  $Y \in \text{comp} \mathbb{R}^m$  и непрерывная  $f_i(x, y) \in \text{comp}(X \times Y)$ , то перейдем к смешанному расширению игры (1.5).

На каждом из  $N$  компактов множества  $X_i$  построим борелевскую  $\tau$ -алгебру  $\Omega(X_i)$  и вероятностные меры  $\mu(\cdot)$  на  $\Omega(X_i)$ , то есть неотрицательные скалярные функции, определенные на элементах  $\Omega(X_i)$ , счетно-аддитивные и нормированные на  $X_i$  единицей. Множество вероятностных мер обозначим символом  $\{\mu_i\}$ , а под мерой  $\mu(\cdot)$  будем понимать смешанную стратегию  $i$ -го игрока.

Далее для игры (1.5) конструируем ситуации в смешанных стратегиях как меры-произведения  $\mu(dx) = \mu_1(dx_1) \dots \mu_N(dx_N)$ . Множество таких ситуаций обозначим, как  $\{\mu\}$  и найдем математические ожидания:

$$f_i(\mu) = \int_X f_i(x) \mu(dx) \quad (i \in \mathbb{N}). \quad (2.3)$$

Игре (1.5)  $G_3 = \langle \mathbb{N}, \{X_i\}_{i \in \mathbb{N}}, \{F_i[x]\}_{i \in \mathbb{N}} \rangle$  поставим в соответствие ее смешанное расширение:

$$G_3^* = \langle \mathbb{N}, \{\mu_i\}_{i \in \mathbb{N}}, \{f_i(\mu)\}_{i \in \mathbb{N}} \rangle.$$

В бескоалиционной игре  $N$  лиц  $G_3^*$ :  $\mu_i(\cdot) \in \{\mu_i\}$  – смешанная стратегия игрока  $i$  ( $i \in \mathbb{N}$ );  $\mu(\cdot) \in \{\mu\}$  – ситуация в смешанных стратегиях;  $f_i(\mu)$  – функция выигрыша  $i$ -го игрока ( $i \in \mathbb{N}$ ), которая определена в (1.5).

Далее в настоящем исследовании будем использовать:

$N$ -векторы  $x = (x_1, \dots, x_N) \in X$ ,

$z = (z_1, \dots, z_N) \in X, (i \in \mathbb{N})$ ,

$\mu(\cdot), \eta(\cdot) \in \{\mu\}$ ;

и математические ожидания:

$$F_i(\mu) = \int_X F_i(x) \mu(dx),$$

$$F_i(\eta) = \int_X F_i(z) \eta(dz),$$

$$F_i(\eta \parallel \mu) = \int_{X_1} \dots \int_{X_{i-1}} \int_{X_{i+1}} \dots \int_{X_N} F_i(z_1, \dots, z_{i-1}, x_i, z_{i+1}, \dots, z_N) \eta_N(dz_N) \dots \eta_{i+1}(dz_{i+1}) \eta_i(dz_i) \eta_{i-1}(dz_{i-1}) \dots \eta_1(dz_1), \quad (2.4)$$

где  $x_i, z_i \in X_i$  ( $i \in \mathbb{N}$ ) и  $x, z \in X$ .

Ситуации равновесия по Бержу в чистых стратегиях (Определение 1.1) соответствует следующее понятие равновесной по Бержу ситуации  $\mu^B(\cdot) \in \{\mu\}$  в смешанных стратегиях в исходной игре (1.5).

**Определение 2.2.** Ситуация  $\mu^B(\cdot) \in \{\mu\}$  называется равновесной по Бержу в игре (1.5), если:

$$F_i(\mu^B \parallel \mu_i) \leq F_i(\mu^B) \quad \forall \mu(\cdot) \in \{\mu_i\} \quad (i \in \mathbb{N}). \quad (2.5)$$

$\mu^B(\cdot) \in \{\mu\}$  также назовем равновесной по Бержу ситуацией в смешанных стратегиях для игры (1.5).

При выполнении требований  $X_i \in \text{comp} \mathbb{R}^{n_i}$  и непрерывности  $f_i(x) \in \text{comp}(X)$  ( $i \in \mathbb{N}$ ), согласно работе К. Бержа [11] и А. А. Гусейнова, В. И. Жуковского, К. Н. Кудрявцева [2, с. 86], в игре (1.5) существует равновесная по Бержу ситуация в смешанных стратегиях.

Игре  $G_3^* = \langle \mathbb{N}, \{\mu_i\}_{i \in \mathbb{N}}, \{F_i(\mu)\}_{i \in \mathbb{N}} \rangle$  поставим в соответствие  $N$ -критериальную задачу:

$$\langle \{\mu_i\}_{i \in \mathbb{N}}, \{F_i(\mu)\}_{i \in \mathbb{N}} \rangle. \quad (2.6)$$

В задаче (2.6) управляющая система с целью достичь наилучших значений всех компонент



векторного критерия  $F(\mu) = (F_1(\mu), \dots, F_N(\mu))$  определяет/выбирает ситуацию  $\mu(\cdot) \in \{\mu\}$ . Далее приведем определение максимальной по Парето ситуации.

**Определение 2.3.** Ситуация  $\mu^P(\cdot) \in \{\mu\}$  называется максимальной по Парето для задачи (2.6), если при  $\forall \mu(\cdot) \in \{\mu\}$  несовместна система неравенств:

$$F_i[\mu] \geq F_i^P[\mu] \quad (i \in \mathbb{N}),$$

из которых по крайней мере одно неравенство строгое.

Используя результаты [2], аналогом  $\sum_{i \in \mathbb{N}} f_i[x] \leq \sum_{i \in \mathbb{N}} f_i[x^P]$  является утверждение: если при всех  $\mu(\cdot) \in \{\mu\}$  справедливо:

$$\sum_{i \in \mathbb{N}} F_i(\mu) \leq \sum_{i \in \mathbb{N}} F_i(\mu^P), \quad (2.7)$$

то ситуация в смешанных стратегиях  $\mu^P(\cdot) \in \{\mu\}$  максимальна по Парето в задаче (2.6).

**Определение 2.4.**  $\mu^{P_B}(\cdot) \in \{\mu\}$  называется Парето-равновесной по Бержу ситуацией в смешанных стратегиях для игры (1.5), если:

- $\mu^{P_B}(\cdot)$  является равновесной по Бержу в игре (1.5) по определению (2.2);
- $\mu^{P_B}(\cdot)$  максимальна по Парето в многокритериальной задаче (2.6) по определению (2.3).

Далее перейдем к доказательству существования равновесной по Бержу ситуации в смешанных стратегиях, одновременно максимальной по Парето по отношению к остальным равновесным по Бержу ситуациям.

**Утверждение 2.2.** Если в бескоалиционной игре (1.5):

- множество стратегий каждого  $i$ -го игрока  $X_i \in \text{comp} \mathbb{R}^{n_i} \quad (i \in \mathbb{N})$ ;
- функции выигрыша  $F_i(x)$  каждого  $i$ -го игрока ( $i \in \mathbb{N}$ ) непрерывны на  $X = \prod_{i \in \mathbb{N}} X_i$ ,

то существует Парето-равновесная по Бержу ситуация в смешанных стратегиях  $\mu^{P_B}(\cdot) \in \{\mu\}$ .

**Доказательство.** Используя доказательные конструкции [11, с. 213-228], построим скалярную функцию (2.2):

$$f(x, z) = \max_{k=1, \dots, N+1} f_k(x, z),$$

где по формуле (2.1):

$$f_1(x, z) = F_1[z_1, x_2, \dots, x_N] - F_1[z],$$

$$f_2(x, z) = F_2[x_1, z_2, \dots, x_N] - F_2[z],$$

...

$$f_N(x, z) = F_N[x_1, x_2, \dots, z_N] - F_N[z],$$

$$f_{N+1}(x, z) = \sum_{k=1}^N F_k[x] - \sum_{k=1}^N F_k[z]$$

и  $N$ -векторы  $x = (x_1, \dots, x_N) \in X$ ,  $z_i \in X_i \quad (i \in \mathbb{N})$ ,  $z = (z_1, \dots, z_N) \in X$ ,  $x_i \in X_i \quad (i \in \mathbb{N})$ .

Следуя доказательным конструкциям [11, с. 235-239], функция  $f(x, z)$  определена и непрерывна на произведении компактов  $X \times X$ .

Далее построим вспомогательную антагонистическую игру:

$$\langle \{I, II\}, X, Z = X, f(x, z) \rangle, \quad (2.8)$$

в которой игрок I выбором своей стратегии  $x \in X$  стремится максимизировать, а игрок II, выбирая  $z \in X$ , минимизировать функцию  $f(x, z)$ , непрерывную на  $X \times Z = X$ .

Далее применим к игре (2.8) частный случай теоремы Гликсберга [17], где седловая точка в игре (2.8) совпадает с ситуацией равновесия по Нэшу в бескоалиционной игре двух лиц:

$$\langle \{I, II\}, \{X, Z = X\}, \psi_I(x, z) = f(x, z), \psi_{II}(x, z) = -f(x, z) \rangle.$$

В вышеуказанной игре двух лиц игрок I выбором своей стратегии  $x \in X$  стремится максимизировать  $\psi_I(x, z) = f(x, z)$ , а игрок II, выбирая  $z \in X$ , максимизировать  $\psi_{II}(x, z) = -f(x, z)$ . Итак как множества  $X$  и  $Z = X$  компактны, а  $\psi_I(x, z) = f(x, z)$  и  $\psi_{II}(x, z) = -f(x, z)$  непрерывны на  $Z \times X$ , то согласно теореме Гликсберга существует ситуация равновесия по Нэшу  $(\mu^e, \eta^*)$ , в смешанном расширении (игра  $G_2$ ):

$$G_2 = \left\langle \{I, II\}, \{\mu\}, \{\eta\}, \{f_i(\mu, \eta) = \int \int f_i(x, z) \mu(dx) \eta(dz)\}_{i=I, II} \right\rangle,$$

причем  $(\mu^e, \eta^*)$  одновременно является седловой точкой смешанного расширения игры (2.8):

$$\left\langle \{I, II\}, \{\mu\}, \{\eta\}, \{\psi_i(\mu, \eta) = \int \int \psi_i(x, z) \mu(dx) \eta(dz)\}_{i=I, II} \right\rangle.$$

Итак, еще раз используем теорему Гликсберга, согласно которой существует пара  $(\mu^e, \eta^*)$ , которая является седловой точкой  $\psi(\mu, \eta)$ , то есть:

$$\psi(\mu, \eta^*) \leq \psi(\mu^e, \eta^*) \leq \psi(\mu^e, \eta). \quad (2.9)$$

Далее используем тот факт, что если в игре двух лиц  $\mathbb{N} = \{I, II\}$  игроки «обмениваются» своими функциями выигрыша, то ситуация равновесия по Нэшу становится ситуацией равновесия по Бержу исходной игры [2, с. 70], а также используем утверждение 2.1  $\mu^e = \mu^B \in \{\mu\}$ .

В правом равенстве (2.9)

$\psi(\mu, \eta^*) \leq \psi(\mu^B, \eta^*) \leq \psi(\mu^B, \eta)$ , положив  $\eta = \mu^B$ , получим  $\psi(\mu^B, \mu^B) = 0$ , и поэтому для каждой  $\mu(\cdot) \in \{\mu\}$  из (2.9) следует:

$$0 \geq \psi(\mu, \eta^*) = \int \int \max_{k=1, \dots, N+1} \psi_k(x, z) \mu(dx) \eta^*(dz). \quad (2.10)$$

Аналогично свойству, что максимум суммы не больше суммы максимумов, в работах В.И. Жуковского, К.Н. Кудрявцева [18,19] установлено, что:

$$\begin{aligned} \max_{k=1, \dots, N+1} \int_X \int_X \psi_k(x, z) \mu(dx) \eta^*(dz) &\leq \\ &\leq \int_X \int_X \max_{k=1, \dots, N+1} \psi_k(x, z) \mu(dx) \eta^*(dz). \end{aligned} \quad (2.11)$$

Из (2.10) и (2.11) получаем:

$$\max_{k=1, \dots, N+1} \int_X \int_X \psi_k(x, z) \mu(dx) \eta^*(dz) \leq 0 \quad \forall \mu(\cdot) \in \{\mu\}$$

но тогда и для каждого  $k = 1, \dots, N, N+1$  следует:

$$\int_X \int_X \psi_k(x, z) \mu(dx) \eta^*(dz) \leq 0 \quad \forall \mu(\cdot) \in \{\mu\}. \quad (2.12)$$

С учетом нормированности смешанных стратегий и ситуации в смешанных стратегиях:

$$\int_X \mu_i(dx) = 1, \int_X \eta_i(dz) = 1, \int_X \mu(dx) = 1, \int_X \eta(dz) = 1, \quad (2.13)$$

при

$$\mu_i(\cdot) \in \{\mu_i\}, \eta_i(\cdot) \in \{\eta_i\}, \mu(\cdot) \in \{\mu\}, \eta(\cdot) \in \{\eta\}$$

( $i \in \mathbb{N}$ ) выделим следующие два случая и для  $k \in \mathbb{N}$  и  $k = N+1$  уточним вид неравенств (2.12):

1.  $k \in \mathbb{N}$ . Применяя формулы (2.1) и (3.13), при каждом  $i \in \mathbb{N}$  неравенство (2.12) сводится к виду:

$$\begin{aligned} \int_X \int_X [F_i(z \| x_i) - F_i(z)] \mu(dx) \eta^*(dz) &= \int_X \int_X [F_i(z \| x_i) - F_i(z)] \mu_i(dx_i) \eta^*(dz) = \\ &= \int_X \int_X F_i(z \| x_i) \mu_i(dx_i) \eta^*(dz) - \int_X F_i(z \| x_i) \eta^*(dz) \int_X \mu_i(dx_i) \stackrel{(2.13)}{=} \\ &\stackrel{(2.13)}{=} [\int_{X_i} \dots \int_{X_i} \dots \int_{X_i} F_i(z_1, \dots, z_{i-1}, x_i, z_{i+1}, \dots, \\ &\dots, z_N) \eta_N^*(dz_N) \dots \eta_{i+1}^*(dz_{i+1}) \mu_i(dz_i) \eta_{i-1}^*(dz_{i-1}) \dots \eta_1^*(dz_1)] - F_i(\eta^*) = \\ &= F_i(\eta^* \| \mu) - F_i(\eta^*) \leq 0, \forall \mu_i \in \{\mu_i\}. \end{aligned}$$

Из (2.5) и полученного вида неравенства следует включение  $\eta^*(\cdot) \in \{\eta\}$ , то есть по Определению 2.2 ситуация в смешанных стратегиях  $\eta^*(\cdot)$  будет равновесной по Бержу для игры (1.5).

2.  $k = N+1$ . Для данного случая неравенство (2.12) примет вид:

$$\begin{aligned} \int_X \int_X \psi_{N+1}(x, z) \mu(dx) \eta^*(dz) &= \\ &= \int_X \int_X \sum_{i \in \mathbb{N}} F_i(x) \mu(dx) \eta^*(dz) - \int_X \int_X \sum_{i \in \mathbb{N}} F_i(z) \mu(dx) \eta^*(dz) = \\ &= \int_X \sum_{i \in \mathbb{N}} F_i(x) \mu(dx) \int_X \eta^*(dz) - \int_X \sum_{i \in \mathbb{N}} F_i(z) \eta^*(dz) \int_X \mu(dx) \stackrel{(2.7)}{=} \\ &\stackrel{(5.9)}{=} \sum_{i \in \mathbb{N}} F_i(\mu) - \sum_{i \in \mathbb{N}} F_i(\eta^*) \leq 0, \forall \mu(\cdot) \in \{\mu\}. \end{aligned}$$

Из полученного неравенства следует (2.7) при  $\mu^P = \eta^*$ , то есть ситуация в смешанных стратегиях  $\eta^*(\cdot)$  максимальна по Парето для  $N$ -критериальной задачи (2.6).

Из вышеуказанных пунктов 1 и 2, а также из Определения 2.4 следует, что  $\eta^*(\cdot)$  будет Парето-равновесной по Бержу ситуацией в смешанных стратегиях для игры (1.5). Этот вывод и завершает доказательство Утверждения 2.2.

Далее формализуем гарантированное по выигрышам и рискам неуплощаемое равновесие по Бержу игры (1.5).

**Определение 2.5.** Тройка  $(x^P, f^P, R^P)$  называется гарантированным по выигрышам и рискам равновесием по Бержу (неуплощаемым) игры (1.5), если одновременно выполняются следующие условия:

- 1)  $f^P = f^P[x], R^P = R^P[x]$ ;
- 2) существуют непрерывные на  $X$  скалярные функции  $f_i[x] = \min_{y \in Y} f_i(x, y), R_i[x] = \max_{y \in Y} R_i(x, y)$ , где:

$$R_i(x, y) = \max_{z \in X} f_i(z, y) - f_i(x, y) \quad (i \in \mathbb{N});$$

- 3) множество  $X^B$  ситуаций равновесия по Нэшу  $x^B$  не пусто в «игре гарантий» при хотя бы одной постоянной  $\tau_i \in (0, 1)$ :

$$G_3 = \langle \mathbb{N}, \{X_i\}_{i \in \mathbb{N}}, \{F_i[x] = f_i[x] - \tau_i R_i[x]\}_{i \in \mathbb{N}} \rangle,$$

$$\text{то есть } \max_{x_i \in X_i} F_i[x^B \| x_i] = F_i[x^B] \quad (i \in \mathbb{N});$$

- 4) ситуация  $x^P$  максимальна по Парето в  $N$ -критериальной «задаче гарантий»  $\langle X^B, \{F_i[x]\}_{i \in \mathbb{N}} \rangle$ , то есть несовместна система неравенств:

$$F_i[x] \geq F_i[x^P] \quad (i \in \mathbb{N}) \quad \text{для } \forall x \in X^B.$$

Перечислим достоинства формализованного выше равновесия по Бержу:

- 1) приведенное в Определении 2.1 решение позволяет учитывать стремление игрока к увеличению выигрыша с одновременным уменьшением возникшего при этом риска;
- 2) для выигрышей игроков определены границы снизу  $f_i[x^P] \leq f_i(x^P, y) \quad \forall y \in Y$ , а для рисков – границы сверху  $R_i[x^P] \geq R_i(x^P, y) \quad \forall y \in Y$ , при этом необходимо отметить, что непрерывность гарантий  $f_i[x]$  и  $R_i[x]$  есть следствие  $X \in \text{comp} \mathbb{R}^n, Y \in \text{comp} \mathbb{R}^m$  и  $f_i(x, y) \in \text{comp}(X \times Y)$ ;
- 3) по сравнению с  $f_i[x^P]$  улучшение гарантированных выигрышей для отдельного игрока приведет к увеличению гарантированного риска по сравнению с  $R_i[x^P]$ , а уменьшение

- указанного риска автоматически уменьшит гарантированный выигрыш;
- 4) из оптимальности ситуации  $x^P$  по Парето следует, что невозможно одновременно увеличить разность  $F_i[x^P]$ ;
  - 5) из всех гарантированных решений выбрано наилучшее, у которого разность  $F_i[x^P]$  принимает наибольшее значение в смысле «векторного максимума»;
  - 6) если выполняется требование  $X \in \text{comp} \mathbb{R}^n$ ,  $Y \in \text{comp} \mathbb{R}^m$  и непрерывности  $f_i(x, y) \in \text{comp}(X \times Y)$ , то гарантии  $f_i[x]$  и  $R_i[x]$  существуют и непрерывны на  $X$ , поэтому вопрос о существовании решения, формализованного Определением 2.2, соотносится с вопросом о существовании ситуации равновесия по Нэшу для «игры гарантий»  $G_2$ .

Остановимся на более подробном описании особенностей равновесия по Бержу.

- При использовании в качестве решения игры ситуации равновесия по Бержу, даже в случае так называемой «игры гарантий», игроки не нуждаются в предварительных договоренностях о применении конкретной ситуации равновесия из  $X^B$  множества ситуаций равновесия по Бержу, так как процесс принятия решений базируется на основе Золотого правила нравственности в позитивном его толковании, то есть игрок самостоятельно принимает решение и заранее не требуются переговоры с другими участниками игры. Указанный факт подтверждает бескоалиционный характер игры.
- При реализации выбранной ситуации равновесия по Бержу каждый игрок уверен, что остальные игроки также будут придерживаться своих стратегий рассматриваемой ситуации равновесия, иначе они не достигнут максимально возможного выигрыша. Уверенность в действиях остальных игроков основывается на используемой философско-нравственной концепции, лежащей в основе процесса принятия решений.
- Множество ситуаций по Бержу, также как и ситуаций равновесия по Нэшу является внутренне неустойчивым, то есть могут существовать две ситуации по Бержу такие, что выигрыши всех игроков в одной из них строго больше, чем в другой. При этом необходимо отметить, что избежать этого свойства можно, используя в качестве решений: активные равновесия и их частные случаи – равновесия угроз и контр угроз; Парето-равновесные по Бержу ситуации.

- Ситуации равновесия по Бержу могут быть улучшены. Преодолевать это свойство использование в качестве решений игры максимальных по Парето ситуаций или Парето-равновесных по Бержу ситуаций, то есть ситуаций равновесия по Бержу одновременно максимальных по Парето.

## Заключение

В статье предпринята попытка формализации механизма реализации идеи сбалансированности экономической, социальной и правовой макросистем с использованием применения теоретико-игровых моделей и на основе междисциплинарного подхода. Использование Золотого правила нравственности в качестве основы новой экономической парадигмы позволит переориентировать принятую в России доктрину «слабого государства в экономике» на концепт «сильного государства в экономике» [20] и направить процесс принятия стратегических решений в социальной сфере «на широкий спектр интересов большинства россиян и страны в целом, на уменьшение ставшего уже недопустимо высоким и социально опасным уровня дифференциации доходов различных групп населения, на снижение бедности и безработицы путем развития производственного потенциала и заметного увеличения оплаты труда наемных работников и, как следствие, уменьшение количества россиян с доходами ниже адекватного реальным условиям определяемого прожиточного минимума, на уменьшение фактически высокой платности образования, здравоохранения...» [21, с. 262].

Таким образом, необходима трансформация существующих в настоящее время конституционно-правовых и экономических механизмов реализации прав населения. Отсюда возникает потребность в разработке нового Основного Закона (Конституции России), который может базироваться на макромоделю социального государства, основанного на философско-нравственной доктрине Золотого правила нравственности, и может быть ориентирован на достижение последовательного динамичного роста качества жизни населения и его благополучия.

## Литература

1. Аристов Е.В. Правовая парадигма социального государства: монография. М.: Юнити-Дана, 2016. 367 с.
2. Гусейнов А.А., Жуковский В.И., Кудрявцев К.Н. Математические основы Золотого правила

- нравственности : Теория нового альтруистического уравнивания конфликтов в противоположность «эгоистичному» равновесию по Нэшу. М.: Ленанд. 2016. 280 с.
3. *Нэш Дж.* Равновесные точки в игре  $n$  лиц / пер. с англ. (Nash J.F. Equilibrium points in  $N$ -person game) // Proc. Nat. Acad. Sci. USA, 1950. V. 36. Pp. 48–49.
  4. *Nash J.F.* Equilibrium Points in  $N$ -Person Games // Proc. Nat. Acad. Sci. USA. 1950. 36. P. 48–49.
  5. *Nash J.F.* Non-Cooperative Games // Ann. of Math. 1951. 54. P. 286–295.
  6. *Nash J.F.* The Bargaining Problem // Econometrica. 1950. 18. P. 155–162.
  7. *Nash J.F.* Two Person Cooperative Games // Econometrica. 1953. 21. P. 128–140.
  8. *Лефевр В.А.* Конфликтующие структуры. Рефлексия. М.: Когито-центр. 2003. С. 95–107.
  9. *Берж К.* Общая теория игр нескольких лиц / пер. с фр. И. В. Соловьева ; под ред. В. Ф. Колчина. М. : Физматгиз. 1961. 126 с.
  10. *Berge C.* Sur une Convexite Reguliere et ses Applications a la Theorie des Jeux // Bull. Soc. Math. France. 1954. Vol. 81. P. 301–315.
  11. *Жуковский В.И., Жуковская Л.В.* Риск в многокритериальных и конфликтных системах при неопределенности. М.: Межд. НИИ проблем управления. М.: Едиториал УРСС. 2003. 273 с.
  12. *Гермейер Ю.Б.* Игры с противоположными интересами. М.: Наука. 1976. 328 с.
  13. *Borel E.* La Theorie du Jeu et les Equations Integrales a Noyau Symetrique // Comptes Rendus de L'Academie des Sciences. 1921. 173. P. 1304–1308.
  14. *Borel E.* Sur le Systeme de Formes Lineaires et la Theorie des Jeux // Compte Rendue de L'Academie des Science. 1927. 184. P. 52–54.
  15. *Borel E.* Sur les Jeux ou le Hasard se Combine avec L'Habilite Joueurs // Compte Rendue de L'Academie des Science. 1924. 178. P. 24–25.
  16. *Borel E.* Traite du Calcul des Probabilites et ses Applications. Paris : Edition Gauthier Villars, 1938. Т. 4, fasc. 2. Applications aux Jeux de Hasard. 122 p.
  17. *Glicksberg I.L.* A further generalization of Kakutani's fixed point theorem with application to Nash equilibrium point. // Proceedings of the American Mathematical Society. 1952. Vol. 3. No. 1. P. 170–174.
  18. *Жуковский В.И., Кудрявцев К.Н.* Уравнивание конфликтов при неопределенности. I. Аналог седловой точки // Математическая теория игр и ее приложения. 2013. Т. 5. Вып. 1. С. 27-44.
  19. *Жуковский В.И., Кудрявцев К.Н.* Уравнивание конфликтов при неопределенности. II. Аналог максимина // Математическая теория игр и ее приложения. 2013. Т. 5. Вып. 2. С. 3-45.
  20. *Лившиц В.Н., Лившиц С.В.* Макроэкономические теории, реальные инвестиции и государственная российская экономическая политика. М.: ЛКИ. 2008. 248 с.
  21. *Лившиц В.Н.* Бедность и неравенство денежных доходов населения в России и за рубежом: системный анализ некоторых важных фрагментов проблемы: монография. М. : Институт экономики РАН. 2018. 292 с.

**Жуковская Лидия Владиславна.** Федеральное государственное бюджетное учреждение науки «Центральный экономико-математический институт Российской академии наук» (ЦЭМИ РАН), г. Москва, Россия. Ведущий научный сотрудник, кандидат физико-математических наук. Количество печатных работ: 39 (в т.ч. 3 монографии). Область научных интересов: системный анализ, экономико-математическое моделирование. E-mail: Zhukovskaylv@mail.ru

## Formal and systemic mechanisms for implementing the idea of balancing economic, social and legal macro-systems

Zhukovskaya L.V.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Central Economics and Mathematics Institute Russian Academy of Sciences  
Moscow, Russian

**Abstract.** In the research new approaches to modeling of processes of acceptance of strategic decisions with use of theoretical-game toolkit which are based on possible increase in outcomes at simultaneous reduction of the risk connected with them (on Savage) are considered and allow to construct the guaranteed decisions and risks and to investigate features of balance on Berge. In order to identify the features of the Berger equilibrium, in particular, stability and nonperfection, the article formalizes the Pareto-Guaranteed Berge solution and proves the theorem of the existence of such a solution in mixed strategies, as well as its properties. The article presents the results of structural analysis of interaction and mutual influence of economic, legal and social macro-systems and offers theoretical and game models that contribute to the implementation of constitutionally established norms, the requirements of which define Russia as a social state. Thus, when making strategic decisions in the social sphere, the concept of the Golden rule of morality is proposed as the main economic doctrine, instead of the currently used neoliberal approach, based on the concept of equilibrium on Nash.

**Keywords:** *macrosystem, Berge equilibrium, Nash equilibrium, uncertainty, risk, social guarantees, population*  
**DOI:** 10.14357/20790279190303

### References

1. *Aristov E.V.* 2016. Pravovaya paradigma sotsial'nogo gosudarstva : monografiya. [Legal paradigm of the social state: monograph]. M. Unity Dana. 367 c.
2. *Huseynov A.A., Zhukovskiy V.I., Kudryavtsev K.N.* 2016. Matematicheskiye osnovy Zolotogo pravila nrvstvennosti : Teoriya novogo al'truisticheskogo uravnoveshivaniya konfliktov v protivopolozhnost' «egoistichnomu» ravnovesiyu po Neshu. [Mathematical bases of the Golden rule of morality: The theory of new altruistic balance of conflicts in contrast to the "selfish" equilibrium according to Nash]. M. Lenand. 280 c.
3. *Nash J.* 1950. Ravnovesnyye tochki v igre n lits [Equilibrium points in N-person game] / per. s ang. (Nash J. F. Equilibrium points in N-person game). // Nat. Academ. Sci. USA. V. 36. Pp. 48–49.
4. *Nash J.F.* 1950. Equilibrium Points in N-Person Games // Proc. Nat. Acad. Sci. USA. 36. P. 48–49.
5. *Nash J.F.* 1951. Non-Cooperative Games // Ann. of Math. 54. P. 286–295.
6. *Nash J.F.* 1950. The Bargaining Problem // Econometrica. 18. P. 155–162.
7. *Nash J.F.* 1953. Two Person Cooperative Games // Econometrica. 21. P. 128–140.
8. *Lefevre V.A.* 2003. Conflict structures. Reflexion. M. Kogito-Center. P. 95-107, Chapter VII "Objects as Systems".
9. *Berge K.* 1961. Obshchaya teoriya igr neskol'kikh lits [General theory of games of several persons] / per. s fr. V. Solovyov; under edition of V. V. F. Kolchina. M. Fizmatgiz. 126 c.
10. *Berge C.* 1954. Sur une Convexite Reguliere et ses Applications a la Theorie des Jeux // Bull. Soc. Math. France. Vol. 81. P. 301–315.
11. *Zhukovskiy V.I., Zhukovskaya L.V.* 2003. Risk v mnogokriterial'nykh i konfliktnykh sistemakh pri neopredelennosti [Risk in multi-criteria and conflict systems under uncertainty]. M. USS: LKI. 270 c.
12. *Germeyer Yu.B.* 1976. Games with opposing interests. [Y.B. Germeyyer. Iгры s protivopolozhnymi interesami] M.: Science. 328 p.
13. *Borel E.* 1921. La Theorie du Jeu et les Equations Integrales a Noyau Symetrique // Comptes Rendus de L'Academie des Sciences. 173. P. 1304–1308.
14. *Borel E.* 1927. Sur le Systeme de Formes Lineaires et la Theorie des Jeux // Compte Rendue de L'Academie des Science. 184. P. 52–54.
15. *Borel E.* 1924. Sur les Jeux ou le Hasard se Combine avec L'Habilite Joueurs // Compte Rendue de L'Academie des Science. 178. P. 24–25.
16. *Borel E.* 1938. Traite du Calcul des Probabilites et ses Applications. Paris : Edition Gauthier Villars, T. 4, fasc. 2. Applications aux Jeux de Hasard. 122 p.
17. *Glicksberg L.* 1952. A further generalization of Kakutani's fixed point theorem with application to Nash equilibrium point. // Proceedings of the

- American Mathematical Society. Vol. 3. No. 1. P. 170–174.
18. *Zhukovskiy V.I., Kudryavtsev K.N.* 2013. Balancing conflicts with uncertainty. I. Analogue of saddle point [Uravnoveshivaniye konfliktov pri neopredelennosti. I. Analog sedlovoy tochki] // *Mathematical theory of games and its applications*. T. 5. V. 1. C. 27-44.
19. *Zhukovskiy V.I., Kudryavtsev K.N.* 2013. Balancing conflicts with uncertainty. II. Analogue of Maximin [Uravnoveshivaniye konfliktov pri neopredelennosti. II. Analog maksimina] // *Mathematical theory of games and its applications*. T. 5. V. 2. C. 3-45.
20. *Livshits V.N., Livshits S.V.* 2008. Macroeconomic theories, real investments and Russian state economic policy. [Makroekonomicheskiye teorii, real'nyye investitsii i gosudarstvennaya rossiyskaya ekonomicheskaya politika.] M. LKI. 248 c.
21. *Livshits V.N.* 2018. Poverty and inequality of monetary incomes of the population in Russia and abroad: a systematic analysis of some important fragments of the problem: monograph. [Bednost' i neravenstvo denezhnykh dokhodov naseleniya v Rossii i za rubezhom: sistemnyy analiz nekotorykh vazhnykh fragmentov problemy : monografiya] M. : Institute of Economics of the Russian Academy of Sciences. 292 c.

**Zhukovskaya Lidiya Vladislavna.** Federal State Budgetary Institution of Science Central Economic and Mathematical Institute of the Russian Academy of Sciences (CEMI RAS), Moscow, Russia. Leading Researcher, PhD in Physics and Mathematics. Number of printing works: 39 (including 3 monographs). Research interests: system analysis, game theory, multi-criteria problem theory. E-mail: zhukovskaylv@mail.ru