

О динамике обесценения машины со случайным сроком службы

С.А. Смоляк¹

¹ Федеральное государственное бюджетное учреждение «Центральный экономико-математический институт РАН», Москва, Россия

Аннотация. Предлагается модель, описывающая уменьшение стоимости машин (обесценение) с возрастом. Измерителем обесценения подержанной машины принимается коэффициент годности – отношение ее стоимости к стоимости аналогичной новой машины. Модель основана на методе дисконтирования денежных потоков. В ней учитывается, что технико-экономические характеристики машины с возрастом ухудшаются, причем в процессе эксплуатации возможны случайные отказы, после которых машина выводится из эксплуатации. Принимается, что при отсутствии отказов принимаемые машиной выгоды уменьшаются со случайной скоростью, так что срок ее службы оказывается случайным. Рассмотрена ситуация, когда этот срок имеет распределение Вейбулла. Выясняется, что ставка дисконтирования, средний срок службы и коэффициент вариации этого срока слабо влияют на зависимость коэффициента годности от относительного возраста (отношения фактического возраста к среднему сроку службы).

Ключевые слова: машины, оборудование, изнашивание, срок службы, логнормальное распределение, распределение Вейбулла, отказ, стоимостная оценка, метод ДДП, обесценение, коэффициент годности.

DOI: 10.14357/20790279200107

Введение

В настоящее время теория стоимостной оценки машин и оборудования (далее – машин) развита недостаточно. Обычно для оценки рыночной стоимости (далее – стоимости) используются примитивные модели полувековой давности. Неопределенность процесса эксплуатации машин, в отличие от работ по теории надежности, при этом не учитывается, а в теории надежности не исследуется влияние характеристик надежности машин на их рыночную стоимость. В данной работе предлагается математическая модель, описывающая изменение стоимости машин в процессе эксплуатации и учитывающая вероятностный характер срока ее службы, а также приводятся результаты ее апробации на реальных рыночных данных. Разумеется, для этого придется сделать ряд довольно сильных допущений, ограничивающих круг рассматриваемых машин и влияние случайных факторов на их характеристики, а также поведение их владельцев. Такие допущения мы будем формулировать и обосновывать по мере необходимости.

Далее будет предполагаться, что речь идет о машинах только одной марки (модели, модификации), серийно выпускаемых на рынок.

1. Основные понятия

Новые и подержанные машины. Машину, выпущенную, но еще не введенную в эксплуатацию, будем называть новой. Все новые машины мы считаем идентичными (точными аналогами друг друга). Обычно они продаются на первичном рынке производителями и дилерами. Машина, эксплуатировавшаяся некоторое время, становится подержанной – такие машины продаются на вторичном рынке. Как правило, все подержанные машины отличаются друг от друга своим техническим состоянием, поэтому у любой подержанной машины нет точных аналогов. Если в какой-то момент времени сравнить подержанную машину с аналогичной новой, мы увидим, что ее технико-экономические характеристики хуже, а стоимость – меньше. Соответствующее уменьшение стоимости именуется обесценением (износом, depreciation).

Выгоды от использования машины. Важной характеристикой машины за определенный период являются принесенные ею выгоды (чистый доход) – стоимость произведенного продукта (работ, услуг) за вычетом стоимости затраченных ресурсов [1]. Поскольку техническое состояние и эксплуатационные характеристики машины меняются непрерывно, процесс использования машины удобно рассматривать в непрерывном времени. При этом основной характеристикой состояния машины в некоторый момент времени становится интенсивность приносимых ею выгод (ИВ), т.е. выгоды от ее использования в течение малой единицы времени.

Обычно каждую машину можно использовать по назначению различными способами, и каждому такому способу отвечает своя динамика ИВ. Однако в соответствии с общими положениями стоимостной оценки и Международными стандартами оценки [2] мы принимаем, что после даты оценки машина будет использоваться типичным для соответствующего рынка рациональным способом. Отметим в связи с этим, что приводимые в литературе сведения об изменении с возрастом производительности и эксплуатационных затрат у некоторых видов машин также относятся к рациональному способу их использования. Далее будет предполагаться, что такой способ – единственный.

Разумеется, размер выгод от использования машины зависит от того, в каких ценах эти выгоды измеряются. Далее мы будем считать, что инфляция в стране отсутствует, т.е. цены производимого продукта и затраченных ресурсов не меняются. На самом деле это допущение слишком сильное, и его можно ослабить (см. раздел 5). Отметим, что обычно прямо измерить приносимые машиной выгоды не удастся (редким исключением являются машины, производящие обращающийся на рынке продукт, по которым ведется индивидуальный учет затрачиваемых ресурсов), и их можно оценить лишь расчетным путем. Необходимость введения в рассмотрение такой «неизмеримой» характеристики машины связана с двумя обстоятельствами:

- 1) стоимость любого актива определяется потоком выгод от будущего рационального использования этого актива. Как говорится в [2, МСО 105, п. 100.2], «стоимость [актива] на определенную дату отражает ожидаемые выгоды от будущего владения [им]». Для определения стоимости актива на базе потока приносимых им выгод используется метод ДДП (см. ниже);
- 2) количество производимого машиной в единицу времени продукта определяется производительностью машины, а затраты на производство этого продукта при необходимости можно

измерить. Время от времени специалистами проводятся исследования с целью выявить, как с возрастом изменяются производительность машин и затраты на их эксплуатацию в тех или иных условиях эксплуатации. Результаты этих исследований (некоторые из них приводятся в [1, раздел 1.1]) позволяют примерно оценить характер изменения интенсивности приносимых машинами выгод с возрастом. А этого уже оказывается достаточно для стоимостной оценки машин.

Утилизация машины. Эксплуатация машины завершается ее утилизацией, приносящей владельцу определенные выгоды. Например, машину можно демонтировать и продать как набор металлолома и годных (например, в качестве запасных частей) деталей. Получаемый при рационально проведенной утилизации чистый доход утилизационная стоимость машины (U) обычно относительно невелик и почти не зависит от возраста машины. Далее мы будем временно считать $U=0$.

Изнашивание машины и срок ее службы. Ухудшение технико-экономических характеристик машины в процессе их эксплуатации технические специалисты именуют изнашиванием, износом или деградацией (deterioration, degradation). Моделям процессов деградации машин (и иных сложных технических систем) посвящено много работ по теории надежности, например, [3; 4; 5]. При этом, естественно, деградация машины связывалась с ее отказами, а основное внимание уделялось изменениям характеристик надежности машин. Между тем, изнашивание машины проявляется в снижении ее производительности и росте затрат на ее эксплуатацию, а следовательно, в снижении ИВ. Мы выделим в этом снижении две составляющие. Первая из них (постепенная) обусловлена медленно протекающими процессами изменения формы и размеров отдельных элементов машины (например, коррозии или истирания), вторая (скачкообразная) – внезапными (в терминологии, принятой в теории надежности [3]) отказами машины. Опишем эти составляющие подробнее.

Постепенное снижение ИВ в процессе использования будем считать равномерным во времени. На самом деле это, разумеется, не так. Изнашивание машины происходит по-разному, в зависимости от условий ее эксплуатации. При этом некоторые виды машин (например, станки, установленные на фундаменте) работают все время в одних и тех же условиях, тогда как у других (например, у строительных машин) условия эксплуатации все время меняются. Однако и в том и в другом случае можно считать, что в среднем за

срок службы машина изнашивается так, как будто бы она работала в некоторых «средних» условиях. Другое дело, что для разных машин, используемых разными владельцами, эти «средние» условия могут быть разными. Соответственно, скорости снижения ИВ (будем обозначать их через w) у разных машин будут различаться, и мы будем рассматривать их как случайные величины. При этом разные подержанные машины одного возраста будут различаться своими технико-экономическими характеристиками, что фактически и наблюдается.

Скачкообразное изменение ИВ (внезапный отказ) возникает обычно при всяких чрезвычайных ситуациях (скажем, авариях, пожарах или наводнениях). Далее мы будем учитывать только такие (фатальные или, как принято в теории надежности – ресурсные) отказы, последствия которых нельзя или экономически нецелесообразно устранить ремонтом (ситуация, когда последствия случайных отказов можно устранить ремонтом, рассматривалась нами в [6]). Поэтому после отказа машина должна выводиться из эксплуатации. Обратим внимание, что, ограничиваясь лишь фатальными отказами, мы исключаем ситуации, когда последствия отказа можно устранить дорогостоящим капитальным ремонтом (а не слишком дорогой капитальный ремонт как бы приравняем к текущему). Интенсивность отказов λ мы считаем не зависящей от возраста машины. Тогда за малое время dt машина может отказать с вероятностью λdt , а вероятность ее безотказной работы за время t составит $e^{-\lambda t}$.

Поскольку со временем ИВ машины не возрастает, то, как только она обратится в нуль, дальнейшая эксплуатация машины станет неэффективной (машина не будет приносить положительных выгод). Таким образом, при отсутствии отказов в конце срока службы ИВ машины должна стать нулевой. Отсюда вытекает, простое соотношение:

$$B = wS, \quad (1)$$

где w – скорость снижения ИВ, B – ИВ новой машины, S – срок ее службы при отсутствии отказов (ССОО).

Однако срок службы¹ машины может оказаться меньше, чем S , если машина откажет.

Выше и в формуле (1) скорость w снижения ИВ машин считалась случайной, а ССОО S рассматривался как зависящая от w случайная величина. Между тем, удобнее будет поступить наоборот:

считать ССОО S случайным, а скорость $w = B/S$ снижения ИВ рассматривать как функцию от S . При этом, конечно, надо будет задать функцию $F(S)$ и плотность распределения ССОО $p(S) = F'(S)$. При этом функция $P(S) = 1 - F(S)$ (в теории надежности ее называют функцией надежности) отразит вероятность того, что у новой машины ССОО превысит S . Если же рассмотреть машину, проработавшую безотказно t лет, то ее (случайный) ССОО при $S > t$ будет иметь плотность распределения $p(S)/P(t)$.

2. Основная модель

Мы будем изучать зависимость стоимости машины от возраста. Тем самым, принимается, что стоимости всех машин одного возраста одинаковые. В защиту этого довольно сильного допущения можно привести два довода [1; 7]. Во-первых, покупатели машин ориентируются, в основном, на их возраст, а продавцы обычно не сообщают детальной информации об их состоянии. Во-вторых, оценщики обычно вначале оценивают стоимость машины с учетом ее возраста, в дальнейшем корректируя эту оценку с учетом других наблюдаемых характеристик технического состояния оцениваемой машины. Поэтому предлагаемая ниже модель ориентирована на первый этап указанной процедуры.

На практике новые и подержанные машины оцениваются по-разному. Новые машины продаются на первичном рынке, где разброс цен не слишком велик, так что стоимость машины определяют как среднее из цен продаж. Затем эту стоимость корректируют, учитывая, например, затраты на доставку и монтаж – подробнее см., например, в [8]. Каких-то методических сложностей здесь не возникает. Другое дело, когда по каким-либо причинам на дату оценки новых машин на первичном рынке нет. Тогда для их оценки используются данные о ценах аналогичных новых машин других марок, однако в эти цены приходится вносить корректировки (например, на различия в технических параметрах).

Примерно так же оцениваются подержанные машины. Однако все они отличаются друг от друга своим техническим состоянием, поэтому в качестве аналога берется новая машина той же марки (за аналог иногда принимают подержанную машину близкого возраста, но это оказывается нецелесообразным – см. раздел 6). И тогда стоимость подержанной машины оценивают, корректируя стоимость ее нового аналога (стоимость воспроизводства оцениваемой машины, СВ). Это делается одним из двух эквивалентных способов. При первом способе, используемом российскими оценщи-

¹ У подержанных машин сроков службы два – полный (отсчитываемый от начала эксплуатации) и остаточный (отсчитываемый от даты оценки), но термин «срок службы» далее будет использоваться только в отношении полного срока службы.

ками, СВ машины уменьшается на процент износа (обесценения, depreciation) [8; 9], при втором, используемом в США, к СВ машины применяется так называемый процент годности (Percent Good Factor, PGF) [10; 11]. Второй способ представляется нам более удобным и наглядным, поэтому мы будем ориентироваться именно на него, используя коэффициенты вместо процентов (в [12] коэффициент годности именуется относительной остаточной стоимостью). Проценты износа (обесценения) или годности (они дополняют друг друга до 100%) оценщики определяют в зависимости от возраста машины по разного рода формулам или таблицам, например, [8; 13; 14]. Многие из этих таблиц и формул недостаточно обоснованы [1; 7; 15]. К тому же разные источники дают разные зависимости коэффициентов годности от возраста для одних и тех же машин, и какой-то общей модели для них пока еще нет. Ниже мы предлагаем еще один метод установления таких зависимостей.

Выше говорилось, что стоимость актива определяется приносимым им потоком выгод. Соответствующая связь устанавливается с помощью принципа ожидания выгод, лежащего в основе метода дисконтирования денежных потоков. Он упоминается в [2, МСО 105, п. 10.1] в числе основных принципов стоимостной оценки, а его суть раскрывается в ряде положений стандарта, описывающих методы оценки. Тем не менее, конкретной формулировки принципа в [2] не приводится. В [1] этот принцип изложен в следующей форме, позволяющей определять стоимость актива с учетом неопределенности приносимых им выгод: стоимость актива на дату оценки равна ожидаемой сумме дисконтированных выгод от последующего использования актива в прогнозном периоде (включая стоимость актива в конце периода).

В детерминированной ситуации (при отсутствии неопределенности и рисков) этот принцип дает следующую формулу для стоимости $V(t)$ машины возраста t на дату оценки:

$$V(t) = \int_t^T b(s)e^{-\rho(s-t)} ds, \quad (2)$$

где T – срок службы машины, $b(s)$ – интенсивность выгод от использования машин возраста s , ρ – безрисковая ставка дисконтирования.

В нашем случае функция $b(s)$ и срок службы машины – случайные, поэтому придется поступить иначе.

Рассмотрим машину возраста t , у которой $CCOO = S$. Скорость снижения ИВ у нее будет равна $w = B/S$, а остаточный $CCOO$ $S - t$. Такая машина «доживет» до возраста x ($t < x < S$) с вероятностью

$e^{-\lambda(x-t)}$, и тогда будет приносить выгоды с интенсивностью $B-wx = B(1-x/S)$. Поэтому сумма дисконтированных ожидаемых выгод от использования данной машины за остаточный срок ее службы составит:

$$\begin{aligned} & \int_t^S B \left(1 - \frac{x}{S}\right) e^{-\lambda(x-t)} e^{-\rho(x-t)} dx = \\ & = B \int_t^S \left(1 - \frac{x}{S}\right) e^{-r(x-t)} dx = \\ & = B \frac{r(S-t) + e^{-r(S-t)} - 1}{r^2 S}, \end{aligned} \quad (3)$$

где $r = \rho + \lambda$ – ставка дисконтирования, учитывающая риск отказов.

Оценивать машину возраста t по этой формуле еще нельзя, поскольку она получена в предположении, что ее $CCOO$ известен и равен S . Между тем, величина S случайная. Как показано выше, для машин, достигших возраста t лет, плотность ее распределения составляет $p(S)/P(t)$. Поэтому стоимость $V(t)$ таких машин будет условным (при условии $S > t$) математическим ожиданием выражения (3) по S :

$$V(t) = B \int_t^{\infty} \frac{r(S-t) + e^{-r(S-t)} - 1}{r^2 S} \cdot \frac{p(S)dS}{P(t)} = \frac{B}{P(t)} h(t), \quad (4)$$

$$h(t) = \int_t^{\infty} \frac{r(S-t) + e^{-r(S-t)} - 1}{r^2 S} p(S) dS. \quad (5)$$

В частности, стоимость новой машины будет равна $V(0) = Bh(0)$, поскольку $P(0) = 1$.

Обозначив коэффициент годности для машин возраста t через $k(t)$, из формулы (4) можно получить выражение для него, не включающее неизвестной величины B :

$$k(t) = \frac{V(t)}{V(0)} = \frac{h(t)}{P(t)h(0)}. \quad (6)$$

3. О вероятностном распределении сроков службы машин.

Вероятностные распределения сроков службы (или ресурсов) машин изучены недостаточно. Для некоторых марок машин имеются сведения о гарантийных и назначенных сроках службы или ресурсах. Довольно редко публикуются результаты ускоренных испытаний машин на долговечность, либо полученные на основе этих испытаний значения гамма-процентных ресурсов. Отметим, что указанные сведения, как правило, не учитывают внезапных отказов машин, вызванных чрезвычайными

чайными ситуациями. Некоторое представление о сроках службы можно получить, анализируя предложения о продаже подержанных машин определенных марок «в лом», а также из данных проводимых Росстатом РФ выборочных обследований сроков службы и возраста основных фондов. Что же касается средних сроков службы машин, то оценщики обычно выводят их из назначенных или нормативных сроков, установленных в технической документации. Так, по данным коллективных экспертных оценок оценщиков [12], средние сроки службы машин, оборудования и транспортных средств примерно на 80% (для электронного оборудования, инструментов и приборов – на 60%) больше нормативных. В тех же случаях, когда в технической документации нормативные сроки службы машин не указаны, их принимают на 20% выше амортизационных. Есть основания считать, что нормативный срок службы машин каждой марки устанавливают так, чтобы до этого срока «доживало» 80 (для особо ответственного оборудования – 90 или даже 95) процентов машин.

Данных о разбросе сроков службы машин довольно мало. Коэффициент вариации срока службы (v) зависит от преобладающего характера разрушения базовых частей конструкции (изнашивание материалов или их усталость), стабильности условий эксплуатации и режима нагрузок, а также от качества изготовления. При этом, как отмечено в [16], для станков, легковых автомобилей, технологического оборудования и электроники $v=0.2...0.3$, для грузовых автомобилей, башенных кранов и строительно-дорожных машин $v=0.3...0.4$. Более подробные сведения приведены в [3, табл. 12.5]. Из нее видно, что, например, для машин среднего качества изготовления, работающих при переменных нагрузках в нестабильных условиях эксплуатации, значения v могут доходить до 0.6...0.7.

Специальных испытаний для установления вероятностных распределений сроков службы машин не проводят, а фактические или экспериментальные данные о сроках службы обычно аппроксимируют одним из известных распределений, чаще всего распределением Вейбулла или логнормальным. Плотность $p(S)$ и функция надежности $P(S)$ логнормального распределения с параметрами μ и σ и соответствующие средний срок службы (T) и коэффициент вариации (v) задаются следующими формулами:

$$p(S) = \frac{1}{\sigma S \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln S - \ln \mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad P(S) = \Phi\left(\frac{\ln(\mu/S)}{\sigma}\right),$$

$$T = \mu e^{\sigma^2/2}, \quad v = \sqrt{e^{\sigma^2} - 1}, \quad (7)$$

где Φ функция стандартного нормального распределения.

Для распределения Вейбулла с параметрами μ и β формулы будут иными:

$$p(S) = \frac{\beta S^{\beta-1}}{\mu^\beta} e^{-(S/\mu)^\beta}, \quad P(S) = e^{-(S/\mu)^\beta},$$

$$T = \mu \Gamma(1 + 1/\beta), \quad v = \sqrt{\frac{\Gamma(1 + 2/\beta)}{\Gamma^2(1 + 1/\beta)} - 1}, \quad (8)$$

где Γ гамма-функция.

Отметим, что на логнормальном распределении основан метод определения остаточного срока службы, изложенный в [12; 17]. В [18] для тех же целей принималось, что срок службы машин имеет распределение Вейбулла. Далее мы приведем некоторые результаты экспериментальных расчетов, основанных на обоих этих распределениях.

4. Результаты экспериментальных расчетов

Расчеты по построенной модели для обоих распределений производились так. Вначале задавались средний срок службы машин при отсутствии отказов (T), коэффициент вариации этого срока (v) и реальная (скорректированная с учетом инфляции) ставка дисконтирования с учетом риска отказов (r) в диапазонах соответственно $T=10...30$ лет, $v=0,2...0,5$, $r=0,06...0,12$. Значения параметров распределений μ , σ и β определялись при этом из формул (7) и (8), коэффициенты годности $k(t)$ – по формуле (6).

Во многих случаях оказывается удобным измерять возраст машин в относительных единицах. Так, в [12; 17] за единицу измерения времени принимался средний срок службы. Мы поступили аналогично и представили на рис. 16 графически зависимости $k(\tau)$ коэффициентов годности от относительного возраста $\tau = t/T$ – отношения возраста к среднему сроку службы при отсутствии отказов.

На рис. 1–3 приведены зависимости, относящиеся к логнормальному распределению срока службы, на рис. 4–6 – к распределению Вейбулла. При оценке машин и зданий широко используется «метод срока службы» [8; 9; 13], основанный на допущении, что износ (обесценение) машины растет пропорционально ее возрасту (тот же метод использован в статье [17], посвященной оценке среднего остаточного срока службы машин). Между тем, из построенной модели и рис. 1–3 вытекает нелинейный характер зависимости $k(\tau)$, что доказывает неприменимость «метода срока службы», особенно для машин среднего возраста и старше.

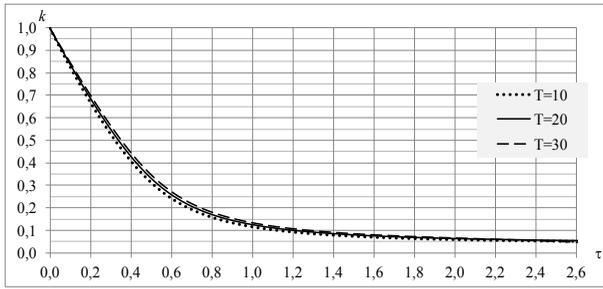


Рис. 1. Зависимости коэффициента годности от относительного возраста для разных средних сроков службы при отсутствии отказов (T) при $v = 0,3$, $r = 0,09$ (логнормальное распределение).

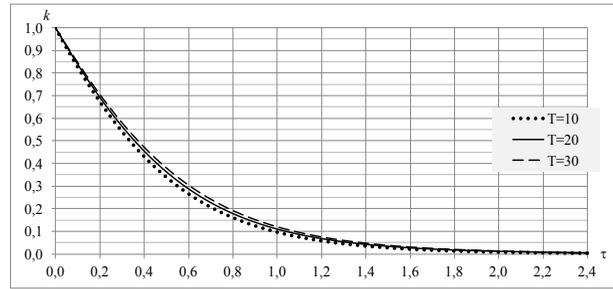


Рис. 4. Зависимости коэффициента годности от относительного возраста для разных средних сроков службы при отсутствии отказов (T) при $v = 0,3$, $r = 0,09$ (распределение Вейбулла).

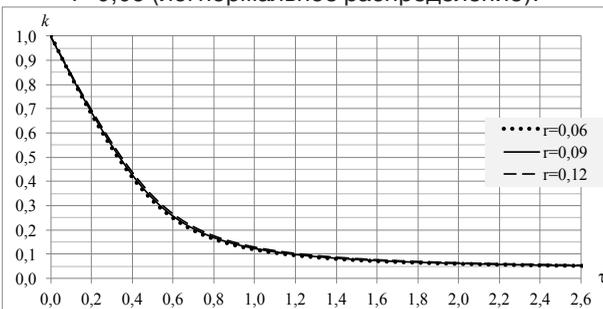


Рис. 2. Зависимости коэффициента годности от относительного возраста для разных ставок дисконтирования (r) при $T = 20$, $v = 0,3$ (логнормальное распределение).

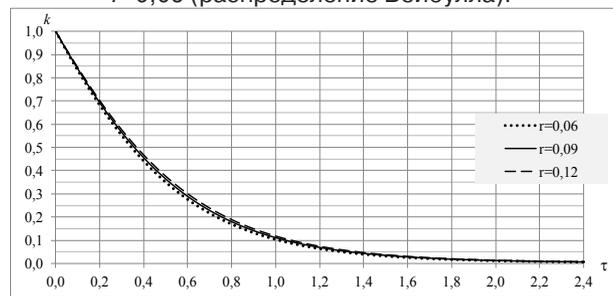


Рис. 5. Зависимости коэффициента годности от относительного возраста для разных ставок дисконтирования (r) при $T = 20$, $v = 0,3$ (распределение Вейбулла).

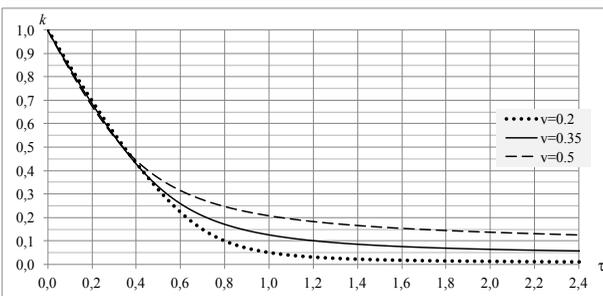


Рис. 3. Зависимости коэффициента годности от относительного возраста для разных коэффициентов вариации срока службы (v) при $T = 20$, $r = 0,09$ (логнормальное распределение).

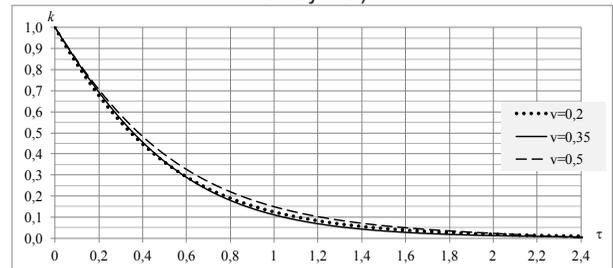


Рис. 6. Зависимости коэффициента годности от относительного возраста для разных коэффициентов вариации срока службы (v) при $T = 20$, $r = 0,09$ (распределение Вейбулла).

Отметим, что при обоих распределениях срока службы зависимости $k(\tau)$ при разных значениях среднего срока службы и разных ставках дисконтирования оказываются близкими. Поэтому при определении обесценения машин целесообразно использовать показатели относительного возраста и нет необходимости в достаточно точном установлении ставок дисконтирования.

В то же время при разных законах распределения срока службы коэффициент вариации сроков службы (v) влияет на зависимости $k(\tau)$ по-разному. При логнормальном распределении это влияние довольно сильное (рис. 3), тогда как при распределении Вейбулла оно мало заметно (рис. 6).

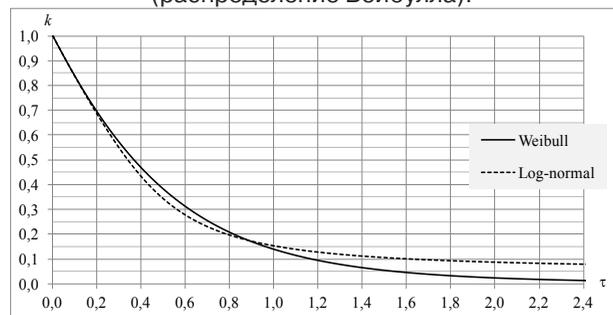


Рис. 7. Зависимости коэффициента годности от относительного возраста для разных распределениях срока службы при $T = 20$, $v = 0,3$, $r = 0,09$.

Для машин, отработавших менее половины среднего срока службы, оба распределения дают близкие значения коэффициентов годности, но для

более старых машин разница становится существенной (рис. 7). К тому же, если при распределении Вейбулла с увеличением возраста коэффициенты годности стремятся к нулю (рис. 1–3), то при логнормальном распределении этого не наблюдается (рис. 4–6). Более детальное исследование позволяет выявить причину такого расхождения.

Дело в том, что стоимость машины зависит от того, сколько лет ей осталось прослужить. Как правило, чем старше машина, тем меньше должен быть средний остаточный срок ее службы. Такое условие выполняется, если случайный срок службы имеет распределение Вейбулла с параметром $\beta > 1$. Если бы он имел экспоненциальное распределение (ему отвечает $\beta=1$), то средний остаточный срок службы машины никак не зависел бы от ее возраста. А вот у логнормального распределения правый «хвост» плотности убывает значительно медленнее, чем у экспоненциального, поэтому, начиная с некоторого возраста, средний остаточный срок службы начинает возрастать, искажая динамику $k(\tau)$ при больших τ . Это показывает, что использовать логнормальное распределение срока службы для целей стоимостной оценки машин сравнительно большого возраста нецелесообразно.

5. О некоторых допущениях модели

При построении модели принималось, что инфляция в стране отсутствует, а утилизационная стоимость машин – нулевая. Однако, применяя общий подход, изложенный в [1; 15], можно показать, что основные соотношения модели сохраняются и при менее жестких допущениях:

- в течение малого периода времени после даты оценки цены машин на первичном и вторичном рынке меняются, но одинаковым темпом. Коэффициенты годности при этом не меняются. Оказывается, что в этом случае определять ставку дисконтирования в формулах (3)–(5) надо немного иначе – как сумму номинальной безрисковой ставки дисконтирования и интенсивности отказов, за вычетом темпа роста цен машин на первичном рынке. Другие соотношения модели не меняются;
- утилизационная стоимость не зависит от возраста машины. Коэффициенты годности машин $k(t)$ возраста t лет в этом случае надо будет определять по формуле:

$$k(t) = (1 - u)k_0(t) + u, \quad (9)$$

где u – относительная утилизационная стоимость – отношение утилизационной стоимости машины к стоимости новой машины, $k_0(t)$ – коэффициент

годности машин возраста t лет, не учитывающий их утилизационную стоимость, определяемый по формуле (6).

Смысл формулы (9) можно пояснить так. Стоимость машины включает ее стоимость «как машины» (т.е. средства выполнения определенных работ или получения определенного продукта) и ее стоимость «как объекта утилизации». При этом с возрастом первая часть меняется согласно построенной модели, а вторая остается неизменной.

В модели также принималось, что интенсивность приносимых машиной выгод (ИВ) с возрастом снижается со случайной скоростью, но равномерно. Более естественным было бы считать, что скорость снижения ИВ все время случайно меняется. Соответствующие модели можно предложить, но они оказываются чрезмерно сложными для исследования.

6. Проверка адекватности модели

Для проверки адекватности модели использовалась следующая процедура:

- отбиралась марка машин, достаточно широко представленная на рынке;
- по данным первичного рынка оценивалась стоимость новой машины этой марки (стоимость производства, СВ);
- формировалась выборка подержанных машин, продаваемых на вторичном рынке с указанием их возраста в годах (или, что то же, года изготовления);
- определялись относительные цены выбранных машин (ОЦ, отношения цен к СВ);
- с использованием данных о ценах машин, продаваемых «в лом», оценивалась относительная утилизационная стоимость машин выбранной марки (u);
- задавалась ставка дисконтирования, учитывающая риск отказов, $r=0.1$;
- в связи с отсутствием надежных сведений о долговечности машин выбранных марок параметры T и ν подбирались так, чтобы минимизировать средний квадрат отклонений рассчитанных по модели коэффициентов годности выбранных машин $k(t)$ от их ОЦ;
- построенная зависимость сравнивалась с экспоненциальной моделью $k(t) = a + be^{-rt}$, хорошо аппроксимирующей фактические данные и рекомендованной в [1; 12].

На рис. 8–9 представлены результаты сопоставления $k(t)$ и ОЦ для бульдозеров Уралтрак Б10М ЧТЗ и тракторов МТЗ 82.1 (выборки включали соответственно 184 и 274 подержанные маши-

ны), а также рассчитанные параметры модели. В обоих случаях среднеквадратичное отклонение $k(t)$ от ОЦ оказалось не хуже, чем при использовании экспоненциальной модели.

Отметим, что изложенная процедура позволяет, пусть и приближенно, оценивать параметры надежности машин (T и ν), не опираясь на результаты испытаний машин на долговечность.

Рисунки 8–9 иллюстрируют типичный для вторичного рынка довольно большой разброс цен машин одного возраста. По этой причине нельзя согласиться с рекомендациями [8, стр. 147-153] оценивать подержанную машину по данным о цене нескольких аналогичных машин того же или близкого возраста – это может привести к значительным ошибкам. В то же время, если в тех же целях опираться на цены новых машин той же марки (о чем говорилось в разделе 2), то результаты оценки окажутся более надежными.

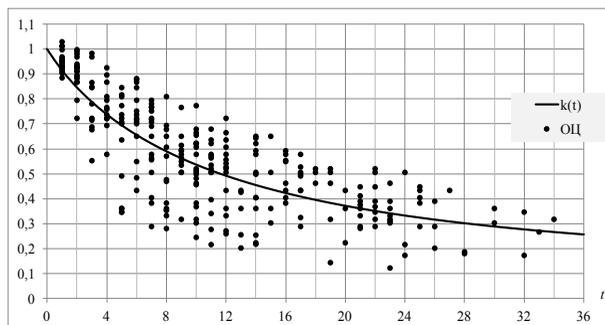


Рис. 8. Коэффициенты годности и относительные цены тракторов МТЗ 82.1 ($u=0.12$, $\beta=1.47$, $T=17.3$, $\nu=0.69$).

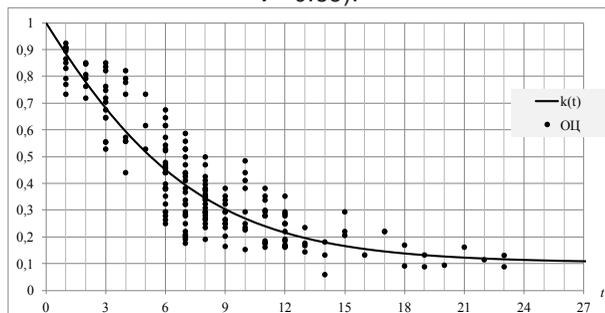


Рис. 9. Коэффициенты годности и относительные цены бульдозеров Б10М ($u=0.10$, $\beta=3.16$, $T=13.3$, $\nu=0.35$).

Некоторые выводы

Предложенный метод определения коэффициентов годности машин для целей их стоимостной оценки позволяет учесть неопределенность процесса ухудшения технико-экономических характеристик машин. При этом может быть использована и информация о виде вероятностного распределения

сроков службы машин оцениваемой марки, если такая информация имеется. Обычно принимается, что сроки службы машин имеют распределение логнормальное или Вейбулла (что, по нашему мнению, предпочтительнее). Обычно параметры распределения сроков службы оцениваются по данным испытаний машин на долговечность, однако построенная модель позволяет оценить параметры распределения сроков службы и по данным о ценах машин на вторичном рынке. Результаты экспериментальных расчетов подтверждают нелинейный характер зависимости стоимости машин от возраста, что лишнее раз демонстрирует некорректность широко используемого оценщиками «метода срока службы», в котором подобная зависимость принимается линейной. Нередко подержанную машину оценивают по данным о ценах нескольких аналогичных машин того же или близкого возраста. Мы показываем нецелесообразность такого метода. Установлено, что средний срок службы машин, коэффициент вариации этого срока и ставка дисконтирования слабо влияют на зависимости коэффициентов годности машин от относительного возраста. Тем самым, при использовании предложенной модели к точности указанных показателей предъявляются лишь минимальные требования.

Литература

1. Смоляк С.А. Стоимостная оценка машин и оборудования (секреты метода ДДП). М.: Издательский дом «Опцион». 2016.
2. Международные стандарты оценки 2017 (МСО 2017). М.: Российское общество оценщиков. 2017
3. Острейковский В.А. Теория надежности: Учебник для вузов. М.: Высшая школа. 2003.
4. Wang Z., Huang H.-Z., Li Y., Xiao N.-C. An approach to reliability assessment under degradation and shock process. // IEEE Transactions on Reliability. 2011. Vol. 60(4), pp. 852-863.
5. Lin Y.H., Li Y.F., Zio E. Integrating Random Shocks Into Multi-State Physics Models of Degradation Processes for Component Reliability Assessment // IEEE Transactions on Reliability. 2014. Vol. 64(1), pp. 154-166.
6. Смоляк С.А. 2017. Влияние надежности машин и оборудования на их стоимость // Экономика и математические методы. Т.53. №1. С. 54-77.
7. Смоляк С.А. 2014. Зависимость стоимости машин от возраста: проблемы и модели // Аудит и финансовый анализ, № 5. с. 138-150.
8. Федотова М.А. (ред.). Оценка машин и оборудования: учебник (изд. 2-е). М.: ИНФРА-М. 2018.

9. Назаров О., Рутгайзер В. Оценка машин и оборудования. М.: Квинто-Консалтинг. 2011. 432 с.
10. Assessors' Handbook 581. Equipment and Fixtures Index, Percent Good and Valuation Factors. California State Board of Equalization: 2018. [Электронный ресурс] Режим доступа: Available at: <https://www.boe.ca.gov/proptaxes/pdf/ah58118.pdf>, свободный. Загл. с экрана. Яз. англ. (дата обращения: Май 2019)
11. 2018 Personal Property Manual. (б.д.). Получено 16 декабря 2018 г. из: https://azdor.gov/sites/default/files/media/PROPERTY_pp-manual.pdf
12. Лейфер Л.А. (Ред.). Справочник оценщика машин и оборудования. Корректирующие коэффициенты и характеристики рынка машин и оборудования (изд. 2-е). Нижний Новгород: Приволжский центр методического и информационного обеспечения оценки. 2019.
13. Асаул А.Н., Старинский В.Н., Бездудная А.Г., Старовойтов М.К. Оценка машин, оборудования и транспортных средств. СПб: ИПЭВ. 2011.
14. Personal Property Depreciation Schedules and Trend Tables 2018. (б.д.). Получено 16 декабря 2018 г., из Montana Department of Revenue web site: <https://mtrevenue.gov/wp-content/uploads/2018/01/2018-PPR-Depreciation-Schedules.pdf>
15. Смоляк С.А. Проблемы и парадоксы оценки машин и оборудования. М.: РИО МАОК. 2008.
16. Ковалев А. Определение срока службы машин и оборудования при их стоимостной оценке // Имущественные отношения в Российской Федерации. 2016. №10, с. 73-81.
17. Лейфер Л.А., Кашикова П.М. Определение остаточного срока службы машин и оборудования на основе вероятностных моделей // Имущественные отношения в Российской Федерации. 2008. № 1, с. 66-79.
18. Смоляк С.А. О вероятностных моделях для оценки остаточного срока службы и износа машин и оборудования // Имущественные отношения в Российской Федерации. 2017. №2(185). с. 75-87.

Смоляк Сергей Абрамович. Федеральное государственное бюджетное учреждение «Центральный экономико-математический институт РАН», Москва, Россия. Главный научный сотрудник, доктор экономических наук. Количество печатных работ: 300 (в т.ч. 18 монографий). Область научных интересов: оценка эффективности инвестиционных проектов, стоимостная оценка имущества, математические модели экономических объектов, эконометрика. E-mail: smolyak1@yandex.ru

On the dynamics of depreciation of equipment with a random service life

S.A. Smolyak¹

¹ Federal State Budgetary Institution «Central Economics and Mathematics Institute of Russian Academy of Sciences», Moscow, Russia

Abstract. We propose a model that describes the decrease in the market value of equipment with age (depreciation). To measure the depreciation of a used equipment item, we accept the goodness factor, that is, the ratio of its market value to the market value of similar new equipment. The model is based on the discounting cash flows method (DCF). It takes into account that with age, the technical and economic characteristics of the machine deteriorate, and during operation, accidental failures are possible, after which the equipment item must be decommissioned. It is assumed that in the absence of failures, the benefits brought by the equipment item are reduced at a random rate, so that its service life is random. We present the results of calculations according to the model for options when this service life has the Weibull distribution. It was found that the discount rate, average service life and its coefficient of variation have little effect on the dependence of the goodness factor on the relative age (the ratio of actual age to average service life).

Keywords: *machinery equipment, degradation, service life, log-normal distribution, Weibull distribution, failure, valuation, DCF method, depreciation, percent good factor.*

DOI: 10.14357/20790279200107

References

1. *Smolyak, S.A.* 2016. Stoimostnaya otsenka mashin i oborudovaniya (secrety metoda DDP). [Machinery and equipment valuation (secrets of the DCF method)]. Moscow, Russia: Option Publishing House. (in Russian)
2. International Valuation Standards 2017.
3. *Ostreykovsky, V.A.* 2003. Teoriya nadyozhnosti [Reliability theory]: Textbook for high schools. Moscow, Russia: Vysshaya shkola Publ. (in Russian)
4. *Wang Z., Huang H.-Z., Li Y., Xiao N.-C.* 2011. An approach to reliability assessment under degradation and shock process. // IEEE Transactions on Reliability. Vol. 60(4), pp. 852-863.
5. *Lin Y.H., Li Y.F., Zio E.* 2014. Integrating Random Shocks Into Multi-State Physics Models of Degradation Processes for Component Reliability Assessment // IEEE Transactions on Reliability. Vol. 64(1): 154-166.
6. *Smolyak, S.A.* 2017. Vliyaniye nadyozhnosti mashin i oborudovaniya na ikh stoimost. [The impact of reliability on the value of machinery and equipment]. *Economica i matematicheskiye metody* [Economics and mathematical methods]. 53(1): 57-74. (in Russian)
7. *Smolyak, S.A.* 2014. Zavisimost stoimosti masin ot vozrasta; problemy i modeli [Dependence of the value of machinery on age: problems and models] // *Audit i finansovy analiz* [Audit and financial analysis]. No 5: 138-150.
8. *Fedotova, M.A.* (Ed.). 2018. Otsenka mashin i oborudovaniya [Machinery and equipment valuation]: Textbook. (2nd edition). Moscow, Russia: INFRA-M Publ. (in Russian)
9. *Nazarov O., Rutgaizer V.* 2011. Otsenka mashin i oborudovaniya [Machinery and equipment valuation]. Moscow, Russia: Quinto-Consulting Publ.
10. Assessors' Handbook 581. Equipment and Fixtures Index, Percent Good and Valuation Factors. California State Board of Equalization: 2018. Available at: <https://www.boe.ca.gov/proptaxes/pdf/ah58118.pdf> (accessed: May 2019)
11. 2018 Personal Property Manual. Retrieved December 16, 2018, from https://azdor.gov/sites/default/files/media/PROPERTY_pp-manual.pdf
12. *Leifer, L.A.* (Ed.). 2019. Spravochnik otsenshchika mashin i oborudovaniya. Korrekciyuyushchiye koefitsienty i kharakteristiki rynka mashin i oborudovaniya [Handbook of machinery and equipment appraiser. Correction factors and characteristics of machinery and equipment market] (2nd edition). Nizhniy Novgorod, Russia: Volga Center for Methodological and Informational Support of Valuation Publ. (in Russian)
13. *Asaul, A.N., Starinsky, V.N., Bezudnaya, A.G., Starovoytov, M.K.* 2011. Otsenka mashin, oborudovaniya i transportnykh sredstv [Machinery, equipment and vehicles valuation]. St. Petersburg, Russia: IPEV Publ. (in Russian)
14. Personal Property Depreciation Schedules and Trend Tables 2018. Retrieved December 16, 2018, from <https://mtrevenue.gov/wp-content/uploads/2018/01/2018-PPR-Depreciation-Schedules.pdf>
15. *Smolyak, S.A.* 2008. Problemy i paradoxy otsenki mashin i oborudovaniya [Problems and paradoxes of machinery and equipment valuation]. Moscow, Russia: RIO MAOK. (in Russian)
16. *Kovalyov, A.* 2016. Opredeleniye sroka sluzhby mashin i oborudovaniya pri ikh stoimostnoy otsenke [Calculation of the service life of machinery and equipment in their valuation] // *Imushchestvennyye otnosheniya v Rossiyskoy Federatsii* [Property Relations in the Russian Federation]. 10: 73-81. (in Russian)
17. *Leifer, L.A., Kashnikova, P.M.* 2008. Opredeleniye ostatnochnogo sroka sluzhby mashin i oborudovaniya na osnove veroyatnostnykh modeley [Calculation of the residual life of machinery and equipment based on probabilistic models]. *Imushchestvennyye otnosheniya v Rossiyskoy Federatsii* [Property Relations in the Russian Federation]. 1: 66-79. (in Russian)
18. *Smolyak, S.A.* 2017. O veroyatnostnykh modelyakh dla otsenki ostatnochnogo sroka sluzhby i iznosa mashin i oborudovaniya [On probabilistic models for machinery and equipment residual life and depreciation estimation]. *Imushchestvennyye otnosheniya v Rossiyskoy Federatsii* [Property Relations in the Russian Federation]. No 2(185), Pp. 75-87. (in Russian)

S.A. Smolyak. Doctor of Economic Sciences. Federal State Budgetary Institution «Central Economics and Mathematics Institute of Russian Academy of Sciences». 47, Nakhimovsky prospect, 117418, Moscow, Russia. e-mail: smolyak1@yandex.ru