

# Оптимизация использования машин по времени

С.А. Смоляк<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Федеральное государственное бюджетное учреждение науки «Центральный экономико-математический институт РАН», г. Москва, Россия

**Аннотация.** Мы решаем задачу рационального использования машин по времени, опираясь на теорию стоимостной оценки реальных активов. Согласно этой теории, рыночная стоимость актива определяется потоком приносимых им выгод при наиболее эффективном способе его использования. Это согласуется и с тем, что менеджеры компаний, принимая решения по управлению производством, должны ориентироваться на то, в какой мере эти решения повышают стоимость компании. В ряде случаев владелец машины может управлять ее использованием по времени. Выясняется, как изменяются отдельные виды операционных затрат при изменении коэффициента использования машины по времени. Это позволяет построить экономико-математическую модель для отыскания оптимальной (обеспечивающей наибольшие суммарные дисконтированные выгоды) динамики таких коэффициентов. Оказывается, что с возрастом они уменьшаются, а их динамика зависит от структуры операционных затрат. При этом зависимость стоимости машины от возраста оказывается нелинейной. Поэтому оценка обесценения машины как отношения ее возраста к сроку службы может приводить к ошибкам.

**Ключевые слова:** использование машин, наработка, возраст, эффективный возраст, операционные затраты, рыночная стоимость, принцип ожидания выгоды, дисконтирование денежных потоков.

**DOI:** 10.14357/20790279210404

## Введение

Данная статья посвящена одной из проблем стоимостной оценки (valuation) машин. Термин «машина» далее относится к серийно производимым обращающимся на рынке установкам, машинам, оборудованию и транспортным средствам. Различают первичный рынок, где продаются новые (изготовленные, но не введенные в эксплуатацию) машины и вторичный рынок, где продаются подержанные (бывшие в эксплуатации) машины. Машины одного назначения, т.е. способные производить одну и ту же работу, идентичные в момент ввода в эксплуатацию, мы относим к одной марке (в технической литературе используют термин «модель», «модификация»). Такие машины «взаимозаменяемы» и конкурируют друг с другом на рынке.

Под хронологическим возрастом машины мы понимаем время от момента начала эксплуатации машины до даты оценки, выраженное в годах или долях года. Новые машины при этом имеют возраст 0 лет.

Имеется много видов стоимости, но основным считается рыночная стоимость (РС). Ее определение и комментарии к нему занимают в стандартах

оценки (МСО) несколько страниц, и мы не будем его приводить. Отметим лишь, что РС актива на дату оценки отражает цену сделки с ним, совершаемой на эту дату между расчетливыми типичными участниками рынка при определенных условиях. Аналогично определяется РС работ и услуг.

Под восстановительной стоимостью (ВС) машин мы понимаем РС новой машины той же марки. РС подержанной машины удобно соотносить с ее ВС. Разность ВС-РС называется обесценением (depreciation) машины, а отношение РС/ВС, выраженное в долях единицы или процентах – коэффициентом или процентом годности (относительной стоимости, Percent Good Factor). Машина, которую невыгодно или невозможно применять по назначению, подлежит утилизации. Ее РС в этот момент называют утилизационной. Обычно она определяется как суммарная РС отдельных узлов и деталей машины за вычетом расходов, связанных с демонтажом машины и продажей металлолома.

Рассмотрим процесс использования машины в некотором периоде времени. В этом периоде машина может работать (применяться по назначению), но может и простаивать по различным причинам, включая проведение технического об-

служивания и ремонта (машин, находящихся в резерве, здесь и далее мы не учитываем). Под коэффициентом использования машинного времени (КИМВ) мы понимаем долю времени работы в общей длительности периода. Производительность машины в этом периоде характеризуется двумя показателями:

- техническая производительность – это объем работ, производимой машиной за единицу времени работы;
- эксплуатационная производительность – это объем продукции, производимой машиной за единицу времени использования.

Легко видеть, что эксплуатационная производительность отличается от технической множителем КИМВ.

Определим выгоды, приносимые машиной в некотором периоде, как РС выполняемых за этот период работ за вычетом операционных затрат, связанных с использованием машины. Оценщики говорят о чистых или операционных доходах, однако этот термин может ввести в заблуждение, если выполняемые машиной работы не обращаются на рынке, а являются промежуточными технологическими операциями.

С возрастом эксплуатационные показатели машин ухудшаются, их производительность снижается, а операционные затраты растут (чего при управлении машинным парком нередко не учитывают).

Приведем примеры. За первые 4000 часов работы затраты на ремонт тракторов в 3 раза меньше, чем за следующие 4000 часов. За первые 1500 часов работы затраты на ремонт комбайнов в 3 раза меньше, чем за следующие 1500 часов [19]. Из [24] видно, что затраты на техническое обслуживание и ремонт иранских тракторов на 15-м году службы в 13 раз больше, чем в начале эксплуатации. Из-за ухудшения показателей надежности к концу срока службы производительность грузовых автотранспортных средств, например, снижается вдвое, а трудоемкость поддержания их работоспособности возрастает в 3 и более раз ([http://www.grtrans.ru/index.php?option=com\\_content&view=article&id=22:2010-01-26-12-40-49&catid=3:2010-01-24-15-44-18&Itemid=4](http://www.grtrans.ru/index.php?option=com_content&view=article&id=22:2010-01-26-12-40-49&catid=3:2010-01-24-15-44-18&Itemid=4)). Расход запасных частей у автосамосвалов в возрасте более 10 лет на 40% выше, чем при среднем возрасте 6–8 лет. Как видно из [1, табл. 6.3], в Швеции количество ремонтов на 10000 км пробега автомобилей в возрасте 2 года и 12 лет отличается более чем в 10 раз (0.36 и 4.00). Производительность бульдозеров средних классов уменьшается за каждый год эксплуатации на 1–2%, а уменьшение го-

дового фонда рабочего времени составляет 1.5% в год ([http://dsatver.narod.ru/nt\\_buld.htm](http://dsatver.narod.ru/nt_buld.htm)). В организациях газовой промышленности годовой темп снижения часовой производительности бульдозеров составляет 0.6–1.5%, экскаваторов – 1–3%, годовой темп снижения их наработки соответственно 1.1–2.4% и 2.3–4.2% [7].

Следует, однако, отметить, что динамики РС и производительности машин существенно различаются. Так, производительность машин к концу срока службы обычно снижается не более чем в 2–3 раза, тогда как РС – не менее чем в 6–20 раз. Это показывает некорректность утверждения [2], что на каждый 1% снижения их производительности приходится менее 1% уменьшения РС.

В технической литературе ухудшение эксплуатационных показателей машины с возрастом объясняется физическим изнашиванием машины под влиянием трения, коррозии, старения металла, флюктуаций температуры и влажности и т.д. Физическое изнашивание наблюдается, даже если машина простаивает или находится на хранении. Однако после проведения ремонта некоторые последствия изнашивания устраняются, а эксплуатационные характеристики машины улучшаются. Поэтому зависимости этих характеристик от возраста машины носят, строго говоря, пилообразный характер. Этим обстоятельством мы будем пренебрегать, тем самым, принимая, что машины не подвергаются дорогостоящим капитальным ремонтам.

Заметим теперь, что машины одного возраста, которые до даты оценки использовались с разной интенсивностью, на эту дату окажутся в разном техническом состоянии и будут иметь разную РС. Не случайно использование машин по времени рассматривается оценщиками как один из факторов, влияющих на РС машин. Однако использованием машин по времени в ряде случаев можно управлять. Разумеется, никто не станет изменять режим работы одного из станков, работающего в составе большой технологической линии. Но бывают и иные ситуации.

1. Некоторая продукция производится на одной технологической линии. Дорогостоящее основное оборудование в ней (скажем, 5-Axis Vertical Machining Center VF-6/50TR) выполняет сложные операции, которые другое оборудование предприятия выполнить не может. Здесь интенсивность работы данного оборудования можно изменять, а технологическая линия должна под нее подстраиваться.
2. Для выполнения больших объемов работ предприятие использует много единиц машин определенного вида (например, при разработке ка-

рьеров – много экскаваторов или самосвалов). При этом машины одной марки, различающиеся по техническому состоянию, можно использовать с разной интенсивностью (например, с разной сменностью).

Здесь естественно поставить задачу выбора оптимального использования машин по времени. В этой статье мы предложим один из методов решения этой задачи, основанный на теории стоимостной оценки.

## 1. Подходы к стоимостной оценке машин

Для стоимостной оценки машин используются разные подходы [5,15]. При затратном подходе РС машины определяется путем умножения ее восстановительной стоимости (ВС) на коэффициент годности. При этом ВС оценивают на основе цен первичного рынка на дату оценки, а коэффициенты годности ( $k$ ) устанавливают исходя из сложившейся зависимости их от возраста машины ( $t$ ). Соответствующая зависимость  $k(t)$  считается стабильной – справедливой для любой даты оценки. Это позволяет строить зависимости  $k(t)$  по данным о рыночных ценах машин разного возраста, относящихся не только к дате оценки, но и к более раннему периоду. Оценщики США используют специально разрабатываемые для отдельных достаточно широких групп машин табличные зависимости  $k(t)$ , приводимые, например, в [16,28]. Аналогичные таблицы есть и в РФ, например, в [1,4]. Однако качество ряда рекомендуемых в российской и зарубежной оценочной литературе таких зависимостей невысокое, на что указывалось в [11,14,26].

Важно также, что зависимости коэффициента годности ( $k$ ) от возраста ( $t$ ) не учитывают технического состояния машин. Чтобы исправить этот недостаток, их применяют, заменяя возраст машины учитывающим ее состояние экспертно оцениваемым эффективным возрастом (ЭВ). Такой прием для оценки зданий был предложен еще в [27], и с 1960-х годов стал широко использоваться при оценке зданий в США. Для машин он используется, например, в [4,16,28]. По сути, такой прием предполагает, что техническое состояние машины или здания можно описать одним показателем ЭВ. Однако подобное допущение оказывается некорректным, если машина подвергается капитальным ремонтам. Здесь состояние машин уместнее оценивать, по крайней мере, двумя показателями [13].

При доходном подходе РС активов определяется на основе потока выгод от дальнейшего их использования. Поскольку использовать актив можно по-разному, здесь используется принцип ожидания

выгод, упомянутый, но подробно не раскрываемый в (МСО). Мы предложили сформулировать его так: РС актива на дату оценки не превосходит суммы дисконтированных выгод от его использования в течение некоторого периода и дисконтированной его РС в конце периода, и совпадает с этой суммой, если актив используется наиболее эффективно [12,14].

Заметим, что РС актива отражает его «вклад» в РС владеющей ею фирмы. Поэтому при наиболее эффективном использовании актива фирма одновременно максимизирует и свою рыночную стоимость.

Продажа активов по РС обеспечивает рыночное равновесие, когда продавец стремится продать актив за максимальную цену, а покупатель – приобрести его по минимальной цене, не превышающей суммарных выгод от его последующего использования. Из принципа ожидания выгод, в частности, следует, что суммарные дисконтированные выгоды владельца актива от его продажи по РС и от последующего наиболее эффективного использования будут одинаковы. Кстати, продавать активы на открытом рынке можно разными способами, изменяя условия продажи. Однако принцип ожидания выгод «работает» и здесь, ориентируя оценку актива на наиболее эффективный из таких способов.

Примеры применения доходного подхода к оценке машин излагаются в [2,15] и других учебниках. Однако при оценке активов, как правило, не принимается во внимание необходимость оптимизации всего процесса использования активов. Например, задавая срок службы оцениваемой машины, оценщики обычно не проверяют, обеспечивает ли этот срок получение максимальных выгод. Аналогично, получив информацию о том, с какой сменностью работает оцениваемая машина, оценщик принимает, что она и дальше будет использоваться также. Мы не согласны с такой позицией и считаем, что при оценке реальных активов необходимо ориентироваться на наиболее эффективные из всех технически и юридически допустимых способов их использования. Такая методология была использована нами в [11,14,26] для установления оптимальных сроков службы машин и периодичности их капитальных ремонтов. В этой статье мы используем ее для установления оптимальной интенсивности использования машин.

## 2. Влияние интенсивности использования машины на ее операционные характеристики

Предметом нашего рассмотрения будут машины одной и той же марки в один и тот же момент времени (дата оценки). Процесс использо-

вания машин мы рассматриваем в непрерывном времени (для определенности время измеряется в годах или долях года).

Чтобы применить доходный подход к оценке машины, надо знать, как со временем меняются ее производительность и операционные расходы и, соответственно, выгоды от ее использования. Для этого нам понадобится выбрать подходящий измеритель состояния машин и выяснить, как от него зависят эксплуатационные характеристики машины.

Техническое состояние машины в теории надежности принято измерять ее наработкой – временем работы с начала эксплуатации. Однако мы поступим немного иначе. Оценщики обычно ориентируются на нормальный способ использования машин, применяемый типичными участниками рынка. Этому способу отвечает и некоторое нормальное значение КИМВ, которое мы обозначим его через  $z_0$ . Таким образом, если машина использовалась нормально в течение года, то ее наработка составила  $z_0$  долей года, а возраст увеличился на 1 год. На этом основании будем характеризовать состояние машины эффективным возрастом (ЭВ), определив его как отношение наработки к нормальному значению КИМВ  $= z/z_0$ . Тогда для нормально используемой машины ЭВ будет совпадать с хронологическим возрастом. Если же машина используется с другим КИМВ  $= z$ , то ее ЭВ будет расти в  $z/z_0$  раз быстрее, чем хронологический. Поэтому отношение  $j = z/z_0$  можно назвать интенсивностью использования машины по времени.

Характеризуя состояние машины ее ЭВ ( $s$ ), мы тем самым принимаем, что техническая производительность  $W_0$  и РС  $V$  являются некоторыми функциями от  $s$  – соответственно  $W_0(s)$  и  $V(s)$ . Будем считать их гладкими и убывающими. Величина  $V(0)$  при этом будет восстановительной стоимостью (ВС) машины.

Что же касается эксплуатационной производительности и операционных затрат, то они зависят не только от состояния машины, но и от того, как она используется по времени. Опишем эти зависимости подробнее.

Если машина эффективного возраста  $s$  используется нормально, то ее эксплуатационная производительность отличается от технической множителем КИМВ, т.е. составляет  $W_0(s)z_0$ . Будем обозначать эту производительность через  $W(s)$ .

Рассмотрим машину с ЭВ  $= s$ , которая используется с КИМВ  $= z$ , т.е. с интенсивностью  $j = z/z_0$ , в течение малого времени  $dt$ . Ее эксплуатационная производительность отличается от техниче-

ской множителем КИМВ, т.е. составляет  $W_0(s)z = W_0(s)jz_0 = W(s)j$ . Поэтому за время  $dt$  она произведет работу в объеме  $W(s)jdt$ . РС этой работы составит  $pW(s)jdt$ , где  $p$  – РС единицы работ, которую мы пока будем считать известной.

Операционные затраты данной машины разделим на три группы.

Первая включает «прямые» затраты, прямо связанные с объемом выполняемых работ, например, расходы на сырье, материалы, топливо и энергию. Если обозначить через  $C(s)$  сумму таких затрат на единицу работ, то за период  $dt$  их размер составит  $C(s)W(s)jdt$ . Заметим, что с ухудшением состояния машины величина  $C(s)$  может не меняться, но чаще всего возрастает (так, у автомобилей, строительных и сельскохозяйственных машин расход топлива и энергии на единицу выполненной работы с возрастом повышается).

Вторая группа включает «условно-постоянные» затраты, зависящие только от времени использования машины (но не от объема выполняемых работ). В эту группу входят, например, расходы по оплате труда обслуживающего персонала и приходящаяся на машину часть затрат по содержанию производственных площадей. Сумму  $G$  таких затрат в единицу времени будем считать не зависящей от состояния машины.

Третья группа включает затраты на организацию работ, техническое обслуживание и текущий ремонт машины, которые для краткости будем называть «сервисными». Их величина зависит от состояния машины и от интенсивности  $j$  ее использования.

Обозначим через  $H(s)$  сервисные затраты, осуществляемые в единицу времени при нормальном использовании машины, находящейся в состоянии  $s$ . Выясним, как они изменятся, если использовать машину с КИМВ  $= z$  и интенсивностью  $j = z/z_0$ . При этом будем считать для определенности, что машина используется интенсивнее, чем «нормальная», т.е. что  $z > z_0, j > 1$ .

За малое время  $dt$  ЭВ машины вырастет на  $jdt$  и она выполнит работу в объеме  $W(s)zdt$  единиц. Но точно те же результаты будут достигнуты, при нормальном использовании машины в течение большего времени  $jdt$ . При этом у машины, используемой нормально в течение времени  $jdt$ , сервисные затраты составят  $H(s)jdt$ . А вот у рассматриваемой машины они будут другими. Дело в том, что сервисные работы для нее выполняются в течение всего периода ее использования  $dt$ , а у «нормальной» машины на это уйдет большее время  $jdt$ . Поэтому выполнить эти ра-

боты для рассматриваемой машины будет сложнее: потребуется привлечение дополнительных трудовых и машинных ресурсов. Такое явление имеет общий характер. Обычно, чем больше ресурсов задействовано на выполнение работы, тем меньше их производительность (сказывается отрицательный эффект масштаба производства). В результате затраты ресурсов на выполнение работы растут быстрее, чем уменьшается ее продолжительность.

Зависимостью затрат на выполнение работы от ее продолжительности начали активно заниматься, решая задачи оптимизации сетевых графиков «по стоимости». По-видимому, впервые такая задача была поставлена в [23], где принималось, что при сокращении продолжительности работы затраты на ее выполнение линейно возрастают. Однако, начиная с [17], рассматривались и нелинейные (главным образом, кусочно-линейные) зависимости, при этом основное внимание уделялось методам оптимизации. Строились и аналитические модели соответствующей зависимости. Так, дополнительные затраты, возникающие при сокращении продолжительности работы, принимались в [22] и некоторых других публикациях пропорциональными величине этого сокращения, а в [18,20] – ее квадрату. Однако, согласно этим моделям, для неограниченного сокращения продолжительности работы потребуются конечные затраты, тогда как более естественным был бы их неограниченный рост. К тому же обе модели не подтверждены какими-либо фактическими данными.

Поскольку сетевые графики обычно требуются при проектировании капитального строительства, зависимости затрат на выполнение работы от ее продолжительности исследовались применительно к строительно-монтажным работам. Продолжительность строительства обычно сокращают, привлекая дополнительные трудовые и машинные ресурсы. При этом за счет эффекта масштаба производства производительность ресурсов снижается. Следуя [9], охарактеризуем это явление процентным снижением производительности ресурсов ( $P$ ) при однопроцентном сокращении продолжительности

$$\text{работ (D): } \mu = \left( \frac{dP}{P} \right) / \left( \frac{dD}{D} \right) = \frac{d \ln P}{d \ln D}. \text{ Если считать величину } \mu \text{ константой, то производительность ресурсов оказывается пропорциональной продолжительности работ в степени } \mu.$$

О значении  $\mu$  можно судить по данным о влиянии сменности или продолжительности ра-

бочей смены на производительности ресурсов. Так, для различных видов строительно-монтажных работ с увеличением сменности на 10% часовая производительность труда работников (выработка) снижается на 2.55% [9,10]. Такая же оценка вытекает и из данных, приведенных в п. 6.2 официального нормативно-методического документа [8]. Последствия привлечения избыточного количества рабочих при изготовлении партии металлоизделий для строительства исследовалось в [21]. Эти последствия измерялись «потерей эффективности» (Lost Efficiency,  $LE$ ) – относительным приростом фактически отработанных человеко-часов против предусмотренных проектно-сметной документацией. Из полученной авторами регрессионной зависимости вытекает, что при увеличении численности рабочих на 10% против проектной производительность труда снижается на 2,7%, и поэтому  $\mu = -\ln(0.973)/\ln(1.10) \approx 0.29$ . Из таблицы, приведенной в [6], следует, что при повышении сменности работ на 30% часовая производительность строительных машин снижается примерно на 10%. Этому отвечает значение  $\mu = -\ln(0.90)/\ln(1.30) \approx 0.40$ . Таким образом, производительность трудовых и машинных ресурсов пропорциональна продолжительности работ в степени  $\mu = 0.25-0.5$ . При этом количество затрачиваемых человеко-часов и машино-часов изменяется в обратной пропорции. Отсюда следует, что затраты на оплату труда и эксплуатацию машин для выполнения работы увеличиваются обратно пропорционально ее продолжительности в степени  $\mu$ . Отметим также, что в [25] без каких-либо обоснований принималась обратно пропорциональная зависимость переменной части затрат на выполнение работы от ее продолжительности. Этому отвечает  $\mu = 1$ , что не согласуется с нашими оценками. Изложенные соображения позволяют считать, что и в общем случае затраты на выполнение работ обратно пропорциональны их продолжительности в степени  $\mu$ , причем  $\mu = 0.25-0.5$ .

Напомним теперь, что мы сопоставляем размеры сервисных затрат у рассматриваемой машины, используемой с интенсивностью  $j$  в течение времени  $dt$ , и у машины, которая используется нормально в течение времени  $jdt$ . При этом результаты сервисных работ у обеих машин одинаковы, и затраты на их выполнение у машины, используемой нормально, составляют  $H(s)jdt$ . Однако продолжительность выполнения этих работ для рассматриваемой машины в  $j$  раз меньше. Поэтому затраты на сервисные работы у нее должны быть в  $j^\mu$  раз больше, т.е. составить  $j^\mu H(s)jdt = H(s)j^{\mu+1}dt$ .

### 3. Оптимизация интенсивности использования машины

Продолжим рассмотрение машины с ЭВ= $s$ , используемой с интенсивностью  $j = z/z_0$ . Как показано выше, ее эксплуатационная производительность составляет  $W(s)j$ , прямые затраты на единицу работы  $C(s)$ , а в процессе использования машины за единицу времени осуществляются постоянные затраты  $Gdt$  и сервисные затраты  $H(s)j^{\mu+1}dt$ . Кроме того, вплоть до конца раздела мы будем предполагать, что инфляция и налоги на прибыль и имущество отсутствуют. Поэтому выгоды от использования машины за единицу времени составят:

$$pW(s)j - C(s)W(s)j - G - H(s)j^{\mu+1} = \\ = M(s)j - H(s)j^{\mu+1} - G,$$

где  $M(s) = [p - C(s)]W(s)$ .

Величина  $M(s)$  отражает РС работ, выполненных нормально используемой машиной за единицу времени, за вычетом прямых затрат на их производство. Близкий по смыслу показатель в финансовом анализе носит название маржинальной прибыли. Будем поэтому называть  $M(s)$  интенсивностью маржинальных выгод.

В разделе 1 мы говорили, что операционные характеристики машины с возрастом ухудшаются, имея в виду снижение производительности и рост прямых операционных затрат с возрастом. Однако если интенсивность использования машины может изменяться, это утверждение становится неверным: так, при более интенсивной работе годовая производительность машины и годовые операционные затраты могут увеличиться. Поэтому, более правильно говорить о том, что эксплуатационные характеристики машины с возрастом ухудшаются, если использование машины по времени не меняется. В нашей модели это означает, что функции  $W(s)$  и  $M(s)$  – убывающие.

Заметим теперь, что все машины в достаточно плохом состоянии должны утилизироваться, так что все они имеют одну и ту же утилизационную стоимость  $U$ . Наоборот, у всех машин в достаточно хорошем состоянии РС больше  $U$ , и их следует использовать по назначению. Поэтому существует некоторый предельный (максимально допустимый) ЭВ  $S$  такой, что при  $s \geq S$  машину целесообразно утилизировать, а при  $s < S$  использовать по назначению, и тогда ее РС  $V(s) > U$ .

Применив принцип ожидания выгод к машине с ЭВ= $s < S$ , используемой с интенсивностью  $j$  в течение времени  $dt$ , и обозначив через  $V^+$  РС маши-

ны в конце периода, а через  $r$  – ставку дисконтирования, мы получим:

$$V(s) \geq [M(s)j - H(s)j^{\mu+1} - G]dt + (1 - rdt)V^+. \quad (1)$$

Причем знак равенства здесь имеет место при наиболее эффективном использовании машины, т.е. при оптимальном значении  $j$ .

Учтем теперь, что в конце периода ЭВ нашей машины увеличится на  $jdt$  и составит  $s + jdt$ . Поэтому при отсутствии инфляции она будет иметь ту же РС, что и машина того же ЭВ в начале периода, так что  $V^+ = V(s + jdt) \approx V(s) + V'(s)jdt$ . Поэтому с точностью до малых более высокого порядка имеем:

$$V(s) \geq [M(s)j - H(s)j^{\mu+1} - G]dt + (1 - rdt)V(s + jdt) = \\ = V(s) + \left\{ M(s) + V'(s) - H(s)j^\mu - \frac{rV(s) + G}{j} \right\} jdt.$$

Отсюда сразу же следует, что

$$V'(s) \leq H(s)j^\mu + \frac{rV(s) + G}{j} - M(s), \quad (2)$$

причем знак равенства здесь достигается при оптимальном значении  $j$ .

Легко проверяется, что правая часть (2) будет минимальной при

$$j = \left[ \frac{rV(s) + G}{\mu H(s)} \right]^{1/(\mu+1)}. \quad (3)$$

Поскольку РС машины уменьшается с увеличением ЭВ, а интенсивность сервисных затрат, по крайней мере, не уменьшается, то оптимальная интенсивность использования машины по времени должна уменьшаться. Другими словами, машины, находящиеся в худшем техническом состоянии, экономически целесообразно использовать менее интенсивно.

Подставив оптимальное  $j$  в неравенство (2) и учитывая, что при этом оно становится равенством, мы получим уравнение для  $V(s)$  (справедливое, если только ЭВ машины меньше предельного):

$$V'(s) = (\mu + 1)H(s) \left[ \frac{rV(s) + G}{\mu H(s)} \right]^{\mu/(\mu+1)} - M(s). \quad (4)$$

Входящая сюда производная  $V'(s)$ , взятая с обратным знаком, отражает уменьшение стоимости (обесценение, depreciation) машины при ее оптимальном использовании за малую единицу времени.

Решение (4) будет гладкой функцией от  $s$ , поэтому краевым условием здесь будет  $V(S) = U$ . Кроме того, РС машины не убывает с ростом ЭВ, поэтому правая часть (4) должна быть не больше нуля:  $(\mu + 1)H(s) \left[ \frac{rV(s) + G}{\mu H(s)} \right]^{\mu/(\mu+1)} \leq M(s)$ .

По непрерывности, это неравенство должно выполняться и при  $s = S$ , откуда после преобразования вытекает:

$$\frac{\mu M(S)}{\mu + 1} \left[ \frac{M(S)}{(\mu + 1)H(S)} \right]^{1/\mu} \geq rV(S) + G. \quad (5)$$

Остается выяснить величину предельного ЭВ  $S$ . Для этого рассмотрим машину с  $s = S$ . Она имеет утилизационную стоимость, т.е.  $V(S) = U$ , и продолжать использовать машину по назначению нецелесообразно. Если, тем не менее, использовать машину с какой-то интенсивностью  $j$  в течение малого периода  $dt$ , то в конце периода ее состояние не улучшится, а РС так и останется утилизационной. Отсюда и из (1) вытекает, что при любом  $j$

$$U = V(S) \geq [M(S)j - H(S)j^{\mu+1} - G]dt + (1 - rdt)U.$$

Поэтому  $M(S)j - H(S)j^{\mu+1} \leq rU + G$  при любом  $j$ . Максимизируя левую часть по  $j$ , мы

получим: 
$$\frac{\mu M(S)}{\mu + 1} \left[ \frac{M(S)}{(\mu + 1)H(S)} \right]^{1/\mu} \leq rV(S) + G.$$

Но это неравенство может выполняться одновременно с неравенством (5) только тогда, когда в обоих случаях будет иметь место точное равенство. Легко проверить, что при этом правая часть равенства (4) при  $s \rightarrow S$  стремится к нулю. Это означает, что функция  $V(s)$  в точке  $s = S$  имеет нулевую левую производную. Но и правая ее производная тоже равна нулю, т.к. при  $s \geq S$  функция  $V(s)$  тождественно равна  $U$ . Это значит, что функция  $V(s)$  в точке  $s = S$  дифференцируема и имеет нулевую производную:  $V'(S) = 0$ . Поэтому зависимость  $V(s)$  РС машин от ЭВ и предельный ЭВ машин  $S$  определяются одновременно из решения уравнения (4) с двумя краевыми условиями:  $V(S) = U$  и  $V'(S) = 0$ .

Учтем теперь, что при использовании машины с интенсивностью  $j$  в течение времени  $dt$  ее ЭВ увеличится на  $ds = jdt$ . Поэтому в силу (3) имеем:

$$\frac{dt}{ds} = \frac{1}{j} = \left[ \frac{\mu H(s)}{rV(s) + G} \right]^{1/(\mu+1)}. \quad (6)$$

Равенств (3), (4), (6) достаточно, чтобы построить зависимости РС машин и интенсивности их использования от хронологического возраста. Таким образом, мы получили окончательное решение задачи.

#### 4. Применение модели в более реалистичных ситуациях

Ряд допущений, принятых при построении изложенной выше модели, существенно ограничи-

вают сферу ее применения. Ниже мы попытаемся применить построенную модель к более реалистичным ситуациям.

Начнем с того, что для упрощения изложения мы предположили отсутствие инфляции и налогов, хотя и то, и другое в реальной экономике присутствует. Однако такое предположение может быть оправдано. Дело в том, что стандарты оценки [5] допускают при оценке активов опираться на доналоговые реальные денежные потоки от его использования (в которых влияние инфляции и налога на прибыль не учитывается) и соответствующую (т.е. также доналоговую и реальную) ставку дисконтирования. Правомерность использования доналоговых реальных денежных потоков и ставок дисконтирования для стоимостной оценки активов подтверждается и моделями из [11,13,14]. Более того, в этих работах показано, что в денежных потоках можно не учитывать и налога на имущество и других адвалорных расходов, если только увеличить ставку дисконтирования на ставку этих расходов.

При построении модели мы предполагали известной РС единицы выполняемых машинами работ ( $p$ ). Между тем, эти работы могут носить агрегированный характер (тогда объем работ выражается в таких единицах, как тонны условного топлива, кубометры перемещенного грунта или условные консервные банки) или вообще не обращаться на рынке. Подтвердить стоимость работ рыночными данными при этом не удастся, но оценить ее можно следующим образом. Рассмотрим величину  $p$  как калибровочный параметр модели. В таком случае определяемые из модели РС машин будут функциями не только от ЭВ, но и от  $p$ . В частности, стоимость  $V_0$  новой машины (с ЭВ=0) на дату оценки будет некоторой функцией от  $p$ , обозначим ее через  $f(p)$ . Легко видеть, что функция  $f(p)$  возрастающая – чем дороже выполняемые машиной работы, тем при прочих равных условиях будет выше и стоимость машины. Однако найти РС  $V_0$  новой машины можно по данным первичного рынка. Поэтому для согласования расчетов по модели с рыночными данными достаточно подобрать  $p$  из условия:  $f(p) = V_0$ . Такой метод расчета РС работ отвечает затратному подходу к оценке.

Наконец, в построенной модели предполагалось, что в составе операционных затрат можно выделить не только прямые, но и постоянные и сервисные затраты. Это предположение довольно существенное, поскольку при разных соотношениях указанных затрат зависимость РС машины от ЭВ оказывается разной. Разу-

меется, произвести достаточно обоснованное разделение операционных затрат на три указанные составляющие можно, имея детальную их калькуляцию. Однако и этого недостаточно, поскольку, например, часть сервисных работ может осуществляться не в тех подразделениях предприятия, в которых используется машина. Поэтому необходимы какие-то дополнительные ориентиры, позволяющие хотя бы убедиться в том, что при разделении операционных затрат на три составляющие не сделано грубых ошибок. В этих целях можно воспользоваться следующими соображениями.

Выше отмечалось, что оценщики могут выявить тот нормальный способ их использования, который применяют типичные участники рынка. Этому способу отвечает и некоторое нормальное значение  $KIMB=z_0$  и нормальная интенсивность использования машин  $j=1$ . На него ориентируются и производители машин, стараясь, чтобы при этом способе использования их эксплуатационные характеристики стали возможно лучше. Правда, соответствующие испытания в таких случаях проводятся на новых, а не подержанных машинах. На этом основании можно считать, что для новых машин значение  $j=1$  является оптимальным. Но тогда формула (3) при  $s=0$  должна давать  $j=1$ , откуда следует, что

$$rV(0) + G = \mu H(0). \quad (7)$$

Этим равенством можно воспользоваться и при более точной «подгонке» других калибровочных параметров модели.

### 5. Экспериментальные расчеты

Приведем примеры применения построенной модели.

**Пример 1** относится к нереальной, но часто встречающейся в литературе «неизнашивающейся» машине с конечным сроком службы, характеристики которой вообще не зависят от ее состояния (в англоязычной экономической литературе такие активы именуются “one-hoss shay”, русскоязычным аналогом можно считать карету Золушки, которая должна превратиться в тыкву ровно в полночь).

Для такой машины предельный ЭВ  $S$  задается экзогенно, а функции  $M(s)$  и  $H(s)$  будут константами, соответственно  $M$  и  $H$ . Утилизационную стоимость машин  $U$  будем считать нулевой (в конце срока службы машина как бы «исчезает»). Для расчетов мы принимаем  $r=0.1$ ,  $M=5$ ,  $S=10$ ,  $\mu=0.4$ . Величину условно-постоянных затрат  $G$  мы будем

варьировать, а сервисные затраты  $H$  определять из равенства (7). При этом каждое значение  $G$  будет отвечать как бы отдельной марке «нестареющих» машин.

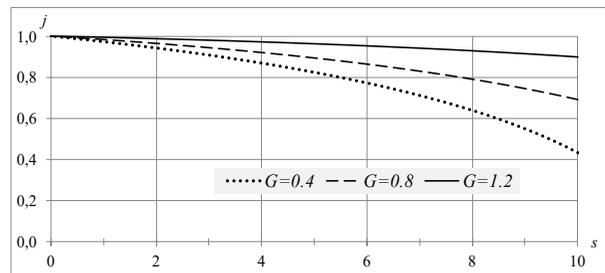
В табл. 1 приведены основные характеристики машин для разных вариантов расчета (каждый вариант при этом соответствует как бы отдельной марке машин).

На рис. 1-3 приведены некоторые результаты расчетов по предложенной модели, в том числе зависимости РС и интенсивности использования машин по времени от хронологического возраста и ЭВ. Отдельно рассчитывалась и РС машины при условии ее использования с неизменной интенсивностью  $j=1$ .

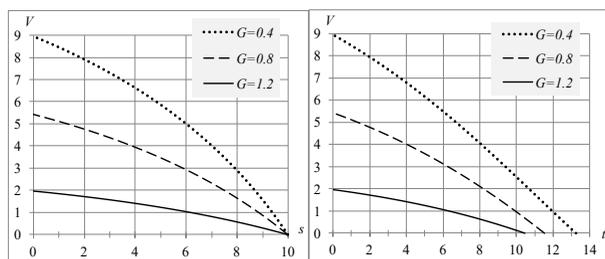
**Табл. 1**

Основные характеристики машин для разных вариантов расчета

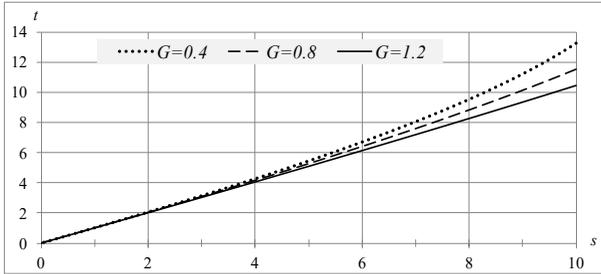
Показатели по вариантам	1	2	3
Годовые условно-постоянные затраты $G$	0.2	0.7	1.2
Годовые сервисные затраты $H$	3.18	3.33	3.49
Восстановительная стоимость $V(0)$	10.74	6.30	1.96
Хронологический срок службы $T$	14.78	11.85	10.45
Интенсивность использования машины по времени в конце срока службы $j_{min}$	0.27	0.63	0.90
Процентное уменьшение стоимости машины при использовании ее с неизменной интенсивностью	4.9	2.3	0.6



**Рис. 1.** Зависимости интенсивности использования машин от эффективного возраста при разных значениях  $G$



**Рис. 2.** Зависимости РС машин от хронологического и эффективного возраста при разных значениях  $G$



**Рис. 3.** Зависимости хронологического возраста от эффективного при разных значениях  $G$

Как видно из рис. 2 и 3, зависимость обесценения машин от возраста не линейная, а пропорциональность между ЭВ и хронологическим возрастом имеет место только в начале эксплуатации машин.

Поскольку «неизнашивающихся» машин не бывает, сравнивать полученные выше их характеристики с аналогичными характеристиками реальных машин и оборудования не имеет смысла.

Более реалистичная ситуация рассмотрена в следующем примере.

**Пример 2.** Как и в Примере 1, примем  $r=0.1$ ,  $\mu=0.4$  и будем считать функцию  $H(s)$  константой:  $H(s)=H$ . Относительную утилизационную стоимость машин примем равной 8% ( $u=0.08$ ). Влияние ЭВ на интенсивность маржинальных доходов опишем экспоненциальной зависимостью  $M(s) = M(0)e^{-0.05s}$ .

Мы рассмотрели три варианта, где в начале эксплуатации интенсивность выгод одна и та же ( $M(0)-G-H=2$ ), а оптимальная интенсивность использования машин по времени равна 1 ( $j(0)=1$ ).

В табл. 2 приведены основные характеристики машин для разных вариантов расчета.

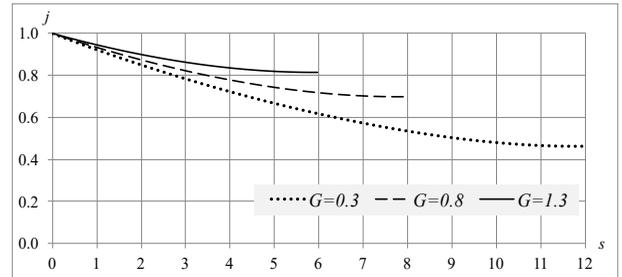
Расчитанные по формулам (5)-(9) по вариантам зависимости РС машин и интенсивности их использования от возраста и ЭВ представлены на рис. 4–6. Здесь вместо номеров вариантов указаны соответствующие значения условно-постоянных затрат  $G$ .

**Табл. 2**

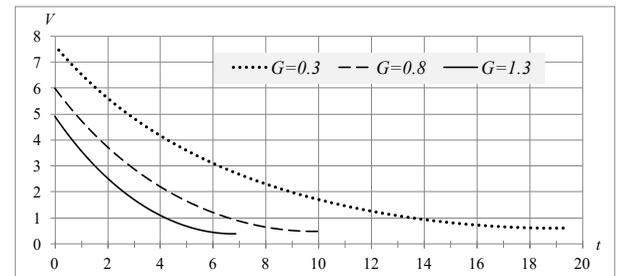
Основные характеристики машин для разных вариантов расчета

Показатели по вариантам	1	2	3
Годовые условно-постоянные затраты $G$	0.3	0.8	1.3
Годовые сервисные затраты $H$	2.65	3.49	4.47
Восстановительная стоимость $V(0)$	19.28	5.98	4.90
Предельный эффективный возраст $S$	11.92	7.90	5.98
Хронологический срок службы $T$	16.11	9.94	6.85
Интенсивность использования машины по времени в конце срока службы $j_{\min}$	0.46	0.70	0.81

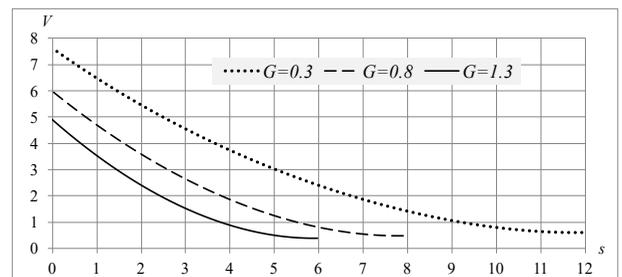
На рис. 4 видно, что и здесь оптимальная интенсивность использования машины с возрастом снижается. В то же время ВС машин, их предельный ЭВ и рациональный срок службы зависят от  $G$ . Это говорит о том, что при установлении экономически рациональных сроков службы машин необходимо учитывать не только величину чистого операционного дохода, но и структуру операционных затрат.



**Рис. 4.** Зависимости интенсивности использования машин от эффективного возраста при разных значениях  $G$



**Рис. 5.** Зависимости РС машин от возраста при разных значениях  $G$



**Рис. 6.** Зависимости РС машин от эффективного возраста при разных значениях  $G$

Зависимости РС машины от возраста и здесь оказываются нелинейными (рис. 5 и 6). Это лишний раз показывает необоснованность определения процента обесценения машины как отношения ее ЭВ к сроку службы, что рекомендуется во многих источниках, например, в [3] (другие возражения против такого метода изложены в [11,14]). К тому же пропорциональная зависимость между ЭВ и хронологическим возрастом нарушается при приближении к концу срока службы (рис. 7). Зави-

симости процентов годности ( $PGF$ ) от ЭВ по рассмотренным вариантам приводятся на рис. 8.

Однако сроки службы машин по вариантам различаются, и сопоставлять такие зависимости затруднительно. Положение меняется, если в качестве аргумента выбрать не сам эффективный возраст ( $s$ ), а его отношение к предельному эффективному возрасту ( $S$ ) – относительный эффективный возраст ( $REA$ ). Оказалось, что зависимости процента годности от  $REA$  для всех вариантов достаточно близки (рис. 9).

Более того, оказалось, что они практически не меняются при изменении ставки дисконтирования ( $r$ ) в разумном диапазоне.

### Заключение

Полученные в настоящем исследовании результаты заставляют пересмотреть ряд привычных для оценщиков методических положений.

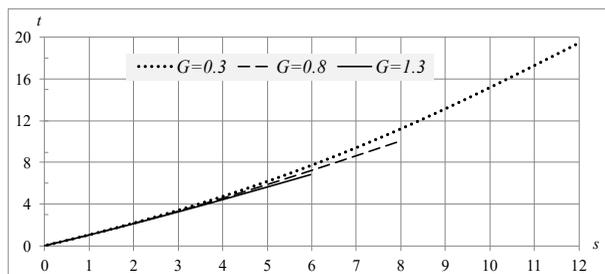


Рис. 7. Зависимости хронологического возраста от эффективного при разных значениях  $G$

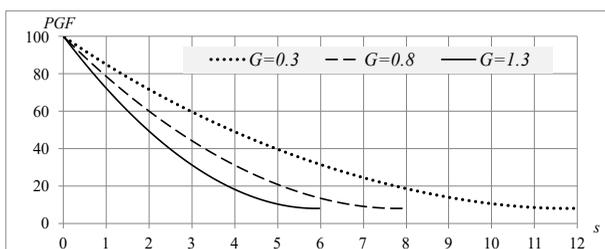


Рис. 8. Зависимости процентов годности машин от эффективного возраста при разных значениях  $G$

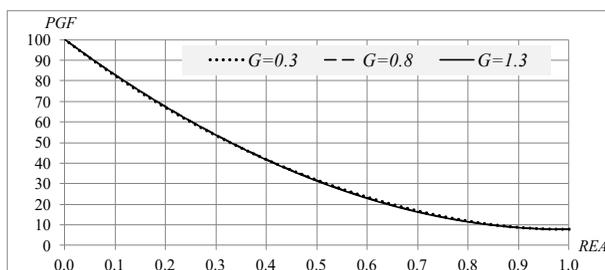


Рис. 9. Зависимости процентов годности машин от относительного эффективного возраста разных значениях  $G$

1. Оценщики обычно считают, что требование наиболее эффективного использования (НЭИ) относится, в основном, к недвижимому имуществу, но не к машинам и оборудованию. Поэтому, оценивая машины, они исходят из «существующего» их использования, подразумевая, что изменение способа использования машины связано с переводом ее на выполнение других видов работ. Между тем применять машину по своему назначению можно разными способами, и из них необходимо выбирать оптимальный (наиболее эффективный). В частности, должны оптимизироваться как использование машины по времени, так и сроки ее службы (о чем говорилось еще в [11,14]).
2. Регулирование интенсивности использования машин в зависимости от их технического состояния в ряде случаев возможно и экономически эффективно. Машины, находящиеся в худшем техническом состоянии (имеющие больший ЭВ), целесообразно использовать менее интенсивно. Это позволяет не только увеличить РС машины, но и продлить срок ее службы. Возможно, что к этому выводу уже пришли опытным путем владельцы машин или главные механики соответствующих подразделений предприятий, апробируя различные варианты использования своих машин, находящихся в разном техническом состоянии.
3. Ряд существующих методик определения обесценения машин требует указания срока службы оцениваемой машины. Чаще всего такой срок принимается на основе рекомендаций или нормативных документов государственных органов, иногда к нему применяются экспертно устанавливаемые коэффициенты, учитывающие условия эксплуатации машины. Однако срок службы машины зависит и от того, с какой интенсивностью она используется, поэтому на практике он может меняться в довольно широких пределах. По этой причине машины одного назначения могут иметь разные экономически целесообразные сроки службы, в зависимости, например, от требований к количеству и квалификации обслуживающего персонала сложности работ по организации процесса эксплуатации машины, ее технического обслуживания и текущего ремонта.
4. При установлении экономически рациональных сроков службы машин и их оценке с применением метода дисконтированных денежных потоков необходимо учитывать, что разные составляющие операционных затрат по-разному зависят от интенсивности эксплуатации. Поэтому указанные сроки зависят от соотноше-

ния между отдельными составляющими операционных затрат. Однако при разных таких соотношениях зависимости процента годности от относительного ЭВ меняются мало, что существенно облегчает процесс стоимостной оценки машин.

### Литература

1. Андрианов Ю.В. Оценка автотранспортных средств. М.: Дело. 2006.
2. Асаул А.Н., Старинский В.Н., Бездудная А.Г., Старовойтов М.К. Оценка машин, оборудования и транспортных средств. СПб: ИПЭВ. 2011.
3. Вейг Н.В. Оценка стоимости машин и оборудования. СПб: СПбГУЭФ. 2009.
4. Лейфер Л.А. (Ред.). Справочник оценщика машин и оборудования. Корректирующие коэффициенты и характеристики рынка машин и оборудования (изд. 2-е). Нижний Новгород, Россия: Приволжский центр методического и информационного обеспечения оценки. 2019.
5. Международные стандарты оценки (МСО): вступают в силу с 31 января 2020 г. / Совет по международным стандартам оценки. Пер. с англ. М.: Российское общество оценщиков. 2020.
6. Методическое руководство по планированию развития производственных мощностей строительных организаций. М.: Стройиздат. 1978.
7. Ретин С.В. Совершенствование эксплуатации парков строительных машин. СПб: СПбГГАСУ. 2005.
8. Росстрой. Методические рекомендации для определения затрат, связанных с осуществлением строительно-монтажных работ вахтовым методом. Москва. 2008.
9. Смоляк С.А. Планирование многономенклатурного производства. Москва: Экономика. 1977.
10. Смоляк С.А., Шана С.С. Методические рекомендации по анализу и оптимизации продолжительности строительства. Москва: НИИОУС при МИСИ им. В.В.Куйбышева. 1983.
11. Смоляк С.А. Проблемы и парадоксы оценки машин и оборудования. М.: РИО МАОК. 2008.
12. Смоляк С.А. Эргодические модели износа машин и оборудования // Экономика и математические методы. 2009. №45/4. С. 42-60.
13. Смоляк С.А. Оценка рыночной стоимости машин с учетом устранимого и неустраимого износа. Экономика и математические методы // 2013. №49/1. С. 54-72.
14. Смоляк С.А. Стоимостная оценка машин и оборудования. М.: Опцион. 2016.
15. Федотова М.А. (Ред.). Оценка машин и оборудования: Учебник (изд. 2-е). Москва: ИНФРА-М. 2018.
16. 2020 Personal Property Manual. Arizona Department of Revenue.
17. Berman E.B. Resource Allocation in a PERT Network Under Continuous Activity Time-Cost Functions. Management Science, INFORMS, 10(4), 734–745. 1964.
18. Deckro R., Hebert J., Verdini W., Grimsrud P., Venkateshwar S. Nonlinear time/cost tradeoff models in project management. Computers&Industrial Engineering, 28(2), 219–229. 1995.
19. Edwards W. Estimating Farm Machinery Costs. Iowa State University Extension & Outreach: <http://www.extension.iastate.edu/agdm/crops/html/a3-29.html>. 2015.
20. Elmaghraby S.E. Activity Networks: Project Planning and Control by Network Models. New York: Wiley. 1977.
21. Hanna A.S., Chang C., Lackney J.A., & Sullivan K.T. Overmanning Impact on Construction Labor Productivity. Construction Research Congress. 2005.
22. Hendrickson C., Au T. Project Management for Construction: Fundamental Concepts for Owners, Engineers, Architects and Builders. Prentice Hall. 1989.
23. Kelley J.E., Walker M.R. Critical Path Planning and Scheduling: An Introduction. Ambler, Pennsylvania: Mauchly Associates, Inc. 1959.
24. Ranjbar I., Rashidi M., Khabbaz B. Prediction of Repair and Maintenance Costs of Two-Wheel Drive Tractors in Iran. XVIIth World Congress of the International Commission of Agricultural and Biosystems Engineering (CIGR): <https://eprints.usq.edu.au/19876/2/CSBE101542%5B1%5D.pdf>. 2010.
25. Schreiber S. Optimizing the Project Development in Transportation Systems: Economical and Mathematical Models. PROMET – Traffic&Transportation. 2003. №15(4). P. 201–204.
26. Smolyak S.A. Models for Estimating Depreciation in Plants, Machinery, and Equipment: Analysis and Proposals. Journal of Property Tax Assessment & Administration. 2012. №9(3)1. P. 47-86.
27. Welch R.B. Depreciation of Buildings for Assessment Purposes. Chicago: International Assosiation of Assessing Officers. 1943.
28. Wyoming Personal property valuation manual 2019. Wyoming department of revenue.

**Смоляк Сергей Абрамович.** Федеральное государственное бюджетное учреждение науки «Центральный экономико-математический институт РАН» (ЦЭМИ РАН), Москва, Россия. Главный научный сотрудник. Доктор экономических наук. Количество печатных работ: 323 (в т.ч. 33 монографии). Область научных интересов: оценка эффективности инвестиционных проектов, стоимостная оценка имущества, математические модели экономических процессов. E-mail: smolyak1@yandex.ru

### Optimizing the use of equipment items in time

S.A. Smolyak<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Federal State Budgetary Institution of Science “Central Economics and Mathematics Institute of the Russian Academy of Sciences” (CEMI RAS), Moscow, Russia

**Abstract.** We investigate the problem of the rational use of equipment items in time. We are looking for a solution to this problem, relying on the theory of real assets valuation. According to this theory, the market value of an asset is determined by the flow of benefits it brings with its highest and best use (HABU principle). This is consistent with the fact that managers of companies, when making decisions on production management, should be guided by the extent to which these decisions increase the market value of the company. In some cases, the owner of the equipment can manage its use over time. We find out how the change in the equipment utilization rate over time affects certain types of operating costs. This allows us to build a mathematical model to find the optimal (providing the greatest total discounted benefits) dynamics of the specified coefficients. It turns out that they decrease with age, and their dynamics depends on the structure of operating costs. At the same time, the dependence of the market value of equipment item on age turns out to be nonlinear. Therefore, assessing the depreciation of equipment item as the ratio of its age to its useful life can lead to errors.

**Keywords:** machine use, operating time, age, effective age, operating costs, market value, anticipation of benefits principle, DCF method.

**DOI:** 10.14357/20790279210404

### References

1. *Andrianov Yu.V.* (2006). Otsenka avtotransportnykh sredstv. [Vehicles valuation]. Moscow. Delo.
2. *Asaul A.N., Starinsky V.N., Bezdudnaya A.G., Starovoytov M.K.* (2011). Otsenka mashin, oborudovaniya i transportnykh sredstv. [Valuation of machinery, equipment and vehicles]. St Peterburg. IPEV Publs.
3. *Veyg N.V.* Otsenka stoimosti mashin i oborudovaniya [Valuation of machinery and equipment]. (2009). St Peterburg. SPbGUEF Publs.
4. *Leifer L.A.* (Ed.). (2019). Spravochnik otsenshchika mashin i oborudovaniya. Korrektiruyushchiye koefitsienty i kharakteristiki rynka mashin i oborudovaniya [Reference book of the appraiser of machinery and equipment. Corrective factors and characteristics of the machinery and equipment market] (2nd edition). Nizhny Novgorod, Russia: Volga Center for Methodological and Informational Support of Assessment.
5. International Vauation Standards. Effective 31January 2020 / International Vauation Standards Council.
6. Metodicheskoye rukovodstvo po planirovaniyu razvitiya proizvodstvennykh moshchnostey stroitelnykh organizatsiy [Methodological guide for planning the development of production capacities of construction organizations]. (1978). Moscow: Stroyizdat.
7. *Repin S.V.* (2005). Sovershenstvovaniye expluatacii parkov stroitelnykh mashin [Improving the operation of construction machinery parks]. St Peterburg. SPbGGASU.
8. Rosstroy. (2008). Metodicheskiye rekomendacii dlya opredeleniya zatrat svyazannykh s osushchestvleniyem stroitelno-montazhnykh rabot vakhtovym metodom [Methodological recommendations for determining the costs associated with the implementation of construction and installation work on a rotational basis]. Moscow.
9. *Smolyak S.A.* (1977). Planirovaniye mnogonomenklaturnogo proizvodstva [Diversified production planning]. Moscow: Economica Publs.
10. *Smolyak S.A. Shapa S.S.* (1983). Metodicheskiye rekomendacii po analizu i optimizacii prodolzhitelnosti stroitelstva [Methodological recommendations for the analysis and optimization of construction duration]. Moscow: NII OUS at the V.V.Kuybyshev MISI.
11. *Smolyak S.A.* (2008). Problemy i paradoxy otsenki mashin i oborudovaniya. [Problems and paradoxes

- of machinery and equipment valuation]. Moscow. MAOK Publ.
12. *Smolyak S.A.* (2009). Ergodicheskiye modeli iznosa mashin i oborudovaniya [Ergodic models of machinery and equipment depreciation] // *Ekonomika i matematicheskiye metody* [Economics and Mathematical Methods], 45(4), 42-60.
  13. *Smolyak S.A.* (2013). Otsenka rynochnoy stoimosti mashin i oborudovaniya s uchyotom ustranimogo i neustranimogo iznosa [Valuation of machines, taking into account the repairable and irreparable depreciation] // *Ekonomika i matematicheskiye metody* [Economics and Mathematical Methods], 49(1), 54-72.
  14. *Smolyak S.A.* (2016). Stoimostnaya otsenka mashin i oborudovaniya [Machinery and equipment valuation]. Moscow. Option Publ.
  15. *Fedotova M.A.* (Ed.). (2018). Otsenka mashin i oborudovaniya: Uchebnik [Machinery and equipment valuation: Textbook]. (2nd ed.). Moscow. INFRA-M Publ.
  16. 2020 Personal Property Manual. Arizona Department of Revenue.
  17. *Berman E.B.* (1964). Resource Allocation in a PERT Network Under Continuous Activity Time-Cost Functions // *Management Science, INFORMS*, 10(4), 734–745.
  18. *Deckro R., Hebert J., Verdini W., Grimsrud P., Venkateshwar S.* (1995). Nonlinear time/cost tradeoff models in project management // *Computers&Industrial Engineering*, 28(2), 219–229.
  19. *Edwards W.* (2015). Estimating Farm Machinery Costs. Iowa State University Extension & Outreach: <http://www.extension.iastate.edu/agdm/crops/html/a3-29.html>
  20. *Elmaghraby S.E.* (1977). Activity Networks: Project Planning and Control by Network Models. New York: Wiley.
  21. *Hanna A.S., Chang C., Lackney J.A., & Sullivan K.T.* (2005). Overmanning Impact on Construction Labor Productivity. Construction Research Congress 2005. DOI: 10.1061/40754(183)75.
  22. *Hendrickson C., Au T.* (1989). Project Management for Construction: Fundamental Concepts for Owners, Engineers, Architects and Builders. Prentice Hall.
  23. *Kelley J.E., Walker M.R.* (1959). Critical Path Planning and Scheduling: An Introduction. Ambler, Pennsylvania: Mauchly Associates, Inc.
  24. *Ranjbar I., Rashidi M., Khabbaz B.* (2010). Prediction of Repair and Maintenance Costs of Two-Wheel Drive Tractors in Iran. XVIIth World Congress of the International Commission of Agricultural and Biosystems Engineering (CIGR): <https://eprints.usq.edu.au/19876/2/CSBE101542%5B1%5D.pdf>
  25. *Schreiber S.* (2003). Optimizing the Project Development in Transportation Systems: Economical and Mathematical Models // *PROMET - Traffic&Transportation*, 15(4), 201–204.
  26. *Smolyak S.A.* (2012). Models for Estimating Depreciation in Plants, Machinery, and Equipment: Analysis and Proposals // *Journal of Property Tax Assessment & Administration*, 9(3), 47-86.
  27. *Welch R.B.* (1943). Depreciation of Buildings for Assesment Purposes. Chicago: International Assosiation of Assessing Officers.
  28. Wyoming Personal property valuation manual (2019). Wyoming department of revenue.

**Smolyak S.A.** Federal State Budgetary Institution of Science “Central Economics and Mathematics Institute RAS” (CEMI RAS), Moscow, Russia. Chief Researcher. Doctor of Economic Sciences. 47.  
E-mail: smolyak1@yandex.ru