

Оптимизация, идентификация, теория игр

Условная оптимизация с адаптивной метрикой: целевое программирование при описании динамики потребительских предпочтений

С.А. Панов¹, А.Д. Рагульский¹

¹ Государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования Московской области университет «Дубна», г. Дубна, Россия

Аннотация. В статье рассматривается математический аппарат, позволяющий моделировать динамику оптимизации потребительских предпочтений в условиях изменения как внешних факторов спроса (доход и цены), так и собственных установок потребителя. Предложено применение метода целевого программирования при нелинейной функции полезности. Особенности использованного аппарата: оптимизация фактического состояния системы, с ориентацией на целевое состояние, которое в настоящий момент времени не достижимо; использование адаптивной метрики, т.е. существование алгоритма, обеспечивающего корректировку («настройку») параметров метрики при изменении внешних факторов спроса и/или установок потребителя через систему обратной связи. Показано, что данный математический аппарат позволяет моделировать в т.ч. эффект «транзакционной полезности», выявленный в рамках исследований поведенческой экономики.

Ключевые слова: спрос, функция полезности, предпочтения потребителя, психологическая установка, целевое программирование, адаптивная метрика, обратная связь, поведенческая экономика, транзакционная полезность.

DOI: 10.14357/20790279210409

Введение

В физике и математике решение задач нахождение оптимального состояния системы происходит путем максимизации или минимизации априорно задаваемых величин: энергии, энтропии, объема и т.п. Цель здесь состоит в достижении экстремального значения соответствующей целевой функции.

Тот же подход был заимствован и экономистами: потребителю приписывается некоторая функция полезности, а затем находится ее экстремум. Однако в реальной жизни все мы стремимся не к максимизации некоей абстрактной целевой функции, а к достижению каких-то конкретных целей,

либо к наиболее возможному приближению к ним (если имеющиеся ресурсы (доход) в текущей ситуации не позволяют достичь их полностью).

В данной работе мы предлагаем рассмотреть целевое программирование как методологический подход, позволяющий оптимизировать фактическое состояние системы, ориентируясь на некоторое целевое состояние, которое в настоящий момент времени может быть и не достижимо в полной мере.

При изложении мы будем пользоваться примерами из теории спроса, однако, по нашему мнению, целевое программирование может использоваться для решения более широкого класса задач.

1. Понятие целевого программирования

Пусть $Z(\mathbf{x})$ – целевая функция, которая должна быть максимизирована при решении задачи линейного программирования:

$$Z(\mathbf{x}) = \sum_j c_j x_j \rightarrow \max. \quad (1)$$

$G(\mathbf{b})$ – линейная целевая функция, соответствующая задаче двойственной по отношению к предыдущей:

$$G(\mathbf{b}) = \sum_i w_i b_i \rightarrow \min. \quad (1^*)$$

Тогда, очевидно, что

$$\sum_j c_j x_j = Z \leq G = \sum_i w_i b_i. \quad (2)$$

При этом оптимизация состояния системы достигается при выполнении равенства $Z^* = G^*$. В тех случаях, когда такое невозможно система достигает некоторого приближения к оптимальному состоянию при условии:

$$\begin{cases} \delta \rightarrow \min \\ \delta = G - Z, \delta > 0. \end{cases} \quad (3)$$

Этот принцип, предложенный А. Чарнсом и У. Купером может использоваться не только для задач линейного программирования [10].

Обобщенно целевое программирование можно определить как раздел математического программирования, решающий задачи приближения вектор-функции, аргумент которой принадлежит некоторой допустимой области из Z^n , к вектору целей [9].

Проанализируем пример такого использования целевого программирования. Для этого рассмотрим модель динамики потребительского спроса, предложенную Ю.Н. Гаврильцом и А. В. Карташевой (далее – модель Гаврильца-Карташевой) [7].

Авторы определяют динамику спроса следующим образом:

$$\frac{dx_i^j}{dt} = A_i^j \left(\sum_k \lambda_k^j x_k^j - \sigma_i^j x_i^j \right) + B_i^j (b_i^j - x_i^j) + C_i^j (c_i^j - x_i^j) + u_i^j. \quad (4)$$

Здесь верхний индекс (j) обозначает номер блага (товара), нижний (i) – номер подгруппы (индивида) в группе, A_i^j, B_i^j, C_i^j – коэффициенты влияния на динамику потребления x_i^j отклонений ее текущих значений:

- от средней по группе;
- от «собственного» стандарта b_i^j ;
- от навязываемого «внешнего» стандарта c_i^j .

Коэффициенты σ_i^j означают «значимость» i -ой подгруппы (индивидуума) в группе, $\sum_k \lambda_k^j = 1$.

Набор корректировок u_i^j необходим для выполнения бюджетного равенства $S_i = \sum_j p^j x_i^j$.

Потребитель достигает максимума полезности при минимизации функционала $W_i = \frac{1}{2} \sum_j \gamma_i^j (u_i^j)^2$ («некоторого психологического аналога кинетической энергии»).

Таким образом, оптимальные значения x_i^j и u_i^j получаются из решения следующей системы:

$$\begin{cases} A_i^j \left(\sum_k \lambda_k^j x_k^j - \sigma_i^j x_i^j \right) + B_i^j (b_i^j - x_i^j) + C_i^j (c_i^j - x_i^j) + u_i^j = 0, \\ x_i^j \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad j = 1, 2, \dots, n, \\ \sum_j p^j x_i^j = S_i, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad j = 1, 2, \dots, n, \\ \frac{1}{2} \sum_j \gamma_i^j (u_i^j)^2 \rightarrow \min. \end{cases} \quad (5)$$

Как показано Ю.Н. Гаврильцом и А.В. Карташевой, определяемый таким образом спрос рационален, т.е. решение системы удовлетворяет условию симметричности матрицы Слуцкого.

Пусть,

$$\begin{aligned} \dot{x}_i^j &= \frac{dx_i^j}{dt}, \\ \dot{x}_i^{*j} &= A_i^j (\sum_k \lambda_k^j x_k^j - \sigma_i^j x_i^j) + B_i^j (b_i^j - x_i^j) + C_i^j (c_i^j - x_i^j). \end{aligned}$$

Теперь можно переписать уравнение (4) в следующем виде:

$$\dot{x}_i^j = \dot{x}_i^{*j} + u_i^j. \quad (4^*)$$

Тогда \dot{x}_i^j – целевая (желаемая) динамика потребления j -го блага i -м индивидом, а u_i^j – отклонение фактической динамики от целевой:

$$u_i^j = \dot{x}_i^j - \dot{x}_i^{*j}. \quad (6)$$

С учетом (4*), (5) и (6) получаем:

$$W_i = \frac{1}{2} \sum_j \gamma_i^j (\dot{x}_i^j - \dot{x}_i^{*j})^2. \quad (7)$$

Т.е., если $\dot{\mathbf{x}}_i^* = (\dot{x}_i^{*1}, \dot{x}_i^{*2}, \dots, \dot{x}_i^{*n})$ – вектор целевой динамики, а $\dot{\mathbf{x}}_i = (\dot{x}_i^1, \dot{x}_i^2, \dots, \dot{x}_i^n)$ – фактической, то функционал W_i представляет собой взвешенную евклидову метрику, а его минимизация равносильна приближению вектор-функции потребления к вектору цели. Таким образом, модель Гаврильца-Карташевой фактически представляет собой решение задачи целевого программирования, но при этом не линейного.

Иначе говоря, если перед индивидом стоит цель добиться изменения своего потребления, соответствующего вектору $\dot{\mathbf{x}}_i^*$ при бюджетном ограничении $\sum_j p^j x_i^j = S_i$, то минимизация функционала W_i позволяет в наибольшей мере приблизиться к заданной цели, в том случае, когда текущие цены

и доход потребителя не позволяют ему достичь уровня целевого потребления в полной мере.

Таким образом, индивид может ориентироваться не на какой-либо реально достижимый уровень потребления, а некий желаемый, который мы назвали целевым, и который при текущей конъюнктуре может быть полностью и недостижим. Однако потребление при этом вполне может быть рациональным по Слуцкому, что, как уже указывалось, и было показано Ю.Н. Гаврильцом и А.В. Карташевой.

Вообще говоря, для решения задачи целевого программирования необязательно минимизировать именно евклидово расстояние между векторами целевого и фактического потребления, поскольку данные векторы могут быть определены в пространстве с какой-либо иной метрикой.

Пусть (X, d_i) – метрическое пространство, где X – множество, альтернатив потребителя, а d_i – метрика; $\mathbf{x}_i^*, \mathbf{x}_i \in X$, где \mathbf{x}_i^* – вектор целевого потребления i -го индивида, а \mathbf{x}_i – фактического; \mathbf{p} – вектор цен; $U_i = U(\mathbf{x}_i)$ – функция полезности (целевая функция) i -го потребителя, определенная на множестве X . Тогда

$$d_i(\mathbf{x}_i^*, \mathbf{x}_i) = 0 | \mathbf{x}_i^* = \mathbf{x}_i, \tag{8}$$

где \mathbf{x}_i^* является решением системы:

$$\begin{cases} U(\mathbf{x}_i) \rightarrow \max \\ (\mathbf{p}, \mathbf{x}_i) = S_i^* \end{cases} \tag{9}$$

При чем, S_i^* – целевой доход i -го потребителя, который равен $S_i^* = \sum_j p^j x_i^{*j} = (\mathbf{p}, \mathbf{x}_i^*)$.

Исходя из изложенного свойства целевой функции можно изложить следующим образом:

$$\left\{ \begin{array}{l} U(\mathbf{x}_i) = U(\mathbf{x}_i^*) \left| \begin{array}{l} \forall x_i^j = x_i^{*j} \\ 1 \leq j \leq n \end{array} \right. \\ U(\mathbf{x}_i) < U(\mathbf{x}_i^*) \left| \begin{array}{l} \forall x_i^j \leq x_i^{*j}, x_i^j < x_i^{*k} \\ 1 \leq j, k \leq n, j \neq k \end{array} \right. \\ U(\mathbf{x}_i) > U(\mathbf{x}_i^*) \left| \begin{array}{l} \forall x_i^j \geq x_i^{*j}, x_i^j > x_i^{*k} \\ 1 \leq j, k \leq n, j \neq k \end{array} \right. \\ \frac{\partial U(\mathbf{x}_i)}{\partial x_i^j} > 0 \\ \frac{\partial^2 U(\mathbf{x}_i)}{\partial (x_i^j)^2} < 0 \end{array} \right. \tag{10}$$

Тогда метрику можно определить как

$$d_i(\mathbf{x}_i^*, \mathbf{x}_i) = f[U(\mathbf{x}_i^*), U(\mathbf{x}_i)] \geq 0. \tag{11}$$

Все вышеизложенное появилось как результат исследования автором методики, ранее исполь-

зованной им для построения динамической модели потребительских предпочтений (на основе теории психологической установки Д.Н. Узнадзе [17]). В ходе дальнейшего изучения вопроса и связанной с ним литературы, автор ознакомился с работой А. Чарнса и У. Купера «Модели условной экстремизации и их использование для анализа качества систем» (и предложенными ими принципами целевого программирования), в которой фактически идет речь о нахождении «квазиоптима» (3), при невозможности достичь собственно оптимального состояния ($Z^* = G^*$).

Недостижимость оптимума в разных случаях может обуславливаться и банальными погрешностями в измерениях, но также и «разрывом двойственности» (т.е. невыполнением условия регулярности ограничений), что гораздо важнее и интереснее.

Незвизирая на существенную разницу между подходами, использованными нами, а также А. Чарнсом и У. Купером (данные авторы рассматривают только линейную функцию полезности; они говорят о максимальном приближении к некоторому оптимуму, но не конкретному вектору состояния; ими рассматривается только статическая нормативная модель), главное в целевом программировании остается общим: достижение приемлемого состояния системы в условиях «разрыва двойственности», как фундаментальной характеристики среды.

2. Использование целевого программирования при построении динамической модели потребительских предпочтений

Рассмотрим применение целевого программирования на примере динамической модели потребительских предпочтений.

Модель, имитирующая динамику потребительского спроса, может быть реализована в форме набора инструкций, выражающих порядок совершения математических и логических операций для ЭВМ, т.е. алгоритма, функционирующего в дискретном времени. При этом, переменные, определяющие свои значения в течении данного момента дискретного времени (такта) и оказывающие влияние на результат действия алгоритма на том же такте, признаются действующими в «быстром» времени. В перспективе «медленного» времени действуют величины, влияющие на результаты деятельности алгоритма свыше одного такта.

Отправной точкой для нас будет служить модель Гаврильца-Карташевой, однако при построе-

нии собственной модели, помимо таких факторов «склонности к подражанию», «собственной значимости» и внушаемости, мы будем учитывать «привычку». «Привычка» – фактор, отражающий склонность индивида потреблять то количество товара, к которому он за последнее время привык. Ее можно определять как логарифмическое средневзвешенное по фактическому потреблению товара за какой-то промежуток времени.

Теперь эти факторы будут определять не непосредственно динамику фактического потребления блага, а изменение целевого (желаемого) потребления данного товара. Например фактически я могу приобрести 1 автомобиль, хочу же я 3, а соли я хочу примерно столько же, сколько и потребляю в реальности. Модель представляет собой цикл, поскольку начальное фактическое потребление (и личное, и среднегрупповое – факторы «привычки» и «подражания») влияет на текущее желаемое потребление, ориентируясь на которое, и с учетом бюджетного ограничения потребитель формирует свой текущий фактический спрос.

Наши желания обычно не совпадают ни с фактическим потреблением (ни личным, ни средним по группе), ни с нашими внутренними стандартами, ни (тем более) с тем, что нам внушает реклама. При этом же, мы не меняем свои пожелания изо дня в день, следовательно, величина воздействия данных факторов должна превысить некоторое пороговое значение, и только тогда мы изменим свои пожелания. С другой стороны, психологическая неудовлетворенность имеет свойство «накапливаться», значит, модель должна обладать памятью. Таким образом, если «накопленное» за несколько последних моментов дискретного времени (тактов) воздействие превысит пороговый уровень, то произойдет изменение желаемого потребления. Однако необходимо учитывать и эффект забывания: величина воздействия факторов динамики желаемого спроса, сформировавшаяся на одном из прошедших тактов, постепенно падает в зависимости от того, сколько тактов прошло с момента ее формирования.

Зная желаемые объемы потребления благ, мы в состоянии определить доход потребителя как скалярное произведение вектора желаемых благ \mathbf{x}^t , действительного для текущего (t-го) такта и вектора цен \mathbf{p}^{t-1} , действовавших на минувшем такте цикла (мы предполагаем, что текущие цены потребитель узнает в момент фактического приобретения товаров: смысл данного допущения мы обсудим несколько позже). Теперь можно рассчитать параметры функции полезности, форма которой задана априорно. Параметры устанавливаются

при условии, что функция полезности достигает максимума в точке, соответствующей вектору желаемого потребления, а доход равен желаемому.

Далее, мы решаем задачу на максимум, исходя уже из текущих цен и фактического дохода потребителя. Таким образом определяются фактические объемы потребляемых благ, которые через обратную связь оказывают влияние на динамику желаемого потребления в следующий момент дискретного времени.

3. Алгоритм модели потребительских предпочтений

Опишем алгоритм предлагаемой модели.

Абстрактная система, отражающая динамику изменения фактического объема потребления благ группой из нескольких участников, представляет собой цикл, действующий в дискретном времени. Цикличность обеспечивается тем, что «выходные» данные, сформированные в конце каждого момента дискретного времени (такта), одновременно являются «входящими» на начало следующего такта, т.е. в модели присутствует обратная связь. Верхний индекс t при переменных обозначает номер такта, нижние i и j – номера блага и номер участника группы (индивида) соответственно.

Пусть \mathbf{x}_j^t – вектор фактического потребления, каждый элемент которого (x_{ij}^t) представляет собой фактический объем потребления i -го блага j -м индивидом в момент времени t ; \mathbf{p}^t и S_j^t – вектор цен и фактический доход j -го потребителя в t -м такте соответственно; очевидно, что $S_j^t = (\mathbf{p}^t, \mathbf{x}_j^t) \cdot \mathbf{x}_j^t$ – целевого (желаемого) потребления, каждый элемент которого (x_{ij}^{*t}) представляет собой целевой объем потребления i -го блага j -м индивидом в момент времени t ; Δx_i^* – изменение объема желаемого (целевого) потребления i -го блага j -м индивидом в момент времени t ; S_j^{*t} – целевой (желаемый) доход j -го потребителя в t -м такте, определяемый как $S^{*t} = (\mathbf{p}^{t-1}, \mathbf{x}^{*t})$. Величины x_i^* , Δx_i^* принимают дискретные значения кратные Δ_i – некоторой минимальной величине товара i , своего рода «кванту».

Первый шаг алгоритма определяет значения

- 1) $\alpha_{ij}^t = \sum_m \lambda_{mj} x_{im}^{t-1} - x_{ij}^{*t-1} | m \neq j$, 2) $\beta_{ij}^t = \frac{b_{ij}}{x_{ij}^{*t-1}}$,
- 3) $\gamma_{ij}^t = c_{ij} - x_{ij}^{*t-1}$, 4) $\delta_{ij}^t = \frac{x_{ij}^t}{x_{ij}^{*t-1}}$ и
- 5) $M_{ij}^t = \begin{cases} 0 | \Delta x_{ij}^{*t-1} \neq 0 \\ \mu \varepsilon_{ij}^{t-1} | \Delta x_{ij}^{*t-1} = 0 \end{cases}$, представляющие собой

отклонения целевого объема потребления i -го блага: 1) от осредненного по группе фактического потребления ($\sum_m \lambda_{mj} x_{im}^{t-1} | m \neq j$), 2) от собственного «внутреннего» стандарта (B_{ij}), 3) от навязываемого «внешнего» стандарта (C_{ij}), 4) от привычного фак-

тического потребления (\overline{x}_{ij}^t), определяемого как $\overline{x}_{ij}^t = x_{ij}^{t-1} \frac{1}{t} + \overline{x}_{ij}^{t-1} \left(1 - \frac{1}{t}\right)$ и 5) «память» (M_{ij}^t).

Величины α_{ij}^t , β_{ij}^t , γ_{ij}^t и δ_{ij}^t выражают частные формы текущей неудовлетворенности потребителя, сформировавшиеся на данном такте под влиянием группы, «внутреннего» и «внешнего» стандартов и «привычки», а M_{ij}^t («память») – «накопленную» неудовлетворенность, возникшую в более ранние моменты дискретного времени.

Если в прошедшем такте целевое (желаемое) потребление изменилось ($\Delta x_{ij}^{*t-1} \neq 0$), то неудовлетворенность еще не могла «накопиться», поэтому $M_{ij}^t = 0 | \Delta x_{ij}^{*t-1} \neq 0$. Если желаемое потребление в предыдущем такте не изменялось ($\Delta x_{ij}^{*t-1} = 0$), то «накопленная» неудовлетворенность составляет $M_{ij}^t = \mu \varepsilon_{ij}^{t-1}$, где ε_{ij}^{t-1} – неудовлетворенность потребления i -го блага j -го индивида от уровня потребления i -го, сформировавшаяся на t -м такте. Величина μ отражает эффект затухания памяти, т.е. забывания, и определяется следующим образом: согласно данным математической психологии процесс забывания описывается экспоненциальной функцией с отрицательным показателем степени [12]. Допустим, величина ε^{t_0} запомнена в момент времени t , тогда в момент $t_0 + \Delta t$ она представлена значением произведения $M(t_0, t_0 + \Delta t) \varepsilon^{t_0}$, где $M(t_0, t_0 + \Delta t) \varepsilon^{t_0} = e^{-\mu \Delta t} \varepsilon^{t_0} | \mu > 0$. Для удобства произведем замену $e^{-\mu}$ на μ , тогда $M(t, t + \Delta t) = \mu^{\Delta t}$, т.е. фактически μ – величина, характеризующая забывание в течение одного такта.

Второй шаг алгоритма устанавливает значение ε_{ij}^t общей текущей неудовлетворенности потребителя. Данная величина должна определяться как агрегат следующих величин: «сигналов» α_{ij}^t , β_{ij}^t , γ_{ij}^t и δ_{ij}^t , а так же «памяти» M_{ij}^t . Однако здесь следует учитывать и тот момент, что мы повышаем свои предпочтения охотнее, нежели понижаем, т.е. если $(\varepsilon_{ij}^t)' < 0$, где

$$(\varepsilon_{ij}^t)' = A_{ij} \alpha_{ij}^t + B_{ij} \beta_{ij}^t + C_{ij} \gamma_{ij}^t + D_{ij} \delta_{ij}^t + M_{ij}^t, \quad (12^*)$$

A_{ij} , B_{ij} , C_{ij} и D_{ij} – степени влияния «сигналов» α_{ij}^t , β_{ij}^t , γ_{ij}^t и δ_{ij}^t на величину $(\varepsilon_{ij}^t)'$, то $|\varepsilon_{ij}^t| > |(\varepsilon_{ij}^t)'|$, если же $(\varepsilon_{ij}^t)' \geq 0$, то $|\varepsilon_{ij}^t| = |(\varepsilon_{ij}^t)'|$.

Тогда, общая текущая неудовлетворенность потребителя:

$$\varepsilon_{ij}^t = \begin{cases} (\varepsilon_{ij}^t)' \left[h_j - \frac{|(\varepsilon_{ij}^t)'|}{(\varepsilon_{ij}^t)'} (h_j - 1) \right] & |(\varepsilon_{ij}^t)'| \neq 0 \\ 0 & |(\varepsilon_{ij}^t)'| = 0 \end{cases}, \quad (12)$$

где отношение $\frac{|(\varepsilon_{ij}^t)'|}{(\varepsilon_{ij}^t)'}$ определяет знак величины $(\varepsilon_{ij}^t)'$; h_j – параметр, $h_j \in [0,5; 1]$.

Третий шаг алгоритма определяет динамику целевого (желаемого) потребления i -го товара в текущем такте Δx_{ij}^{*t} .

Как уже говорилось выше, наше желаемое потребление не может меняться непрерывно, это противоречило бы как нашему повседневному опыту, так и данным психологической науки. Т.е., уровень целевого потребления должен меняться скачкообразно при условии, что неудовлетворенность превышает некоторое пороговое значение. Уже упоминавшийся нами американский психолог и психофизиолог С.С. Стивенс¹ описывал это так:

$$A = \alpha(x - B)^\beta, \quad (13)$$

где x – стимул (входящий сигнал); B – порог чувствительности нейрона; A – реакция «нейрона» (исходящий сигнал), α и β – коэффициенты, определяющие интенсивность реакции; подразумевается, что $x > 0$ и $A = 0$ при $x < B$.

Мы используем ту же схему, но с учетом следующих моментов:

- наш «входящий сигнал» (стимул), т.е. неудовлетворенность может принимать и положительные, и отрицательные значения, поэтому необходимо учитывать превышение порога не значением сигнала как таковым (ε_{ij}^t), а его абсолютной величиной, интенсивностью ($|\varepsilon_{ij}^t|$);
- «исходящий сигнал» (реакция), т.е. результирующее изменение целевого (желаемого) потребления (Δx_{ij}^{*t}), должен иметь тот же знак, что и «входящий»;
- пороговое значение «неудовлетворенности» от потребления i -го товара, а также величины x_i^{*t} и Δx_i^{*t} кратны Δ_i .

Учитывая изложенное получаем:

$$\Delta x_{ij}^{*t} = \begin{cases} \left[\frac{F_{ij} \frac{|\varepsilon_{ij}^t|}{\varepsilon_{ij}^t} (|\varepsilon_{ij}^t| - l_{ij} \Delta_i)^{G_{ij}}}{\Delta_i} \right] \Delta_i & |\varepsilon_{ij}^t| > l_{ij} \Delta_i \\ 0 & |\varepsilon_{ij}^t| \leq l_{ij} \Delta_i \end{cases}, \quad (14)$$

где квадратные скобки означают отделение целой части; F_{ij} и G_{ij} – коэффициенты, определяющие интенсивность реакции j -го индивида на превышение «неудовлетворенностью» от потребления i -го блага порогового уровня, отношение $\frac{|\varepsilon_{ij}^t|}{\varepsilon_{ij}^t}$ определяет знак

¹ В работах именно этого автора впервые была рассмотрена проблематика теории измерения и сформулированы ее основные положения [15], благодаря чему, она сейчас активно используется как в психологии и психофизиологии, так и в теории полезности.

величины Δx_{ij}^{*t} , а $l_{ij}\Delta_i$ – порог «чувствительности» j -го участника группы применительно к «неудовлетворенности» от потребления i -го товара, который выражается в виде произведения величины Δ_i , «кванта» товара i , и l_{ij} , некоторого целочисленного коэффициента.

Четвертый шаг определяет текущие значения величин объемов желаемого потребления благ:

$$\forall x_{ij}^{*t} = x_{ij}^{*t-1} + \Delta x_{ij}^{*t}. \quad (15)$$

Пятый шаг определяет целевой (желаемый) доход как скалярное произведение вектора цен, действовавшего в минувшем такте (\mathbf{p}^{t-1}), и вектора желаемого потребления (\mathbf{x}_j^{*t}):

$$S_j^{*t} = (\mathbf{p}^{t-1}, \mathbf{x}_j^{*t}). \quad (16)$$

Допустим, на $t-1$ -ом такте наша система находится в стационарном состоянии, т.е. предпочтения определены и постоянны. На t -ом такте происходит изменение цен; использование их текущих значений для расчета желаемого дохода вызовет изменение предпочтений на данном такте. Однако, очевидно, что потребитель в момент изменения цен продолжает действовать на основе прежних предпочтений. Обеспечить выполнение этого условия мы можем только, приняв, что покупатель получает информацию об изменении цен в момент фактического приобретения товара.

Таким образом, вектор цен действует уже в перспективе «медленного» времени.

На *шестом шаге* определяются параметры функции полезности (целевой функции потребителя) j -го индивида $\varphi_{1j}^t, \varphi_{2j}^t, \dots, \varphi_{rj}^t$ при условии, что она достигает максимума в точке $(x_{1j}^{*t}, x_{2j}^{*t}, \dots, x_{rj}^{*t})$, т.е. $U_j(\mathbf{x}_j^{*t}, \varphi_{1j}^t, \varphi_{2j}^t, \dots, \varphi_{rj}^t) \rightarrow \max$, и выполняется бюджетное ограничение $S_j^{*t} = (\mathbf{p}^{t-1}, \mathbf{x}_j^{*t})$, иначе говоря при:

$$\begin{cases} S_j^t = S_j^{*t} \\ \forall x_{ij}^t = \forall x_{ij}^{*t} \end{cases}$$

Седьмой шаг дает «на выходе» значения фактических объемов потребления. Они определяются решением задачи на максимум $U_j(\mathbf{x}_j^t, \varphi_{1j}^t, \varphi_{2j}^t, \dots, \varphi_{rj}^t) \rightarrow \max$ при выполнении бюджетного ограничения $S_j = (\mathbf{p}^t, \mathbf{x}_j^t)$. Данные значения в дальнейшем используются на первом шаге следующего такта, таким образом обеспечивается обратная связь.

4. Функция полезности

Особенностью данной модели является то, что используемая в ней целевая функция может принад-

лежать к любому типу. Однако здесь мы рассмотрим функцию полезности:

$$\left\{ \begin{aligned} U_j^t(\mathbf{x}_j^t) &= \left(\sum_{i=1}^r \varphi_{ij}^t \frac{(q_{ij}^t)^{\frac{S_j^t}{S_j^{*t}+1+k}}}{U_{ij}^t(x_{ij}^t)} \right)^{-1} \\ U_{ij}^t(x_{ij}^t) &= \frac{x_{ij}^t}{x_{ij}^t + q_{ij}^t - x_{ij}^t q_{ij}^t} \\ \sum_{i=1}^r p_i^t x_{ij}^t &= S_j^t \\ \sum_{i=1}^r p_i^{t-1} x_{ij}^{*t} &= S_j^{*t} \\ x_{ij}^t &= \frac{p_i^t x_{ij}^t}{S_j^{*t}} \\ q_{ij}^t &= \frac{p_i^{t-1} x_{ij}^{*t}}{S_j^{*t}} \\ x_{ij}^t &= q_{ij}^t | S_j^t = S_j^{*t}, p_i^t = p_i^{t-1} \end{aligned} \right.$$

Решая данную систему получаем:

$$x_{wj}^t = x_{vj}^t \sqrt{\frac{\varphi_{wj}^t (q_{wj}^t)}{\varphi_{vj}^t (q_{vj}^t)} \frac{S_j^t}{S_j^{*t+2+k}}}$$

С учетом (16) определяем соотношения $\frac{\varphi_{wj}^t}{\varphi_{vj}^t}$:

$$\frac{\varphi_{wj}^t}{\varphi_{vj}^t} = \left(\frac{q_{vj}^t}{q_{wj}^t} \right)^{1+k}$$

Тогда

$$x_{wj}^t = x_{vj}^t \sqrt{\left(\frac{q_{wj}^t}{q_{vj}^t} \right)^{\frac{S_j^t}{S_j^{*t}+1}}}$$

В данном случае количество i -го блага, приобретаемого j -м индивидом в момент времени t , равно:

$$x_{ij}^t = \frac{S_j^t}{p_i^t} \frac{\sqrt{\frac{S_j^t}{(q_{ij}^t)^{S_j^{*t}+1}}}}{\sum_{w=1}^r \sqrt{\frac{S_j^t}{(q_{wj}^t)^{S_j^{*t}+1}}}} \quad i, w = 1, \dots, n.$$

5. Вычислительный эксперимент

Данная модель опробована в рамках вычислительного эксперимента, который показал, что она может конструктивно использоваться при исследованиях поведения хозяйствующих субъектов, поскольку ее функционирование отвечает априорным теоретическим представлениям об изменениях потребительского спроса в краткосрочном и долгосрочном периодах.

Вычислительный эксперимент был разбит на 6 опытов. На примерах первых 5-ти можно заметить, что малые и краткосрочные колебания цен и фактических доходов вызывают обратимые изменения системы, более существенные и длительные – необратимые.

Изменения цен или дохода создают новую ситуацию, и для адекватного реагирования хозяйствующему субъекту необходимо приобрести новую установку и связанную с ней функцию полезности.

Психологическая установка – это стереотип (паттерн) восприятия, критериями наших оценок обычно являются степени соответствия (несоответствия) свойств объекта оценки этим паттернам (стереотипам)². Поэтому, при не значительном изменении условий новая модель восприятия формируется на основе действующих в тот момент стереотипов, как бы расширяя границы применения существующей установки (фактически речь идет не о формировании новой, а о трансформации старой). Таким образом, если прогноз верен, то изменение ситуации не влечет кардинального изменения установки и функции полезности [13].

Параметры функции полезности зависят от желаемого (целевого) потребления и цен прошлого такта. Поэтому, если мы начинаем менять цены с некоторого стационарного состояния, то после изменения цен в первый момент времени потребление определяется еще старой целевой функцией, затем ее параметры меняются, но в тех случаях, когда динамика цен несущественна, то изменение фактического потребления оказывается незначительным, что обуславливает стабильность желаемого потребления. В том случае, если колебание цен достаточно велико, но краткосрочно, то «неудовлетворенность» индивида не успевает накопиться и превысить пороговое значение, поэтому желаемое потребление также остается стационарным. Это означает, что при возврате цен к прежнему состоянию параметры функции полезности также примут исходные значения. Если же изменились объемы целевого (желаемого) потребления, то для возврата функции полезности к прежнему состоянию надо не только цены «обратить вспять», но и само желаемое (целевое) потребление вернуть к прежнему уровню.

Примерно также обстоит дело, когда изменяется фактический доход индивида. Т.е., несущественные или краткосрочные изменения фактического

дохода хотя и воздействуют на фактическое потребление, но не влияют ни на динамику психологической установки потребителя, ни на отражающую ее целевую функцию. Если же изменившееся фактическое потребление в свою очередь вызывает трансформацию структуры желаемого потребления, то мы имеем дело с ситуацией аналогичной рассмотренной выше, которая возникает при изменении целевого потребления в следствии существенного и достаточно длительного колебания цен [14].

Таким образом, не существенными можно считать малые изменения фактического дохода и цен, которые не вызывают трансформации структуры целевого (желаемого) потребления и, соответственно, необратимых изменений психологической установки и моделирующей ее функции полезности, а также фактического уровня потребления хозяйствующего субъекта [11].

Шестой опыт демонстрирует те же закономерности между динамикой желаемого и фактического потребления, однако данный случай интересен тем, что все изменения в структуре потребления 2-го потребителя обусловлены колебаниями не его собственного дохода, а дохода 1-го участника группы.

Изменение состояния нашей системы связано с динамикой значений Δx_{ij}^t , которая обуславливается не только отклонением желаемого (целевого) потребления от навязываемого группой, «привычного», а также внутреннего и внешнего «стандартов», но и «памятью» системы, существованием порогового значения «неудовлетворенности», преимущественной склонности к увеличению предпочтительного количества приобретаемых благ. Собственно, «забывание» моделью своего прежнего стационарного состояния, наличие порога чувствительности, а также склонность к увеличению потребления объясняют необратимые изменения в ее функционировании при существенных изменениях цен и дохода.

6. Целевое программирование и поведенческая экономика

На основе функционирования нашей модели можно отметить, что указанные факторы не являются наблюдаемыми в том смысле, как это обычно понимается в позитивизме и ординализме (как его проявлении в теории спроса). В хозяйственной практике непосредственно мы можем наблюдать только фактические объемы потребления товаров. Учитывая это обстоятельство, и, ориентируясь на позитивистскую методологию, экономическая наука сконцентрировала свое внимание преимущественно на анализе внешних

² Ф.В. Бассин рассматривает установку «как систему тенденций, вытекающую из существования критериев предпочтения «программ», интимно включенных в процесс переработки информации, придающих определенную «значимость» поступающей информации, тем самым превращающих ее в фактор регуляции» [3].

форм экономического поведения, почти «забыв» о психологии хозяйствующего субъекта. Этим был обусловлен переход от изучения кардинальной полезности к рассмотрению ординальной. Однако, как можно видеть, динамика ненаблюдаемых непосредственно величин способна оказывать существенное влияние на динамику величин наблюдаемых. Таким образом, хорошо видна ограниченность позитивистской методологии для хозяйственной науки.

Изначально данная модель строилась для описания динамики психологических установок и их влияния на предпочтения потребителя. Однако, в ходе вычислительного эксперимента был выявлен непредвиденный эффект. Он состоит в том, что изменение на t -ом такте цены i -го товара вызывает резкое, по сравнению с $(t-1)$ -ым тактом, изменение фактического потребления данного блага всеми участниками группы. Объемы фактического потребления других товаров в этот момент времени остаются неизменными. На следующем $((t+1)$ -ом) такте изменяется фактическое потребление всех благ, причем, потребление i -го товара по сравнению с $(t-1)$ -ым тактом уже не столь существенно, как в предыдущий момент времени.

Это явление Ричард Талер связывает с понятием «транзакционной полезности», которая отражает не полезность приобретаемого блага как такового, а субъективное качество сделки. Для иллюстрации он приводит такой пример: «вы покупаете сэндвич, который ничем не отличается от того, что вы обычно съедаете в обед, кроме того, что стоит втрое дороже. Вы получили удовольствие от сэндвича, но не от сделки. Таков эффект отрицательной транзакционной полезности, что называется «грабеж». И наоборот, если цена оказывается ниже обычной, то транзакционная полезность будет положительной, что называется, «хорошая сделка» [16].

Математически, в рамках нашей модели, транзакционная полезность объясняется следующим образом. Фактический объем потребления v -го блага j -м участником группы в момент времени t определяется по формуле:

$$x_{vj}^t = \frac{s_j^t}{p_v^t} \frac{\sqrt{(q_{vj}^t)^{\frac{s_j^t}{s_j^{t+1}}}}}{\sum_{w=1}^r \sqrt{(q_{wj}^t)^{\frac{s_j^t}{s_j^{t+1}}}}} \quad v, w = 1, \dots, r,$$

где отношение $\frac{s_j^t}{p_v^t}$ выражает максимальное количество товара v , которое можно приобрести при текущем доходе потребителя и текущей цене,

отношение $\frac{\sqrt{(q_{vj}^t)^{\frac{s_j^t}{s_j^{t+1}}}}}{\sum_{w=1}^r \sqrt{(q_{wj}^t)^{\frac{s_j^t}{s_j^{t+1}}}}$ показывает долю фактического дохода, которую данный индивид тратит на покупку v -го блага. Последняя величина определяется текущими фактическим и целевым (желаемым) доходами. Целевой доход мы определяли как,

$$s_j^{*t} = \sum_{i=1}^r p_i^{t-1} x_{ij}^{*t}.$$

Это обусловлено тем, что прежде чем столкнуться с реально существующими текущими ценами потребитель ориентируется на некоторые ожидаемые цены (в качестве которых мы использовали цены предыдущего такта), и, исходя из них, уже формирует целевой доход.

Т.е., доля фактического дохода, которую данный индивид тратит на покупку v -го блага, определяется текущим желаемым (целевым) доходом и сформированными ранее предпочтениями индивида. Поэтому изменение текущей цены товара v вызывает изменение только максимального количества данного блага, которое можно приобрести в данный момент времени, что и вызывает резкое изменение фактического потребления только этого блага. На следующем такте в результате изменения целевого (желаемого) дохода меняются все соотношения, показывающие распределение фактического дохода между потребляемыми товарами, что частично компенсирует резкое колебание потребления данного блага, и одновременно вызывает изменение потребления теперь уже всех товаров.

Необходимо отметить, что при разработке данной модели эффект транзакционной полезности не учитывался, более того на тот момент автор не был знаком с работами Р. Талера, тем интереснее, что при своем функционировании наша система отражает действие и этого эффекта.

7. Адаптивная метрика

Моделирование феномена транзакционной полезности обеспечивается двумя факторами: использованием в нашей модели конкретного целевого уровня потребления, а также адаптивной метрики.

Понятие «адаптивной метрики» предложено Э. Дидэ [8] и в дальнейшем использовано С.А. Айвазяном [1] для решения задач классификации. Адаптивность в данном случае подразумевает существование алгоритма, обеспечивающего корректировку («настройку») параметров метрики при уточнении информации о близостях между объектами в ходе процедуры классификации.

В нашем случае адаптивная метрика использована для решения задачи на оптимизацию.

Как было указано выше, динамика функции полезности (и, как следствие, динамика потребления) непосредственно зависят от параметров целевой функции $(\varphi_{1j}^t, \varphi_{2j}^t, \dots, \varphi_{rj}^t)$, т.е. фактически

$$U_j^t = U_j^t(\mathbf{x}_j^t, \boldsymbol{\varphi}_j^t),$$

где $\boldsymbol{\varphi}_j^t = (\varphi_{1j}^t, \varphi_{2j}^t, \dots, \varphi_{rj}^t)$ – вектор управляющих параметров, которые определяются на шестом шаге нашего алгоритма исходя из $U_j(\mathbf{x}_j^t, \varphi_{1j}^t, \varphi_{2j}^t, \dots, \varphi_{rj}^t) \rightarrow \max$ при выполнении бюджетного ограничения $S_j^{*t} = (\mathbf{p}^{t-1}, \mathbf{x}_j^{*t})$.

Таким образом вектор управляющих параметров является функцией цен (с запаздыванием на 1 такт) и целевого потребления:

$$\boldsymbol{\varphi}_j^t = f(\mathbf{p}^{t-1}, \mathbf{x}_j^{*t}).$$

Фактически же цены прошлого такта и целевое потребление сами являются управляющими параметрами функции полезности. В этом случае (11) можно преобразовать как

$$d_i(\mathbf{x}_i^*, \mathbf{x}_i) = f[U(\mathbf{x}_i^*, \boldsymbol{\varphi}_j^t), U(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\varphi}_j^t)] \geq 0.$$

Т.е., при изменении цен или целевого потребления меняются параметры $\boldsymbol{\varphi}_j^t$, таким образом происходит адаптация («настройка») метрики.

С момента публикации в 1943 году статьи Н. Винера, А. Розенблюта и Дж. Бигелоу «Поведение, целенаправленность и телеология» [6] представление о невозможности целенаправленного поведения без существования в системе обратной связи стало «общим местом». Однако в исследованиях отечественных физиологов П.К. Анохина и Н.А. Бернштейна это вопрос разрабатывался раньше и не менее подробно, нежели в работах западных кибернетиков³.

Наша модель также отражает целенаправленное поведение потребителя и в ней также используется обратная связь. Благодаря наличию обратной связи происходит адаптация метрики. При этом нормативная оптимизационная модель становится динамической, т.е. приобретает свойства дескриптивной.

³ В настоящее время все еще бытует представление, что понятие «обратная связь» было введено Н. Винером и др. в указанной статье. Однако еще в 1935 году это понятие было использовано советским нейрофизиологом П.К. Анохиным под названием «санкционирующая афферентация» [2]. Несколько раньше в 1929 году отечественный специалист по биомеханике и физиологии активности Н.А. Бернштейн ввел понятие «сенсорная коррекция движений» аналогичное понятию обратной связи [5]. Самое раннее использование, по крайней мере в российской науке, принадлежит русскому эндокринологу и физиологу Н.А. Белову [4].

Заключение

Как можно видеть, предложенный аппарат может конструктивно использоваться при исследованиях поведения хозяйствующих субъектов. Функционирование модели, имитирующей динамику потребительских предпочтений, в которой учтены особенности установок потребителей, отвечает априорным теоретическим представлениям об изменениях потребительского спроса в краткосрочном и долгосрочном периодах. Кроме того, оптимизация потребления индивида строится на основе описания динамики целевого потребления. Таким образом, абстрактная система (модель), сочетающая применение адаптивной метрики и ориентацию на конкретный уровень целевого потребления, сочетает в себе признаки как дескриптивных (за которые так ратуют позитивисты) так и нормативных систем.

Литература

1. Айвазян С.А., Бухитабер В.М., Енюков И.С., Мешалкин Л.Д. Прикладная статистика: Классификации и снижение размерности: Справ. изд. М.: Финансы и статистика. 1989. С. 304.
2. Анохин П.К. Проблема центра и периферии в нервной деятельности. Горький. 1935. С. 9 – 70.
3. Бассин Ф.В. Проблема «бессознательного» (о неосознанных формах высшей нервной деятельности). М.: Медицина. 1968. С. 236.
4. Белов Н.А. Учение о внутренней секреции органов и тканей и его значение в современной биологии – Новое в медицине. 1911. № 22. С. 1228 – 1236.
5. Бернштейн Н.А. Клинические пути современной биомеханики // Сборник трудов Государственного института усовершенствования врачей им. В.И. Ленина в Казани. 1929. Т. 1. С. 249 – 270.
6. Винер Н. Кибернетика, или управление и связь в животном и машине. М.: Наука. 1983. С. 297 – 307.
7. Гаврилец Ю.Н., Карташева А.В. Модель формирования связанных установок при активном участии индивидов // Математическое и компьютерное моделирование социально-экономических процессов. М.: ЦЭМИ РАН. 1997. С. 8.
8. Дидэ Э. Методы анализа данных: Подход, основанный на методе динамических сгущений. М.: Финансы и статистика. 1985.
9. Драйер Дж. Многоцелевое программирование с использованием человеко-машинных процедур // Вопросы анализа и процедуры принятия решения (Сборник переводов). М.: Мир. 1976. С. 109.

10. *Купер У. Чарнс А.* Модели условной экстремизации и их использование для оценки качества систем // *Общая теория систем (Сборник докладов)*. М.: Мир. 1966. С. 85.
11. *Панов С.А., Рагульский А.Д.* К вопросу об использовании теории полезности в исследовании поведения потребителя. – *Экономическая наука современной России*. 2012. № 4. С. 48.
12. *Приснякова Л.М., Присняков В.Ф.* Определение кривой забывания // *Структурно-системный подход в обучении и воспитании*. Д.: ДГУ. 1984.
13. *Рагульский А.Д.* Анализ роли психологической установки в динамике потребительского спроса. // *Экономика и математические методы*. 2010. Т. 46. Вып. 2. С. 135.
14. *Рагульский А.Д.* К вопросу о предпочтениях потребителя: психологические установки и динамическое моделирование. // *Экономический анализ: теория и практика*. 2014. № 41. С. 65.
15. *Стивенс С.С.* Математика, измерение, психофизика. // *Экспериментальная психология*. М.: Иностранная литература. 1960.
16. *Талер Р.* Новая поведенческая экономика: почему люди нарушают правила традиционной экономики и как на этом заработать. М.: Эксмо. 2018. С. 69.
17. *Узнадзе Д.Н.* Психология установки. СПб.: Питер. 2001.

Панов Станислав Аврорович. Государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования Московской обл. «Университет Дубна», г. Дубна Московской обл., Россия. Профессор кафедры цифровой экономики и управления. Доктор технических наук. Академик РАЕН. Количество печатных работ: более 70. Область научных интересов: экономика транспорта, логистика, поведенческая экономика и экономическая психология, экономико-математическое моделирование. E-mail: econom@uni-dubna.ru

Рагульский Александр Дмитриевич. Государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования Московской обл. «Университет Дубна», г. Дубна Московской обл., Россия. Аспирант кафедры цифровой экономики и управления. Количество печатных работ: 4. Область научных интересов: теория спроса, поведенческая экономика и экономическая психология, теория полезности, экономико-математическое моделирование. E-mail: adr25@yandex.ru. (Ответственный за переписку)

Conditional optimization with adaptive metric: target programming in describing the dynamics of consumer preferences

S. A. Panov¹, A.D. Ragulsky¹

¹ GBU “University of Dubna”, Dubna, Moscow region, Russia

Abstract. The article considers the mathematical model and methods that allow to simulate the dynamics of optimization of consumer preferences in the conditions of changes in both external factors of demand (income and prices) and the consumer’s own attitudes. The application of the target programming method at the nonlinear utility function is demonstrated. Features of the approach used: optimization of the actual state of the system, with a focus on the target state, which is currently not achievable; the use of adaptive metrics, i.e. the existence of an algorithm that provides adjustment (“adjustment”) of the parameters of the metric when external demand factors and / or consumer settings change through the feedback system. It is shown that this mathematical model allows to simulate, among other things, the effect of “transactional utility”, identified in the framework of research on behavioral economics.

Keywords: *demand, utility function, consumer preferences, psychological attitude, target programming, adaptive metrics, feedback, behavioral economics, transactional utility.*

DOI: 10.14357/20790279210409

References

1. *Ayvazyan S.A., Bukhstaber V.M., Enyukov I.S., Meshalkin L.D.* Applied statistics: Classifications and dimension reduction: Reference edition of M.: Finance and Statistics. 1989. P. 304.
2. *Anokhin P.K.* The problem of the center and periphery in nervous activity. Bitter. 1935. P. 9 – 70.
3. *Bassin F.V.* the Problem of “unconscious” (about the unconscious forms of higher nervous activity). M.: Meditsina. 1968. P. 236.
4. *Belov N. And.* The doctrine of endocrine organs and tissues and its importance in modern biology – a New medicine. 1911. No. 22. P. 1228 – 1236.
5. *Bernstein N.A.* Clinical ways of modern biomechanics. // Collection of works of the State Institute of Advanced Training of Doctors named after V. I. Lenin in Kazan. 1929. Vol. 1. P. 249 – 270.
6. *Wiener N.* Cybernetics, or control and communication in the animal and the machine. M.: Nauka. 1983. P. 297 – 307.
7. *Gavrilets Yu.N., Kartashev A.V.* Model of formation of associated plants with the active participation of individuals // Mathematical and computer modeling of socio-economic processes. Moscow: CEMI RAS. 1997. P. 8.
8. *Didet E.* Methods of data analysis: An approach based on the method of dynamic thickening. Moscow: Finance and Statistics. 1985.
9. *Dreyer J.* Multipurpose programming using man-machine procedures // Questions of analysis and the decision-making procedure (a Collection of translations). Moscow: Mir. 1976. P. 109.
10. *Cooper William A.* Carns Model conditional extremitatii and their use for assessing the quality of General systems theory (Collection of reports, 1966). Moscow: Mir. 1966. P. 85.
11. *Panov S.A., Ragulsky A.D.* On the use of utility theory in the study of consumer behavior. // Economic Science of modern Russia, 2012. No. 4. P. 48.
12. *Prisnyakova L.M., Prisnyakov V.F.* Definition of the forgetting curve // Structural and systematic approach in teaching and upbringing. D.: DSU. 1984.
13. *Ragulsky A.D.* Analysis of the role of psychological attitude in the dynamics of consumer demand. // Economics and Mathematical Methods. 2010. Vol. 46. Issue 2. P. 135.
14. *Ragulsky A.D.* On the question of consumer preferences: psychological attitudes and dynamic modeling. // Economic analysis: theory and practice. 2014. No. 41. P. 65.
15. *Stevens S.S.* Mathematics, measurement, psychophysics. // Experimental psychology. M.: Foreign literature. 1960.
16. *Thaler R.* The new behavioral economy: why people violate the rules of traditional economics and how to make money on it. M.: Eksmo. 2018. P. 69.
17. *Uznadze D.N.* Psychology of attitude. St. Petersburg: Peter. 2001.

Panov, Stanislav A. GBU “University of Dubna”, Dubna, Moscow region, Russia. Professor of the Department of Digital Economics and Management. Doctor of Technical Sciences. Academician of the Russian Academy of Natural Sciences. Number of publications: more than 70. Area of scientific interests: transport economics, logistics, behavioral economics and economic psychology, economic and mathematical modeling. E-mail: econom@uni-dubna.ru

Ragulsky, Alexander D. GBU “University of Dubna”, Dubna, Moscow region, Russia. Postgraduate student of the Department of Digital Economics and Management. Number of publications: 4. Area of scientific interests: demand theory, behavioral economics and economic psychology, utility theory, economic and mathematical modeling. E-mail: adr25@yandex.ru (Responsible for correspondence)