

Методы и модели в экономике

Обесценение машин в обобщенной пуассоновской модели деградации

С.А. Смоляк

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки «Центральный экономико-математический институт РАН», Москва, Россия

Аннотация. Предлагается модель деградации (ухудшения технико-экономических характеристик) машин. В ней интенсивность отказов растет с ухудшением состояния машины, и после каждого отказа интенсивность приносимых машиной выгод уменьшается на случайную величину. Машина, приносящая отрицательные выгоды, выбывает из эксплуатации. Получены явные выражения для среднего срока службы машины и коэффициента ее вариации. Стоимость машины определяется методом дисконтирования потоков выгод от ее предстоящего использования. Это позволяет связать стоимость машины с интенсивностью тех выгод, которые она приносит. Оценка стоимости новых машин обычно не вызывает затруднений, гораздо сложнее оценить поддержанную машину. Обычно оценщики не могут оценить стоимость работ, выполняемых машинами, и при стоимостной оценке поддержанной машины им приходится опираться на ее возраст. Для этого обычно стоимость аналогичной новой машины уменьшается на коэффициент или процент обесценения (износа) или умножается на коэффициент или процент годности (относительной стоимости), зависящий от возраста оцениваемой машины. Однако машины одного возраста могут находиться в разном состоянии и потому иметь разную стоимость. Поэтому здесь коэффициенты годности носят усредненный характер, т.е. по существу, относятся к средней машине, дожившей до определенного возраста. Предложены формулы для расчета таких средних коэффициентов годности. Чтобы учесть влияние инфляции, в построенной модели достаточно скорректировать ставку дисконтирования. Проверено, что предложенные зависимости достаточно хорошо согласуются с данными о рыночных ценах двух видов строительных машин.

Ключевые слова: машины, оборудование, рыночная стоимость, выгоды, оценка, возраст, обесценение, коэффициенты годности, деградация, отказы.

DOI: 10.14357/20790279220105

Введение

Настоящая статья посвящена оценке рыночной стоимости (далее – стоимости) поддержанных машин и оборудования (далее – машин). Основными операционными характеристиками машин мы считаем их производительность и операционные затраты. В процессе эксплуатации эти характеристики имеют тенденцию к ухудшению – такой процесс принято называть деградацией. Разнообразные модели процесса деградации технических объек-

тов предлагаются в теории надежности, например в [1-4]. Однако при этом предполагается, что операционные характеристики машин со временем не меняются. Естественно, что критерии оптимизации срока службы или сроков ремонта машин в соответствующих моделях носят затратный характер (скажем, средние затраты на эксплуатацию и ремонт за единицу времени), а применить соответствующие модели для стоимостной оценки реальных машин оказалось невозможным. Ряд публикаций посвящен

методам стоимостной оценки машин, подвергающихся деградации. Однако в них обычно не учитывается меняющаяся с возрастом надежность машин, а предлагаемые расчетные формулы не слишком хорошо согласуются с данными о рыночных ценах подержанных машин. Вероятностный характер процесса деградации учитывается при оценке активов в системах национальных счетов. Однако принятая здесь модель представляется неадекватной: каждому активу в момент его создания назначается случайный срок службы, однозначно определяющий динамику последующего изменения его операционных характеристик [5,6]. Более адекватная модель предложена нами в [7], но при этом интенсивность отказов машины предполагалась неизменной. В данной статье сделана попытка устранить этот недостаток, сохраняя общую схему исследования модели. По этой причине мы не останавливаемся подробно на определениях основных понятий и принципов стоимостной оценки и критическом анализе известных методов оценки машин, отсылая читателей к Международным стандартам оценки и работам [6–9].

Мы будем рассматривать машины одной марки (модели, модификации), подвергающиеся случайному процессу деградации, и выяснять, как при этом изменяется их стоимость. Процесс использования машин рассматривается в непрерывном времени.

Новые и подержанные машины обращаются на разных рынках и оцениваются по-разному [9,10]. Новые машины продаются производителями и дилерами на первичном рынке. Все новые машины одной марки (этим термином мы обозначаем также модели и модификации) можно считать точными копиями друг друга, а их стоимость определяется исходя из цен первичного рынка на такие же или аналогичные машины. Подержанные машины обращаются на вторичном рынке. Такая машина обычно не имеет точных аналогов, и оценивать ее удобно исходя из стоимости нового аналога новой машины той же марки. Обычно это делается одним из двух эквивалентных способов. При первом способе, используемом российскими оценщиками, стоимость нового аналога уменьшается на сумму или процент обесценения (depreciation, износа), определяемый по различным формулам [10,11], при втором – она умножается на коэффициент или процент годности (относительной стоимости, Percent Good Factor). При этом проценты обесценения и годности дополняют друг друга до 100%. Для наших целей удобен второй способ, распространенный в США, где для определения процентов годности используют специальные таблицы [12–14].

В общем случае коэффициент годности машины зависит от ее технического состояния. Однако адекватных измерителей технического состояния, приемлемых для оценщиков, пока не предложено, поэтому чаще всего оценщики характеризуют его возрастом машины (в теории надежности состояние машин описывают наработкой, однако сведения о ней часто фальсифицируются и покупатели машин на российском рынке им не доверяют). Поскольку машины одного возраста обычно различаются по техническому состоянию, для их оценки используют средние коэффициенты годности (СКГ). Значение $k(t)$ этого коэффициента для машин возраста t лет при этом определяется как средний коэффициент годности для группы машин, доживших до этого возраста. Нередко $k(t)$ считают равным отношению возраста машины – отношению возраста к среднему сроку службы. Однако такой метод не учитывает утилизационной стоимости машин, не позволяет оценивать машины за пределами среднего срока службы и часто не согласуется с рыночными ценами достаточно старых машин. В [11,14,15] и многих других работах предлагались модели СКГ, учитывающие вероятностный характер срока службы, однако деградация машин при этом не учитывалась. Более обоснованные результаты получаются, если по рыночным данным строить регрессионные зависимости цен машин от возраста и на их основе рассчитывать СКГ. Подобные зависимости для некоторых видов машин предлагались во многих источниках, например, в [10,16], однако спецификация этих зависимостей не обосновывалась, что не позволяло расширить сферу их применения.

Как и в [7,9,11], мы будем представлять СКГ функцией не абсолютного возраста машины, а ее относительного возраста (отношения возраста к среднему сроку службы). Подобные зависимости оказываются «более стабильными» (мало меняются при изменении самого среднего срока службы и некоторых других параметров используемых моделей).

Машины, которые далее нецелесообразно или невозможно использовать по назначению, должны выбывать из эксплуатации – утилизироваться. При утилизации машина рассматривается как совокупность отдельных элементов (деталей и узлов, пригодных к дальнейшему использованию, металлолома). Рыночная стоимость этих элементов за вычетом стоимости работ по демонтажу машины и доставку отдельных ее элементов к месту продажи образует утилизационную стоимость машины.

Предполагается, что все машины предназначены для выполнения некоторой работы (она может носить и агрегированный характер, скажем,

перемещение грунта) и используются по назначению (эксплуатируются). Выполняемая ими работа необходима участникам рынка, т.е. обладает полезностью для них, а следовательно, имеет и свою стоимость. Под выгодами от использования машины в некотором периоде мы понимаем стоимость выполненных ею в этом периоде работ за вычетом операционных затрат¹ (включая затраты на техническое обслуживание и текущий ремонт, но не включая налога на прибыль). Так определенные выгоды отражают стоимость права пользования машины в соответствующем периоде, а в терминологии Л.В. Канторовича, принятой в теории оптимального планирования — прокатную оценку машины [17, с. 102; 18, с.38]. Основной характеристикой состояния машины мы считаем интенсивность приносимых ею выгод (размер выгод, приносимых малую единицу времени). Естественно, что в ходе деградации эта интенсивность уменьшается, а процесс ее уменьшения носит вероятностный характер.

Отметим в связи с этим, что оценить стоимость выполняемых машинами работ (и, значит, приносимые ими выгоды) удастся не всегда. Для некоторых машин (скажем, такси) выполняемая работа обращается на рынке и ее стоимость можно оценить по сложившимся рыночным ценам. В других случаях машины можно сдавать в аренду на определенный срок. Рыночная стоимость такой услуги носит название рыночной арендной платы [8, МСО 104, п. 40], и она может быть оценена исходя из сложившихся на рынке арендных ставок. На равновесном рынке оба способа использования должны быть равновыгодными для владельцев, поэтому выгоды от использования машин по назначению в некотором периоде должны совпадать с рыночной арендной платой таких же машин за такой же период (естественно, за вычетом операционных затрат, осуществляемых арендодателем). Однако большинство машин производят отдельные операции в едином технологическом процессе. В принципе, стоимость каждой операции можно оценить, рассматривая гипотетическую или даже реальную сделку, в ходе которой один участник выполняет эту операцию, продавая результат работы другому, осуществляющему технологический процесс (так происходит, скажем, при аутсорсинге). К сожалению,

практически применить указанные способы оценки стоимости выполняемых машинами работ удастся не всегда, поэтому во многих случаях ни владельцы машин, ни оценщики ее не знают. Возможный способ оценки этой стоимости, вытекающий из построенной модели, будет изложен в Разделе 3.

Задачи стоимостной оценки машин, у которых изменение интенсивности приносимых машиной выгод описывается случайным процессом, стали исследоваться сравнительно недавно (см. например, [19,21]).

Настоящая статья имеет следующую структуру. В Разделе 1 описывается процесс деградации машин, в Разделе 2 находится зависимость стоимости машин от их состояния, в Разделе 3 — среднее значение и коэффициент вариации (случайного) срока службы машин. Основная задача оценки подержанных машин решается в Разделе 4, где предложены зависимости СКГ машин от их возраста. Характер построенных зависимостей иллюстрируется примерами в Разделе 5. В Разделе 6 показывается возможность существенного ослабления ряда предположений модели.

1. Модель деградации

При построении модели мы предполагаем, что инфляция отсутствует, а машины имеют нулевую утилизационную стоимость. Рабочее состояние машины мы характеризуем интенсивностью приносимых ею выгод (ИВ), т.е. суммой выгод, приносимых машиной в малую единицу времени. Она определяется формулой: $ИВ = pW - C$, где W — производительность машины, C — интенсивность ее операционных затрат, p — стоимость единицы производимых работ. До сих пор единицы измерения выгод считались произвольными. Однако далее нам будет удобно принять их такими, чтобы ИВ у новой (возраста 0 лет) машины стала равной 1. По существу, это означает, что состояние машины мы измеряем отношением интенсивностей выгод, приносимых ею и ее новым аналогом.

Процесс деградации мы связываем с потоком случайных скрытых отказов, приводящих к случайному ухудшению состояния машины, и описываем следующим сложным пуассоновским процессом. Во время эксплуатации проводятся технические обслуживания и текущие ремонты (ТОиР) машины, позволяющие по возможности поддержать ее операционные характеристики, так что ее состояние меняется только при отказе. В общем случае интенсивность отказов зависит от состояния машины — с ухудшением состояния машины эта интенсивность должна возрастать. В

¹ Так определяемый показатель выгод может рассматриваться и как связанный с использованием машины (доналоговый) денежный поток, упоминаемый в стандартах оценки. По экономическому содержанию и величине он близок к EBITDA (прибыли до уплаты налогов и процентов и начисления амортизации), используемому в оценке бизнеса. Однако EBITDA находят по фактическим данным предприятия, тогда как выгоды от использования машин таким способом определить уже нельзя.

предлагаемой модели такая зависимость считается степенной, так что в состоянии z интенсивность скрытых отказов равна λ/z^β , где λ и β – некоторые неизвестные параметры, отражающие, соответственно, интенсивность отказов новой машины и темп роста этой интенсивности по мере ухудшения их состояния. Произошедший скрытый отказ можно вообще не заметить или частично устранить его последствия текущим ремонтом, однако и в том и в другом случае эксплуатационные характеристики машины ухудшаются (падает производительность, растут затраты на ТОиР). Принимается, что после каждого отказа ИВ уменьшается на неотрицательную случайную величину ξ , не зависящую от истории эксплуатации машины и имеющую функцию распределения $\mathbf{P}\{\xi \leq x\} = 1 - e^{-\alpha x}$ и плотность $\alpha e^{-\alpha x}$, где α – некоторый положительный параметр (величина $1/\alpha$ при этом будет средним значением ξ).

Машины с ИВ > 0 выгодно эксплуатировать еще некоторое время – такие состояния машины назовем рабочими. Машины с ИВ < 0 далее эксплуатировать неэффективно, и они должны утилизироваться, принеся нулевые выгоды. Такие состояния машин назовем предельными. В зависимости от того, оказалась ли машина после отказа в рабочем или в предельном состоянии, отказы мы делим на полные и частичные.

2. Зависимость стоимости машины от ее состояния

В общем случае стоимость объекта зависит от того, на какую дату он оценивается, и каково его техническое состояние на эту дату (дату оценки). Для стоимостной оценки машин в рабочем состоянии в нашей модели мы применим принцип ожидания выгод, упоминаемый, но не раскрываемый в МСО, лежащий в основе метода дисконтирования денежных потоков. Его удобно использовать в следующей форме [9,21]:

РС машины на дату оценки равна математическому ожиданию суммы дисконтированных выгод от наиболее эффективного использования ее в течение прогнозного периода и ее РС в конце периода.

Отметим, что оценка РС машины при этом предполагает оптимизацию ее использования по критерию максимума суммы дисконтированных выгод. Поскольку в нашей модели предполагается отсутствие инфляции, а состояние машины характеризуется интенсивностью приносимых ею выгод (z), стоимость машины не зависит от даты оценки, и мы будем считать ее некоторой (неизвестной) функцией $V(z)$. Технические и экономические со-

ображения показывают, что эта функция должна быть непрерывной и убывающей, а при $z=0$ – обращаться в нуль. Найдем явное выражение для нее.

Возьмем машину, находящуюся в состоянии $z > 0$ на дату оценки, и выясним, как изменится ее стоимость за малое время dt . Если она не откажет, то останется в том же состоянии и будет (ввиду отсутствия инфляции) иметь ту же стоимость $V(z)$. Однако с вероятностью $(\lambda/z^\beta)dt$ может произойти отказ. Тогда ИВ примет случайное значение $u = z - \xi$, распределенное на луче $(-\infty, z)$ с плотностью $\alpha e^{\alpha(u-z)}$. При $u > 0$ машина будет иметь стоимость $V(u)$, в противном же случае (полный отказ) стоимость машины станет нулевой.

Применим принцип ожидания выгод к нашей машине и малому периоду времени dt после даты оценки. Учитывая, что машина за время dt при отсутствии отказа принесет (доналоговые) выгоды в сумме zdt , а при полном отказе – нулевые выгоды, и обозначив через r доналоговую ставку дисконтирования, мы получим основное уравнение модели:

$$V(z) = zdt + (1 - rdt) \times \left[(1 - \lambda z^{-\beta} dt) V(z) + \lambda z^{-\beta} dt \int_0^z \alpha e^{\alpha(u-z)} V(u) du \right]. \quad (1)$$

Отсюда, с точностью до малых более высокого порядка находим:

$$0 = -V(z) + zdt + [1 - (r + \lambda z^{-\beta}) dt] V(z) + \lambda z^{-\beta} \alpha e^{-\alpha z} dt \int_0^z e^{\alpha u} V(u) du = z^{-\beta} e^{-\alpha z} \left\{ z^{\beta+1} e^{\alpha z} - (r z^\beta + \lambda) e^{\alpha z} V(z) + \lambda \alpha \int_0^z e^{\alpha u} V(u) du \right\} dt.$$

Поэтому выражение, стоящее здесь в фигурных скобках, равно нулю. Дифференцируя его по z и умножая на $e^{-\alpha z}$, имеем:

$$(r z^\beta + \lambda) V'(z) + r(\alpha z + \beta) z^{\beta-1} V(z) = (\beta + 1) z^\beta + \alpha z^{\beta+1}. \quad (2)$$

Решение этого уравнения с начальным условием $V(0)=0$ не выражается в элементарных функциях, поэтому его приходится решать численными методами. При этом коэффициент годности машины в состоянии z находится как отношение $V(z)/V(1)$.

Если бы значения параметров α , λ и β были известны, это позволило бы одновременно оценить и рыночную стоимость единицы производимых машиной работ. Действительно, в таком случае из решения уравнения (2) мы могли бы получить стоимость новой машины $V(1)$ в принятых условных единицах. В то же время стоимость новой машины (в рублях) можно считать известной величиной K , поскольку, как уже говорилось, оценка новых машин каких-то принципиальных трудностей не

представляет. В таком случае интенсивность вы- год, приносимых новой машиной, которая была принята за единицу, будет составлять $K/V(1)$ ру- блей. Но, по определению, эта интенсивность рав- на $pW_0 - C_0$, где W_0 – производительность новой ма- шины (в единицах работы), C_0 – интенсивность ее операционных затрат (т.е. сумма этих затрат, осу- ществляемых в единицу времени), p – рыночная стоимость единицы выполняемых машиной работ. Отсюда сразу же получаем искомую формулу:

$$p = \frac{K/V(1) + C_0}{W_0}.$$

Следует отметить, что такая формула полно- стью отвечает так называемому затратному под- ходу к оценке объектов [8, МСО 105, п.60], хотя для оценки работ оценщика ни ее, ни аналогичные формулы, выводимые из других моделей оценки машин, не применяли.

На практике производительность машин и затраты по их эксплуатации периодически изме- ряются. Поэтому, теоретически, владелец машины может оценивать и интенсивность приносимых ею выгод, а, значит, и выявлять ситуации, когда она становится отрицательной.

3. Остаточный срок службы машины

Обозначим через $\tau(z)$ случайный остаточный срок службы машины, находящейся в состоянии z . Распределение этой случайной величины одно- значно определяется производящей функцией ее моментов $\varphi(p, z) = \mathbf{E}[e^{-p\tau(z)}]$ или логарифмом этой функции $\psi(p, z) = \ln \varphi(p, z)$. Чтобы найти $\varphi(p, z)$, повторим те же рассуждения, что и при выводе формулы (1). Рассмотрим машину, находящуюся в состоянии $z > 0$ на дату оценки. За малое время dt она может не отказать, и тогда останется в том же состоянии, но остаточный (от даты оценки) срок ее службы увеличится на dt . Однако с вероятностью $(\lambda/z)dt$ может произойти отказ. Тогда ИВ машины примет новое случайное значение $u = z - \xi$. Ему будут отвечать и новый остаточный срок службы, равный $\tau(u)$ при $u > 0$ или нулю при $u \leq 0$ (это от- вечает полному отказу, вероятность которого равна $(\lambda/z)e^{-\alpha z} dt$). Отсюда вытекает, что:

$$\begin{aligned} \varphi(p, z) &= \mathbf{E}[e^{-p\tau(z)}] = \\ &= \mathbf{E}\left[(1 - \lambda z^{-\beta} dt)e^{-p[\tau(z)+dt]} + \lambda z^{-\beta} dt \int_0^z \alpha e^{\alpha(u-z)} e^{-p\tau(u)} du + \lambda z^{-\beta} e^{-\alpha z} dt\right] = \\ &= (1 - \lambda z^{-\beta} dt)(1 - pdt)\mathbf{E}[e^{-p\tau(z)}] + \left\{ \alpha \int_0^z e^{\alpha u} \mathbf{E}[e^{-p\tau(u)}] du + 1 \right\} \lambda z^{-\beta} e^{-\alpha z} dt = \\ &= \varphi(p, z) + z^{-\beta} e^{-\alpha z} \left\{ -(pz^\beta + \lambda) e^{\alpha z} \varphi(p, z) + \lambda \alpha \int_0^z e^{\alpha u} \varphi(p, u) du + \lambda \right\} dt. \end{aligned}$$

Поэтому

$$-(pz^\beta + \lambda) e^{\alpha z} \varphi(p, z) + \lambda \alpha \int_0^z e^{\alpha u} \varphi(p, u) du + \lambda = 0. \quad (3)$$

При $z=0$ отсюда вытекает, что $\varphi(p, 0)=1$. Дифференцируя равенство (3) по z , после про- стых преобразований находим: $(pz^\beta + \lambda) \varphi'_z(p, z) = -pz^{\beta-1}(\beta + \alpha z)\varphi(p, z)$. Решая это уравнение с на- чальным условием $\varphi(p, 0)=1$, получим:

$$\psi(p, z) = \ln \varphi(p, z) = -\alpha z - \ln \left[1 + \frac{pz^\beta}{\lambda} \right] + \int_0^z \frac{\alpha \lambda dx}{px^\beta + \lambda}.$$

Значения первой и второй производной этой функции в точке $p=0$ позволяют найти среднее зна- чение $T(z)$, дисперсию $D(z)$ и коэффициент вариации $v(z)$ остаточного срока службы машины:

$$\begin{aligned} T(z) &= -\psi'_p(0, z) = \frac{(\beta + 1)z^\beta + \alpha z^{\beta+1}}{(\beta + 1)\lambda}; \\ D(z) &= -\psi''_{pp}(0, z) = \frac{(2\beta + 1)z^{2\beta} + 2\alpha z^{2\beta+1}}{(2\beta + 1)\lambda^2}; \\ v(z) &= \frac{\sqrt{D(z)}}{T(z)} = \frac{\sqrt{1 + 2\alpha z / (2\beta + 1)}}{1 + \alpha z / (\beta + 1)}. \end{aligned}$$

Заметим теперь, что для новой машины $z = 1$, а остаточный срок службы совпадает с полным. Поэтому из полученных формул при $z = 1$ можно выразить математическое ожидание T и коэффи- циент вариации v (полного) срока службы машин через α , λ и β :

$$T = \frac{\beta + 1 + \alpha}{(\beta + 1)\lambda}, \quad v = \frac{\sqrt{1 + 2\alpha / (2\beta + 1)}}{1 + \alpha / (\beta + 1)}. \quad (4)$$

Установить значения α и λ в общем случае затруднительно. Однако для некоторых видов ма- шин это удастся сделать, используя результаты их испытаний на долговечность и имеющиеся сведе- ния о сроках их службы. Укажем, в частности, на [22, табл. 3 справочного приложения 3; 23, табл. 12.5; 24; 25], откуда можно получить оценку ко- эффициента вариации сроков службы различных машин, и [11], разделы 5.2 и 5.3 которого посвяще- ны оценкам средних сроков службы. Подобная ин- формация позволяет оценить средний срок службы машин (T) и коэффициент вариации срока службы (v). В таком случае искомые параметры α и λ мож- но выразить через β , используя равенства (4):

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{(\beta + 1)}{v^2} \left[\frac{\beta + 1}{2\beta + 1} - v^2 + \sqrt{\left(\frac{\beta + 1}{2\beta + 1} \right)^2 - \frac{v^2}{2\beta + 1}} \right]; \\ \lambda &= \frac{\beta + 1 + \alpha}{(\beta + 1)T}. \end{aligned} \quad (5)$$

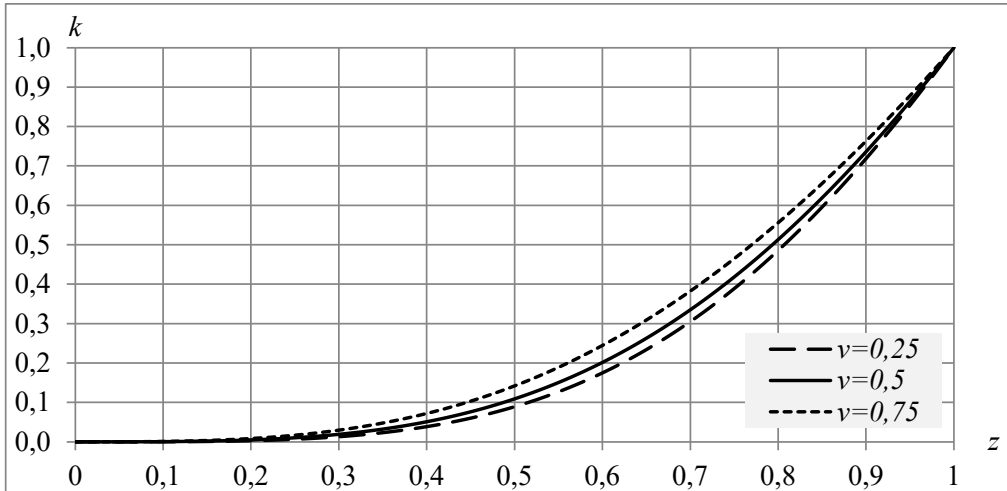


Рис. 1. Зависимость коэффициента годности машины от ее состояния при $r=0,08$, $\beta=2$, $T=10$ и разных ν

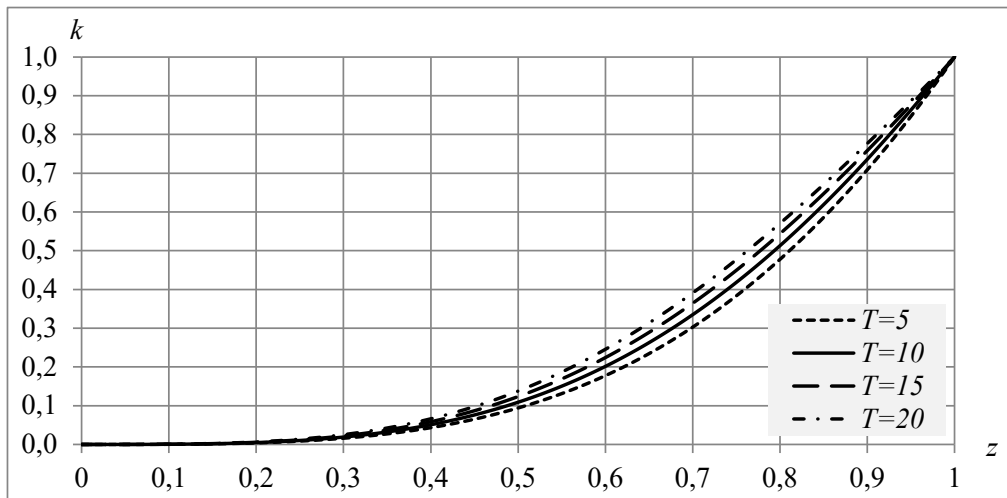


Рис. 2. Зависимость коэффициента годности машины от ее состояния при $r=0,08$, $\beta=2$, $\nu=0,5$ и разных T

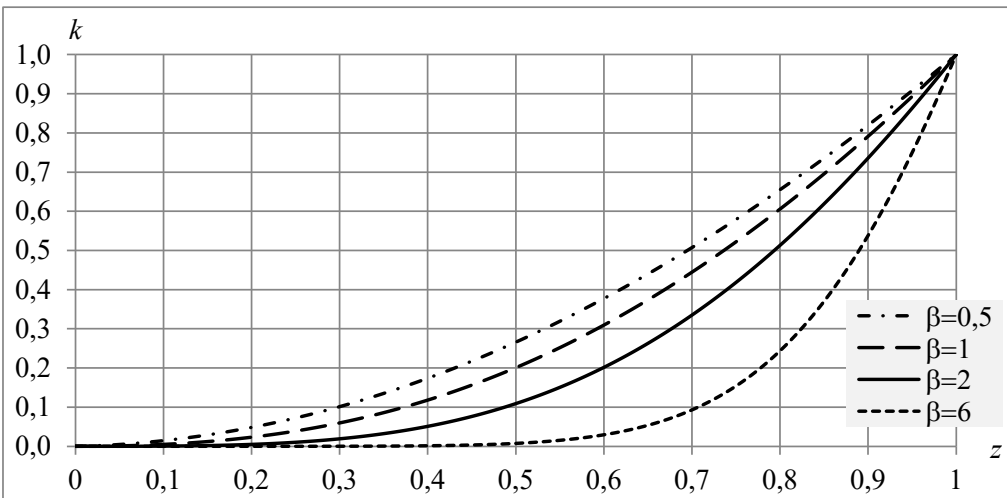


Рис. 3. Зависимость коэффициента годности машины от ее состояния при $r=0,08$, $T=10$, $\nu=0,5$ и разных β

Задавая r , T и v , по этим формулам теперь можно определить α и λ , а затем, решая уравнение (2), построить зависимость коэффициента годности машины $k(z) = V(z)/V(1)$ от интенсивности приносимых ею выгод (z). Для некоторых сочетаний β , T и v при $r=0,08$ такая зависимость представлена на рис. 1-3.

4. Зависимости стоимости и коэффициентов годности машины от возраста

В Разделе 3 стоимость машины выражалась через ее состояние. Между тем, обычно оценщик знает только возраст оцениваемой машины, но не может оценить стоимость производимой продукции, а значит, и размер приносимых выгод. Однако машины одного возраста, как правило, различаются по своему техническому состоянию и, следовательно, по стоимости. Поэтому оценщики обычно отбирают группу машин той же марки и примерно того же возраста с известными ценами и находят среднюю цену этих машин. Мы поступим так же и будем искать регрессионную зависимость стоимости машин в рабочем состоянии от их возраста или, что то же самое, для каждого t среднюю стоимость машин, доживших до возраста t . Заметим теперь, что если нам известен возраст машины t , то мы знаем, что она t лет назад была новой, т.е. имела ИВ=1. А тогда нам, по существу, надо найти среднюю стоимость машин, которые t лет назад имели ИВ=1. К сожалению, сразу решить эту задачу не удается, и приходится решать более общую задачу: найти среднюю стоимость машин, которые t лет назад имели ИВ= z .

Для этого обозначим через $G(z,t)$ группу машин в рабочем состоянии, которые t лет назад находились в состоянии z , а через $V(z,t)$ среднюю их стоимость. Установим связь между $V(z,t)$ и $V(z,t+dt)$.

Начнем с того, что машина в состоянии $z > 0$ в течение малого периода времени dt может либо работать безотказно, либо подвергнуться частичному или полному отказу с вероятностями соответственно $1 - \lambda z^{-\beta} dt$, $(1 - e^{-\alpha z}) \lambda z^{-\beta} dt$ и $e^{-\alpha z} \lambda z^{-\beta} dt$. Однако для машин группы $G(z,t+dt)$ третья ситуация невозможна, поскольку через время $t+dt$ их состояние было еще рабочим. Поэтому, с точностью до малых более высокого порядка, вероятность их частичного отказа не изменится, а вероятность безотказной работы составит $1 - (1 - e^{-\alpha z}) \lambda z^{-\beta} dt$. В первом случае ИВ такой машины с вероятностью $\alpha e^{\alpha(u-z)} du / (1 - e^{-\alpha z})$ попадет в малый интервал $(u, u+du)$ на отрезке $(0, z)$, а машина перейдет в соответствующую группу $G(u,t)$. Во втором же случае состояние машины не изменится, она принесет выгоды zdt и перейдет в группу $G(z,t)$. Отсюда

вытекает (с точностью до малых более высокого порядка) следующее выражение для средней стоимости машин группы $G(z,t+dt)$:

$$V(z, t + dt) = \left[1 - \lambda z^{-\beta} (1 - e^{-\alpha z}) dt \right] V(z, t) + \lambda z^{-\beta} dt \int_0^z \alpha e^{\alpha(u-z)} V(u, t) du = V(z, t) - \lambda z^{-\beta} dt \int_0^z \alpha e^{\alpha(u-z)} [V(z, t) - V(u, t)] du.$$

Поэтому

$$\frac{\partial V(z, t)}{\partial t} = -\lambda z^{-\beta} \int_0^z \alpha e^{\alpha(u-z)} [V(z, t) - V(u, t)] du. \quad (6)$$

Если учесть, что стоимость $V(z, 0)$ машины, находящейся на дату оценки в состоянии $z \geq 0$, определяется формулой (2), где она обозначена через $V(z)$, мы получим краевое условие для этого уравнения: $V(z, 0) = V(z)$. Решив уравнение (6) с этим краевым условием, можно найти и средние коэффициенты годности (СКГ) для машин каждого возраста t , разделив их среднюю стоимость $V(z, t)$ (в принятых условных единицах) на стоимость новой машины $V(1, 0) = V(1)$.

В начале статьи мы говорили, что для практического применения удобно представлять коэффициенты годности функциями от относительного возраста – отношения возраста машины к среднему сроку ее службы $\tau = t/T$. В таком случае и стоимость машины также понадобится выражать функциями относительного возраста. Если ввести обозначение $C(z, \tau) = V(z, T\tau)$ и воспользоваться вторым из уравнений (5), то уравнение (6) с соответствующим краевым условием можно преобразовать к виду:

$$\frac{\partial C(z, \tau)}{\partial \tau} = -\frac{1 + \alpha/(\beta + 1)}{z^\beta} \times \int_0^z \alpha e^{\alpha(u-z)} [C(z, \tau) - C(u, \tau)] du; \quad C(z, 0) = V(z). \quad (7)$$

Поскольку в начале эксплуатации $z=1$, то средняя стоимость машин относительного возраста τ в этих обозначениях составит $C(1, \tau)$, а при $\tau=0$ совпадет со стоимостью новой машины $V(1)$. Поэтому СКГ для машин относительного возраста τ будет составлять

$$k(\tau) = C(1, \tau)/V(1). \quad (8)$$

Заметим теперь, что само уравнение (7) содержит единственный параметр α , который в силу (5), зависит только от коэффициента вариации срока службы машины (v). Правда, функция $V(z)$, входящая

в краевое условие, зависит от λ , т.е. от среднего срока службы T . Поэтому, формально, функция $C(z, \tau)$ должна зависеть и от ν , и от T . Но, как видно из рис. 2 и как показывают аналогичные расчеты, при изменении среднего срока службы T в разумных пределах, отношения $V(z)/V(1)$ меняются мало. Это позволяет считать, что СКГ, рассчитанные по формуле (8), будут слабо зависеть от среднего срока службы.

5. Экспериментальные расчеты

Решение системы (6)-(8), т.е. искомые коэффициенты годности $k(t)$, мы получали численными

методами. Была проведена серия расчетов для $T=10 \dots 25$ лет, $\nu=0.2 \dots 0.7$, $\beta=0,2 \dots 0,8$, $r=0.02 \dots 0,15$. Зависимости СКГ от относительного возраста $k(\tau)$ для $r=0,08$ и некоторых сочетаний ν и β приведены на рис. 4,5.

Расчеты показали, что для машин с разными средними сроками службы такие зависимости мало отличаются. С увеличением ставки дисконтирования СКГ увеличиваются, однако очень незначительно. Отметим также, что при $\beta > 1$ с ростом τ СКГ стремится к нулю все более быстрыми темпами, что не позволяет хорошо аппроксимировать функцию $k(\tau)$ экспонентой.

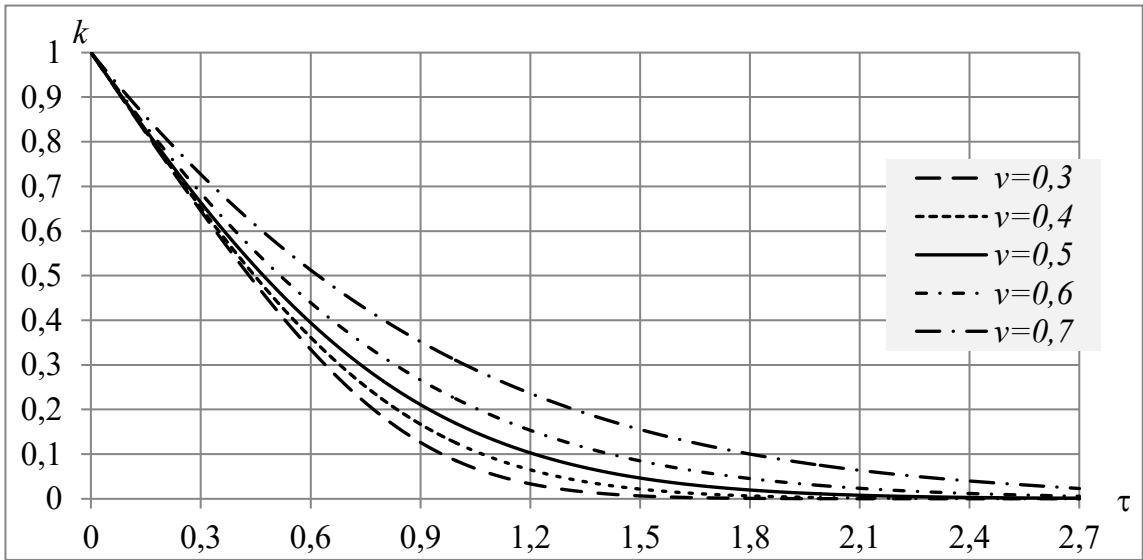


Рис. 4. Зависимости СКГ от относительного возраста машин при $\beta=1$, $T=10$ и разных коэффициентах вариации срока службы

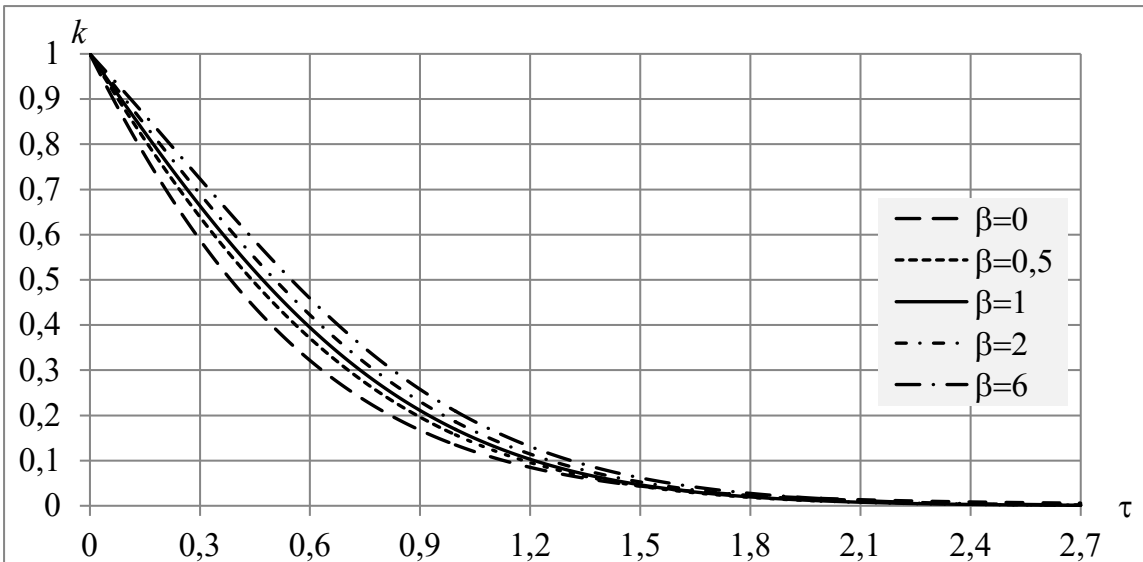


Рис. 5. Зависимости СКГ от относительного возраста машин при $\nu=0,5$, $T=10$ и разных β

6. Более реалистичные допущения

При построении модели для упрощения изложения не был учтен ряд существенных факторов. В этом разделе мы постараемся их учесть.

Учет инфляции. В модели предполагалось, отсутствие инфляции. Чтобы учесть влияние инфляции, посмотрим, как она учитывается оценщиками. Необходимость в таком учете возникает, например, при оценке новой машины определенной марки, если такие машины (точные копии оцениваемой) ранее продавались, но на дату оценки на рынке отсутствуют. В подобных ситуациях оценщик анализирует сложившуюся динамику цен этих машин и формирует разумный прогноз цен на дату оценки. Иногда имеющихся данных недостаточно, и тогда используются данные о ценах аналогичных машин других марок или индексы цен машин более широкой группы, например, ценовые индексы по соответствующей товарной группе, публикуемые Росстатом [10]. Все это позволяет с той или иной точностью установить темп роста цен на новые машины оцениваемой марки в ближайшей перспективе.

Однако подержанные машины одного возраста различаются по техническому состоянию, и оценить фактический темп роста их цен невозможно. В то же время потенциальные покупатели подержанных машин всегда рассматривают и альтернативу покупки новой машины на первичном рынке, и продавцы с этим вынуждены считаться. В такой ситуации оценщики принимают, что на вторичном рынке цены растут так же, как и на первичном², а коэффициенты годности не меняются. Инфляцию, при которой цены всех объектов одной группы растут пропорционально, мы называем групповой (group-specific inflation) [9,20,21]. Темп роста этих цен при этом можно назвать темпом групповой инфляции.

Таким образом, на практике оценщики, по существу, опираются на допущение о групповом характере инфляции для машин одной марки (а нередко и для более широкой группы машин одного типа или назначения), по крайней мере, в течение года. Подобное допущение не является чем-то необычным. Так, при оценке зданий, помещений и эффективности строительных и иных реальных инвестиционных проектов приходится учитывать как рост цен на жилые и офисные помещения, так и затрат на строительные-монтажные работы. В этих целях в расчеты закладываются фактические или прогнозируемые темпы роста указанных цен и затрат. Но это как раз и означает, что темпы роста цен на любые (а не только сооружаемые по проекту) жилые и офисные помещения или любые виды

строительно-монтажных работ предполагаются одинаковыми. Групповой характер инфляции подтверждается и таким фактом. В США для оценки машин и оборудования используют публикуемые властями штатов таблицы процентов годности, например [12,13]. Эти таблицы ежегодно пересматриваются, однако сами значения процентов годности для каждого вида машин изменяются незначительно.

На этих основаниях примем, что в нашей модели в период, близкий к дате оценки, имеет место групповая инфляция с некоторым темпом i . Тогда стоимости машин, находящихся в одном и том же состоянии z , и интенсивности выгод, которые они приносят, будут изменяться с тем же темпом. Но, как говорилось ранее, состояние машины в нашей модели мы измеряем, по сути, отношением ее ИВ и нового аналога, а групповая инфляция на это отношение не влияет. Поэтому в уравнении (1) понадобится учесть только рост стоимости всех машин за малое время dt в $1+idt$ раз, после чего оно примет вид:

$$\begin{aligned}
 V(z) &= zdt + (1-rdt)(1+idt) \times \\
 &\times \left[(1-\lambda z^{-\beta} dt)V(z) + \lambda z^{-\beta} dt \int_0^z \alpha e^{\alpha(u-z)} V(u) du \right] = \\
 &= zdt + (1-\rho dt) \times \\
 &\times \left[(1-\lambda z^{-\beta} dt)V(z) + \lambda z^{-\beta} dt \int_0^z \alpha e^{\alpha(u-z)} V(u) du \right],
 \end{aligned} \tag{9}$$

где $\rho=r-i$ – ставка дисконтирования, скорректированная на групповую инфляцию. Подобная ставка сходна с обычно используемой реальной ставкой по своему экономическому содержанию, но может отличаться по величине, ибо при определении реальной ставки вычитается темп общей инфляции в стране, который не обязательно совпадает с темпом роста цен на машины.

Как видим, формула (9) отличается от (1) только ставкой дисконтирования. Поэтому в условиях групповой инфляции стоимости машин будут описываться тем же уравнением (1), если использовать в нем ставку дисконтирования, скорректированную с учетом инфляции.

Учет адвалорных затрат. В состав операционных затрат включаются расходы на страхование, налог на имущество (которым в ряде стран облагаются машины и оборудование) и иные, зависящие от стоимости машины (адвалорные). Их удобно характеризовать эффективной ставкой – отношением суммы этих затрат к рыночной стоимости машины. Такая ставка невелика (обычно до 3%, в некоторых штатах США – до 4%). Адвалорные затраты

² Для рынка квартир это уже не так.

уменьшают налогооблагаемую прибыль и размер выгод, но их сумма зависит от состояния машины, что в нашей модели не учтено. Оказывается, что эти затраты можно исключить из состава операционных и не учитывать при определении выгод, если применить подход, предложенный в [9,20]. При этом основное уравнение модели сохранится, но ставку дисконтирования понадобится увеличить на эффективную ставку адвалорных затрат. Расчеты показывают, что СКГ при этом изменятся незначительно.

Учет выгод от утилизации. В модели выгоды от утилизации машины (ее утилизационная стоимость) принимались нулевыми. Обычно утилизационная стоимость машины U небольшая, и ее отношение к стоимости аналогичной новой машины $u=U/K$ составляет $0,03...0,10$. Покажем, следуя [9], как можно учесть влияние утилизационной стоимости в нашей модели, предполагая для упрощения изложения отсутствие инфляции. Представим стоимость машины V суммой $U+(V-U)$. Оба слагаемых здесь отражают стоимости машины, рассматриваемой с разных точек зрения. Первое – оценивает машину как объект утилизации (набор металлолома и годных к дальнейшему использованию деталей), второе – как средство выполнения работ. Это позволяет назвать разность $(V-U)$ чистой стоимостью машины³. Заметим теперь, что при переносе утилизации машины на более позднее время dt ее владелец теряет выгоды в размере $U-(1-rdt)U = rUdt$. Поэтому утилизация машины станет выгодной, когда ее ИВ станет меньше, чем rU . Это позволяет ввести в рассмотрение показатель интенсивности скорректированных выгод (ИСВ), отличающийся от ИВ уменьшением на rU . При этом динамика ИСВ будет описываться предложенной моделью. Различие будет лишь в том, что у новой машины будет другая ИСВ, а величина $V(1)$ будет отражать не рыночную, а чистую стоимость машины $K-U=(1-u)K$. Соответственно, рассчитанные по формуле (8) коэффициенты $k(t)$ будут отражать среднее уменьшение чистой стоимости, а «настоящие» СКГ должны рассчитываться по формуле: $(1-u)k(t)+u$.

Это дает возможность проверить, насколько хорошо описывает предложенная модель зависимость стоимости машин от возраста. Для этого надо было бы сопоставить рассчитанные по этой модели рыночные стоимости машин какой-либо марки с рыночными ценами таких машин разного возраста. Соответствующие расчеты, проведенные для нескольких марок строительных машин, показали, что общий характер зависимости их сто-

имости от возраста модель описывает правильно. Однако выявить ее преимущество перед альтернативными моделями не удалось из-за отсутствия достаточно точных сведений об утилизационной стоимости машин и коэффициенте вариации срока их службы, а также из-за не слишком большого объема исходной информации о рыночных ценах машин разного возраста.

Суть возникающих трудностей поясним на примере бульдозеров Уралтрак Б10М. Исходной информацией для соответствующих расчетов являлись фактические цены 202 таких машин разного возраста за 2014 год. Кроме того, были известны не слишком точные оценки рыночной стоимости новых машин (K), утилизационной стоимости машин (U), среднего срока их службы (T). Сведения о коэффициенте вариации срока службы бульдозеров позволили дать очень грубую оценку диапазона его изменения: $0,3 \leq v \leq 0,7$. Поэтому значения указанных параметров необходимо было подобрать. Кроме того, необходимо было выбрать подходящее значение параметра β модели. Результаты такого подбора представлены на рис. 6 в виде зависимости стоимости бульдозеров от возраста.

Очевидно, что в данном случае примерно такую же точность аппроксимации можно получить, используя и некоторые другие модели (например, двух- или трехпараметрические регрессионные зависимости).

Заключение

Предложенная модель позволяет выяснить влияние пуассоновского процесса деградации машин на их стоимость и срок службы, а также установить необходимую оценщикам зависимость средних коэффициентов годности от возраста. Случайный процесс деградации при этом характеризуется тремя параметрами (α , λ и β), что можно считать преимуществом модели. Если деградация реальных машин определенной марки носит примерно такой характер, то параметры α и λ можно оценить, не проводя каких-либо испытаний на надежность, а опираясь на данные о средних значениях и коэффициентах вариации срока службы машин. Однако оценка β требует дополнительной информации, например, о ценах большого числа машин разного возраста. Вместе с тем, принятое в статье описание процесса деградации машины нельзя считать достаточно адекватным, хотя бы потому, что здесь не учитывается возможность проведения капитальных ремонтов машины, существенно улучшающих ее техническое состояние. Поэтому разработка мо-

³ В МСФО оно именуется амортизируемой суммой.

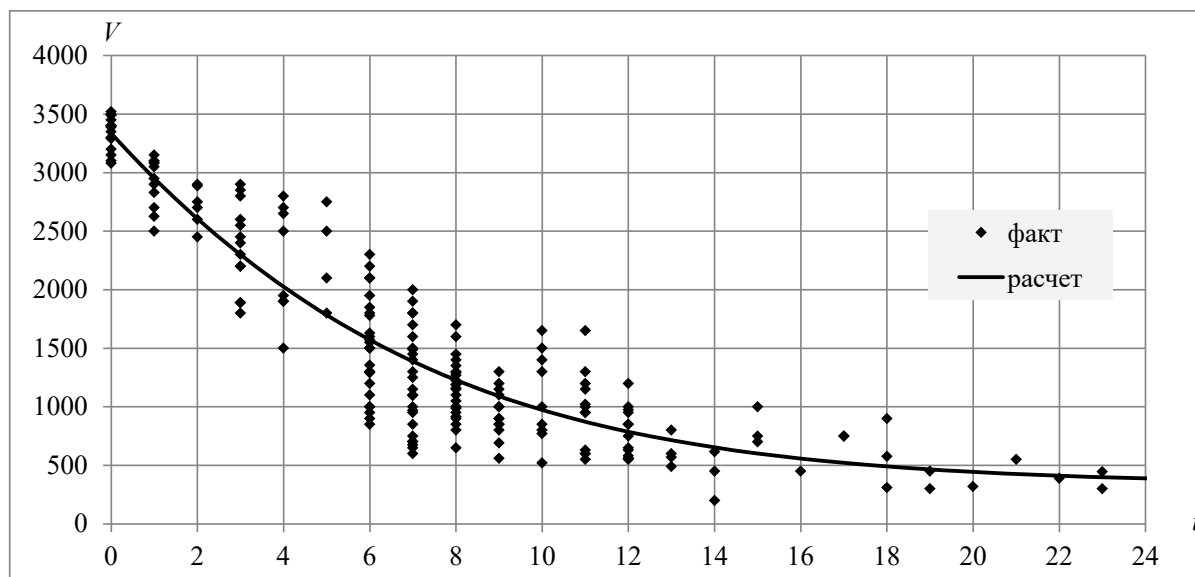


Рис. 6. Цены, рассчитанные по модели стоимости бульдозеров Уралтрак Б10М разного возраста (тыс. руб.)

делей стоимостной оценки машин, описывающих случайные процессы изменения их состояния, представляется актуальной.

Литература

1. Li W., Pham H. Reliability modeling of multi-state degraded systems with multi-competing failures and random shocks. *IEEE Transactions on Reliability*. 2005. Vol. 54(2). P. 297-303.
2. Nakagawa T. *Shock and damage models in reliability theory*: Springer. 2007.
3. Wang Z., Huang H.-Z., Li Y., Xiao N.-C. An approach to reliability assessment under degradation and shock process. *IEEE Transactions on Reliability*. 2011. Vol. 60(4). P. 852-863.
4. Lin Y.H., Li Y.F., Zio E. Integrating Random Shocks Into Multi-State Physics Models of Degradation Processes for Component Reliability Assessment. *IEEE Transactions on Reliability*. 2014. Vol. 64(1). P. 154-166.
5. СНС 2008. Система национальных счетов 2008. Европейская комиссия, Международный валютный фонд, Организация экономического сотрудничества и развития, ООН, Всемирный банк. Нью-Йорк. 2012.
6. Смоляк С.А. Оценка обесценения машин с учетом положений систем национальных счетов // *Труды ИСА РАН*. 2021. Т. 71. № 1. С. 44-54.
7. Смоляк С.А. Пуассоновская модель деградации машин: применение к стоимостной оценке // *Журнал Новой Экономической Ассоциации*. 2020. № 4 (48). С. 63–84.
8. Международные стандарты оценки / Вступают в действие с 31 января 2020 г. / Международный комитет по стандартам оценки / пер. с англ. М.: Российское общество оценщиков. 2020. 168 с.
9. Смоляк С.А. *Стоимостная оценка машин и оборудования*. М.: Опцион. 2016. 377 с.
10. *Оценка машин и оборудования: учебник*. / М.А.Федотова, А.П. Ковалев [и др.]. – 2-е изд. М.: ИНФРА-М. 2018. 324 с.
11. *Справочник оценщика машин и оборудования. / Корректирующие коэффициенты и характеристики рынка машин и оборудования*. Под ред. Лейфера Л.А. Изд. 2-е. Нижний Новгород: Приволжский центр методического и информационного обеспечения оценки. 2019. 320 с.
12. 2019 Cost Index & Depreciation Schedules. Raleigh: North Carolina Department of Revenue.
13. 2020 Personal Property Manual. Arizona Department of Revenue. https://azdor.gov/sites/default/files/media/PROPERTY_pp-manual.pdf
14. АН 582. Assessor's Handbook, Section 582. The Explanation of the Derivation of Equipment Percent Good Factors. California State Board of Equalization. February 1981. Reprinted August 1997.
15. Рослов В.Ю., Мышианов А.И. Модифицированный метод сроков жизни для расчета износа оборудования // *Вопросы оценки*. 2007. №2. С. 64-68
16. Лейфер Л.А., Кашиникова П.М. Определение остаточного срока службы машин и оборудования на основе вероятностных моделей // *Имущественные отношения в Российской Федерации*. 2008. № 1(76). С. 66-79.

17. Канторович Л.В. Экономический расчет наилучшего использования ресурсов. М.: Изд-во АН СССР. 1960.
18. Лившиц В.Н. Выбор оптимальных решений в технико-экономических расчетах. М.: Экономика. 1971.
19. Аркин В.И., Слестников А.Д., Смоляк С.А. Оценка имущества и бизнеса в условиях неопределенности (проблемы “хвоста” и “начала”) // Аудит и финансовый анализ. 2006. №1. С. 81-92.
20. Смоляк С.А. Стохастическая модель для оценки износа машин // Экономика и математические методы. 2012. Т. 48. №1. С. 56-66.
21. Смоляк С.А. Зависимость стоимости машин от возраста: проблемы и модели // Аудит и финансовый анализ. 2014. №5. С. 138-150.
22. РД 26-01-143-83. Надежность изделий химического машиностроения. Оценка надежности и эффективности при проектировании.
23. Острейковский В.А. Теория надежности: Учебник для вузов. М.: Высшая школа. 2003. 463 с.
24. Питухин А.В., Шиловский В.Н., Костюкевич В.М. Надежность лесозаготовительных машин и оборудования: Учебное пособие. СПб: Лань. 2010. 288 с.
25. Гринчар Н.Г., Чалова М.Ю., Фомин В.И. Основы надежности машин. Часть 1: Учебное пособие. М.: МГУПС. 2014. 98 с.

Смоляк Сергей Абрамович. Федеральное государственное бюджетное учреждение науки «Центральный экономико-математический институт РАН», Москва, Россия. Главный научный сотрудник. Доктор экономических наук. Количество печатных работ: 324 (в т.ч. 33 монографии). Область научных интересов: оценка эффективности инвестиционных проектов, стоимостная оценка имущества, математические модели экономических процессов. E-mail: smolyak1@yandex.ru

Machinery and equipment depreciation in the generalized Poisson degradation model

S.A. Smolyak

Federal State Budgetary Institution of Science “Central Economics and Mathematics
Institute of the Russian Academy of Sciences”, Moscow, Russia

Abstract. We propose a model of degradation of machines (deterioration of their technical and economic characteristics). In it, the failure rate increases with the deterioration of the state of the machine, and after each failure, the intensity of benefits brought by the machine decreases by a random value. A machine that brings negative benefits is subject to decommissioning. We obtain explicit expressions for the average value and the coefficient of variation of the random lifetime of machines. Machine’s value is determined by discounting the flow of benefits from its future use. This allows us to find the dependence of the market value of the machine on the intensity of the benefits it brings. Assessing the market value of new machines is usually not difficult, but it is much more difficult to do this for used machines. Appraisers are usually unable to estimate the value of the work performed by machines, and when valuing a used machine, they have to rely on its age. To do this, the market value of a similar new machine is usually reduced by a depreciation factor or multiplied by Percent Good Factor (relative value), depending on the age of the machine being valued. However, machines of the same age can be in different conditions and therefore have different market values. Therefore, here Percent Good Factors are of an averaged nature, i.e. essentially refer to the average machine that has survived to a certain age. We offer formulas to calculate these average Percent Good Factors reflecting the average decrease in the machine’s value with age. To take into account the effect of inflation, it is sufficient to adjust the discount rate in the constructed model. The verification shows that the proposed dependencies are in good agreement with market price data for two different types of construction equipment.

Keywords: *machines, equipment, market value, benefits, valuation, age, depreciation, Percent Good Factors, degradation, failures*

DOI: 10.14357/20790279220105

References

1. *Li W., Pham H.* (2005). Reliability modeling of multi-state degraded systems with multi-competing failures and random shocks. *IEEE Transactions on Reliability*. vol. 54(2), pp. 297-303
2. *Nakagawa T.* (2007). Shock and damage models in reliability theory: Springer.
3. *Wang Z., Huang H.-Z., Li Y., Xiao N.-C.* (2011). An approach to reliability assessment under degradation and shock process. *IEEE Transactions on Reliability*. Vol. 60(4), pp. 852-863.
4. *Lin Y.H., Li Y.F., Zio E.* (2014). Integrating Random Shocks Into Multi-State Physics Models of Degradation Processes for Component Reliability Assessment. *IEEE Transactions on Reliability*. vol. 64(1), pp. 154-166.
5. System of National Accounts 2008. (2009). European Commission, International Monetary Fund, Organization for Economic Co-operation and Development, United Nations, World Bank. New York.
6. *Smolyak S.A.* (2021). Assessment of machinery and equipment depreciation using the method used in the systems of national accounts. *Proceedings of the Institute of Systems Analysis of the Russian Academy of Sciences*, 1(66), 55-64. (in Russian)
7. *Smolyak S.A.* (2020). Poisson's process of machinery degradation: Application to valuation. *Journal of the New Economic Association*, No 4 (48), 63–84 (in Russian).
8. International Valuation Standards. Effective 31 January 2020. International Valuation Standards Council.
9. *Smolyak S.A.* (2016). Machinery and equipment valuation. Moscow, Option Publishing House. (in Russian).
10. *Fedotova M.* (Ed). (2018). Machinery and Equipment Valuation: textbook. 2nd ed. Moscow, INFRA-M. (in Russian)
11. *Leifer L.A.* (Ed). (2019). Handbook of appraiser of machinery and equipment. / Correction factors and characteristics of the market of machinery and equipment. 2nd ed. Nizhny Novgorod: Volga Center for Methodological and Informational Evaluation. (in Russian)
12. 2019 Cost Index & Depreciation Schedules. Raleigh: North Carolina Department of Revenue.
13. 2020 Personal Property Manual. Arizona Department of Revenue. https://azdor.gov/sites/default/files/media/PROPERTY_pp-manual.pdf
14. AH 582. Assessor's Handbook, Section 582. The Explanation of the Derivation of Equipment Percent Good Factors. California State Board of Equalization. February 1981. Reprinted August 1997.
15. *Roslov V.Yu., Myshanov A.I.* (2007). Modified lifetime method for calculating equipment depreciation. *Voprosy otsenki*. No 2: 64-68 (in Russian).
16. *Leifer L.A., Kashnikova P.M.* (2008). Determination of the residual life of machines and equipment based on probabilistic models. *Property relations in the Russian Federation*. No. 1 (76): 66-79 (in Russian).
17. *Kantorovich L.V.* (1960). Economic calculation of the best use of resources. Moscow, Publishing House of the Academy of Sciences of the USSR (in Russian).
18. *Livchits V.N.* (1971). Selection of optimal solutions in technical and economic calculations. Moscow, *Ekonomika* (in Russian).
19. *Arkin V.I., Slastnikov A.D., Smolyak S.A.* (2006). Valuation of property and business under uncertainty (problems of the “tail” and “beginning”). *Audit and financial analysis*. No 1: 81-92 (in Russian).
20. *Smolyak S.A.* (2012). A stochastic model for assessing machinery depreciation. *Economics and Mathematical Methods*, vol. 48. No. 1: 56-66 (in Russian).
21. *Smolyak S.A.* (2014). Dependence of the market value of machines on age: problems and models. *Audit and financial analysis*. No 5: 138-150 (in Russian).
22. Guidance document 26-01-143-83. Reliability of chemical engineering products. Assessment of reliability and efficiency in the design.
23. *Ostreykovsky V.A.* (2003). Reliability Theory: A Textbook for High Schools. Moscow, Higher School. (in Russian)
24. *Pitukhin A.V., Shilovsky V.N., Kostyukevich V.M.* (2010). Reliability of forestry machines and equipment: a Training manual. St. Petersburg: Lan'. 288 p. (in Russian).
25. *Grinchar N.G., Chalova M.Yu., Fomin V.I.* (2014). The basics of machine reliability. Part 1: Study Guide. Moscow, MGUPS. 98 p. (in Russian).

Smolyak S.A. Federal State Budgetary Institution of Science “Central Economics and Mathematics Institute RAS” (CEMI RAS), Moscow, Russia. Chief Researcher. Doctor of Economic Sciences. Moscow, Russia. E-mail: smolyak1@yandex.ru