Динамика макросистем

Синтез системы управления посадкой космического аппарата на основе аппроксимации оптимальных траекторий

С.В. Константинов

Российский университет дружбы народов, г. Москва, Россия

Аннотация. Рассматривается задача общего синтеза системы управления. Для ее решения используется метод символьной регрессии. Поскольку в методах данного класса используются подходы, основанные на эвристических алгоритмах, то вопрос определения близости решения к оптимальному остается открытым. В работе предложено решать задачу синтеза системы управления на основе аппроксимации множества оптимальных траекторий. Первоначально многократно решается задача оптимального управления для разных начальных условий, а затем полученное множество оптимальных траекторий аппроксимируется методом символьной регрессии. В этом случае качество решения и его близость к оптимальному определяется точностью аппроксимации. Представлен пример решения прикладной задачи синтеза системы управления посадкой космического аппарата на поверхность Луны. Экспериментально показано, что найденная функция управления позволяет для любого начального состояния из заданной области получать близкие к оптимальным по значению функционала качества траектории.

Ключевые слова: *оптимальное управление, синтез системы управления, метод символьной регрессии, метод сетевого оператора.*

DOI: 10.14357/20790279220401

Введение

Задача общего синтеза системы управления была сформулирована В.Г. Болтянским [1] сразу после формулировки принципа максимума для задачи оптимального управления [2]. Основной особенностью задачи общего синтеза является нахождение функции управления от координат пространства состояний объекта управления для множества начальных условий. В работе [1] задача формулируется как нахождение функции управления для начальных условий из всего пространства состояний. В работах [1,2] решены несколько задач общего синтеза управления невысокой размерности на основе принципа максимума Понтрягина, причем функции управления в них получены на основе логического умозаключения по анализу множества экстремалей. Распространить такой подход на задачи более высокой размерности естественно не удалось.

Для прямого решения задачи синтеза системы управления, как правило, используется уравнение Беллмана, представляющее собой систему уравнений в частных производных [3]. При этом для получения решения в общей форме необходимо аналитическое решение уравнения Беллмана, что возможно только для систем невысокого порядка. Для получения численного решения часто применяется метод динамического программирования. Однако данный метод применяется в основном только для одного начального условия из-за «проклятия размерности». Полученное с помощью метода динамического программирования решение представляет собой не аналитическое выражение для функции управления, а множество значений векторов управлений для множества значений векторов состояний, и не сильно отличается от управления как функции времени, полученной при решении задачи оптимального управления.

Из других способов решения задачи синтеза системы управления следует отметить хорошо известный метод аналитического конструирования оптимальных регуляторов (АКОР) [4] и появившийся в конце XX века метод аналитического конструирования агрегированных регуляторов (АКАР) [5]. В методе АКОР для решения задачи синтеза системы управления функцию Беллмана предлагается преобразовать в более простые для решения алгебраические или дифференциальные уравнения Риккати. Данный метод, как правило, применяется к задачам с линейными объектами и квадратичными критериями качества. Метод АКАР описывает терминальные условия в форме нелинейных многообразий – агрегированных переменных. Затем для них записываются линейные устойчивые уравнения 1-го порядка, которые требуют вычисления полной производной по времени. Полученную в результате систему уравнений, согласно методу АКАР, необходимо разрешить относительно компонент вектора управления. Во многих случаях количество уравнений в системе может не совпадать с размерностью вектора управления. Как следствие, данный подход требует специальных аналитических преобразований [6,7]. В зарубежных научных работах для решения задачи синтеза системы управления более широко освещается метод бэкстеппинга [8]. Данный метод основан на процедуре добавления к каждому дифференциальному уравнению, описывающему исходный объект управления, специальной обратной связи, делающей интегратор устойчивым по Ляпунову. Метод требует определенного опыта от разработчика и показывает ощутимую эффективность в основном только для специальных систем, обладающих свойством каскадности.

В работе [9] для решения задачи структурно-параметрического синтеза системы управления предложено использовать методы символьной регрессии. В методах данного класса запись математического выражения многомерной функции управления осуществляется в виде специфичного конкретному методу кода, а для поиска оптимального закодированного выражения используются специальные алгоритмы, осуществляющие поиск на нечисловом пространстве кодов. Одним из недостатков этого подхода является то, что сходимость используемых для поиска алгоритмов определена вероятностью нахождения кода оптимального решения на пространстве кодов возможных решений. Таким образом, для данного подхода нельзя определить оценку близости найденного решения к оптимальному.

В настоящей работе предлагается также использовать для решения задачи синтеза системы управления методы символьной регрессии, но не решать задачу синтеза впрямую, а использовать их для аппроксимации множества уже найденных оптимальных решений. Здесь предлагаемый подход коррелирует с методами обучения нейронных сетей с учителем [10]. Найденное множество оптимальных траекторий можно представить как обучающую выборку, а процесс поиска аппроксимирующего математического выражения методом символьной регрессии – как обучение нейронной сети. Преимуществом методов символьной регрессии над методами с использованием нейронных сетей является возможность получить математическую запись структуры искомой функции управления. Таким образом, предлагаемый подход позволяет решить задачу синтеза системы управления и найти структуру функции управления, обеспечивающей получение частного решения модели замкнутой системы из любого начального состояния из ограниченного множества, оптимального по заданному критерию качества.

1. Численное решение задачи синтеза системы управления на основе аппроксимации множества оптимальных траекторий

Рассмотрим постановку задачи общего синтеза системы управления. Задана модель объекта управления:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}), \tag{1}$$

где $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 & \ldots & x_n \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$ – вектор состояния объекта, $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$, $\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1 & \ldots & u_m \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$ – вектор управления объектом, $\mathbf{u} \in \mathrm{U} \subseteq \mathbb{R}^m$, U – ограниченное компактное множество.

Задано множество начальных состояний

$$\mathrm{X}_0 \subseteq \mathbb{R}^n \tag{2}$$

и терминальные условия

$$\mathbf{x}(t_f) = \mathbf{x}^f, \tag{3}$$

где t_f – ограниченное время процесса управления, которое может быть задано или определено по достижению терминальных условий.

Задан функционал качества:

$$J = \int_0^{t_f} f_0\left(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)\right) dt \to \min . \qquad (4)$$

Требуется найти управление в форме многомерной функции от компонент вектора пространства состояний объекта:

$$\mathbf{u} = \mathbf{h}(\mathbf{x}), \qquad (5)$$

где $\mathbf{h}(\mathbf{x}) : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$, $\mathbf{h}(\mathbf{x}) \subseteq \mathrm{U}$, $\forall \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$.

В работе рассматривается новый подход численного решения задачи синтеза системы управления на основе аппроксимации множества оптимальных траекторий методом символьной регрессии. Для реализации этого подхода необходимо предварительно найти множество оптимальных траекторий, что потребует многократно решить задачу оптимального управления. Приведем также постановку задачи оптимального управления. Здесь задана модель объекта управления (1), одно начальное состояние

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}^0 \in \mathbb{R}^n, \qquad (6)$$

терминальное состояние (3) и функционал качества (4). Необходимо найти управление в виде функции времени

$$\mathbf{u} = \mathbf{v}(t). \qquad (7)$$

Управление в виде функции координат пространства состояний (5) в отличие от функции времени (7) определяет отличие задачи синтеза от задачи оптимального управления, а наличие требования нахождения решения для множества начальных условий (2) определяет задачу синтеза управления, как задачу общего синтеза управления.

Подставим найденные функции управления (5) и (7) в модель объекта (1), получим следующие системы уравнений:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}\left(\mathbf{x}, \mathbf{h}(\mathbf{x})\right), \qquad (8)$$

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}\left(\mathbf{x}, \mathbf{v}(t)\right). \qquad (9)$$

Решения систем (8), (9) $\mathbf{x}(\mathbf{x}^0, t)$ для одного и того же начального состояния из заданной области (2) $\mathbf{x}^0 \in \mathrm{X}_0$ должны совпадать и обеспечивать минимум заданному функционалу (4):

$$\int_0^{t_f} f_0\left(\mathbf{x}(\mathbf{x}^0, t), \mathbf{h}\left(\mathbf{x}(\mathbf{x}^0, t)\right)\right) dt =$$
$$= \int_0^{t_f} f_0\left(\mathbf{x}(\mathbf{x}^0, t), \mathbf{v}(t)\right) dt = \min_{\mathbf{u} \in \tilde{\mathrm{U}}} \int_0^{t_f} f_0\left(\mathbf{x}, \mathbf{u}\right) dt ,$$

где $\tilde{\mathrm{U}}$ – множество всех допустимых управлений, удовлетворяющих ограничениям и обеспечивающих достижение объектом управления терминального состояния (3).

Выберем во множестве начальных условий (2) конечное число элементов

$$\tilde{\mathrm{X}}_0 \left\{\mathbf{x}^{0,1}, \ldots, \mathbf{x}^{0,N}\right\} \in \mathrm{X}_0 . \qquad (10)$$

Для каждого начального значения из (10) необходимо решить задачу оптимального управления (1), (6), (3), (4). Для ее решения в предлагаемом подходе целесообразно использовать численные методы, основанные на преобразовании исходной задачи в задачу конечномерной оптимизации и использовании методов нелинейного программирования [11]. Однако для поиска множества оптимальных траекторий разработчик может успешно применять и другие методы решения задачи оптимального управления, в том числе методы на основе принципа максимума Понтрягина.

Решив задачу оптимального управления для каждого начального состояния из (10), получим множество соответствующих функций управления:

$$\tilde{\mathrm{V}} = \left\{\mathbf{v}^1(t), \ldots, \mathbf{v}^N(t)\right\},$$

где $\mathbf{v}^i(t)$ – решение задачи оптимального управления для начального состояния $\mathbf{x}^{0,i}$, $i = \overline{1,N}$.

Дискретизируем решения по времени. Введем малый интервал Δt. Определим множества векторов управлений и соответствующих им состояний:

$$\tilde{\mathbf{u}}^{i,j} = \mathbf{v}^i(j\Delta t),$$
$$\tilde{\mathbf{x}}^{i,j} = \mathbf{x}(\mathbf{x}^{0,i}, j\Delta t), \qquad (11)$$

где $i = \overline{1,N}$, $j = \overline{1,M}$, $M = \lceil t_{\max} / \Delta t \rceil$, $t_{\max}$ – заданное максимальное время достижения терминальных условий в задаче с нефиксированным временем t_f. В такой задаче время достижения терминальных условий (3) зависит от начальных условий $\mathbf{x}(\mathbf{x}^{0,i}, t_{f,i}) = \mathbf{x}^f$, поэтому в (11) полагаем, что если $j\Delta t > t_{f,i}$, то $\tilde{\mathbf{x}}^{i,j} = \mathbf{x}^f$.

В предлагаемом подходе численное решение задачи синтеза системы управления заключается в нахождении функции (5), которая обеспечивает минимум функционалу

$$J = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{M} \left\| \tilde{\mathbf{x}}^{i,j} - \mathbf{x}^j(\mathbf{x}^{0,i}, j\Delta t) \right\| \to \min , \qquad (12)$$

где $\mathbf{x}^j(\mathbf{x}^{0,i}, j\Delta t)$ – частное решение системы, полученной путем подстановки управления (5) в модель (1), для начального состояния $\mathbf{x}^{0,i}$ в дискретный момент времени $j\Delta t$.

2. Метод сетевого оператора

Для аппроксимации множества оптимальных траекторий в работе используется метод сетевого оператора [12,13], который относится к классу символьной регрессии. Суть всех методов данного класса состоит в том, чтобы кодировать возможные решения в удобной для компьютерной памяти форме и искать оптимальное решение в нечисловом пространстве кодов с помощью специального оптимизационного алгоритма.

Метод сетевого оператора кодирует математическое выражение в виде целочисленной матрицы. Для кодирования математического выражения используются множество переменных и параметров, функций с одним аргументом и с двумя. Функции с двумя аргументами должны быть коммутативны и ассоциативны. Свойство ассоциативности функций с двумя аргументами позволяет использовать их как функции произвольного числа аргументов. Для кодирования математического выражения методом сетевого оператора необходимо представить математическое выражение в виде композиции элементов из данных множеств. Затем строится вычислительный граф, в котором функции с одним аргументом связаны с дугами графа, с двумя аргументами – узлами, а аргументы математического выражения – с узлами-источниками графа. После этого строится матрица сетевого оператора из матрицы смежности вычислительного графа. Матрица сетевого оператора – это код математического выражения.

Для поиска оптимального математического выражения в методе сетевого оператора используется модифицированный генетический алгоритм. При поиске выражения генерируется множество матриц сетевого оператора. Затем для элементов этого множества выполняются специальные генетические операции скрещивания и мутации. Метод сетевого оператора при поиске использует принцип малых вариаций базового решения. В соответствии с этим принципом одно возможное решение кодируется в форме матрицы сетевого оператора, а другие возможные решения получаются путем малых вариаций кода базового решения.

3. Вычислительный эксперимент

В качестве вычислительного эксперимента решалась задача синтеза системы управления посадкой космического корабля на поверхность Луны [14]. Математическая модель космического корабля имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \dfrac{g_E\left(P_c+u_2\right)\cos\left(u_1-x_2\right)}{m+x_5} - g_M\left(\dfrac{r_M}{r_M+x_3}\right)^2\cos(x_2), \\ \dot{x}_2 = \dfrac{g_E\left(P_c+u_2\right)\sin\left(u_1-x_2\right)}{m+x_5} + g_M\left(\dfrac{r_M}{r_M+x_3}\right)^2\dfrac{\sin(x_2)}{x_1}, \\ \dot{x}_3 = x_1\cos(x_2), \\ \dot{x}_4 = x_1\sin(x_2), \\ \dot{x}_5 = -\dfrac{P_c+u_2}{P_s}, \end{cases}$$

где $\mathbf{x}=\left[x_1 \;\; x_2 \;\; x_3 \;\; x_4 \;\; x_5\right]^{\mathrm{T}}$ – вектор состояния объекта, x_1 – текущая скорость космического аппарата, x_2 – угол наклона траектории, x_3 – текущая высота полета относительно поверхности Луны, x_4 – дальность полета, x_5 – масса топлива; $\mathbf{u}=\left[u_1 \;\; u_2\right]^{\mathrm{T}}$ – вектор управления объектом, значения которого ограничены

$$-\frac{\pi}{2}\le u_1\le\frac{\pi}{2},\; -80\le u_2\le 80,$$

ускорение свободного падения Луны $g_M=1{,}623$ м/с^2, ускорение свободного падения Земли $g_E=9{,}807$ м/с^2, радиус Луны $r_M=1\,737\,140$ м, масса космического аппарата без учета массы топлива $m=700$ кг, номинальная тяга двигателя космического аппарата $P_c=720$ кг, удельная тяга двигателя $P_s=319$ с.

Область начальных состояний и терминальные условия заданы следующим образом:

$$\mathrm{X}_0=\begin{Bmatrix} x_{0,1}=1689,\; -1{,}65\le x_{0,2}\le -1{,}55, \\ 17\,000\le x_{0,3}\le 20\,000,\; x_{0,4}=0,\; x_{0,5}=800 \end{Bmatrix}, \quad (13)$$

$$\mathbf{x}^f=\left[x_1^f=0 \;\; x_3^f=0\right]. \quad (14)$$

Фазовые состояния аппарата имеют очевидные ограничения:

$$x_1, x_3, x_5 \ge 0.$$

На первом этапе решалась задача поиска оптимальных траекторий. Для этого область начальных состояний (13) необходимо заменить конечным множеством точек начальных состояний объекта. В эксперименте рассматривалось $N=4$ точек, охватывающих границы области начальных состояний объекта

$$\tilde{\mathrm{X}}_0=\begin{Bmatrix} \left[1689 \;\; -1{,}65 \;\; 17\,000 \;\; 0 \;\; 800\right]^T, \left[1689 \;\; -1{,}65 \;\; 20\,000 \;\; 0 \;\; 800\right]^T, \\ \left[1689 \;\; -1{,}55 \;\; 17\,000 \;\; 0 \;\; 800\right]^T, \left[1689 \;\; -1{,}55 \;\; 20\,000 \;\; 0 \;\; 800\right]^T \end{Bmatrix}. \quad (15)$$

Используемый при поиске решения задачи оптимального управления функционал качества учитывал расход топлива, точность достижения терминального состояния и ограничения на фазовые состояния объекта:

$$J_j = \alpha_1\left(x_{0,5} - x_5(\mathbf{x}^{0,j}, t_{f,j})\right) + \\ +\left(\sqrt{\alpha_2\left(x_1(\mathbf{x}^{0,j}, t_{f,j}) - x_1^f\right)^2 + \alpha_3\left(x_3(\mathbf{x}^{0,j}, t_{f,j}) - x_3^f\right)^2}\right) + \\ +\alpha_4\int_0^{t_{j,f}}\left(\sum_{i=1,3,5}\vartheta\left(-x_i\right)\right)dt \to \min,\ j = \overline{1,N},$$

где $\vartheta\left(-x_i\right)$ – функция Хэвисайда

$$\vartheta\left(-x_i\right) = \begin{cases} 1, \text{ если } -x_i > 0 \\ 0 \ - \text{иначе} \end{cases},\ \mathrm{i} = 1,3,5,$$

α_k, $k = 1,\ldots,4$ – весовые коэффициенты, значения которых подбирались эмпирически.

Поиск решения производился путем редукции исходной задачи бесконечномерной оптимизации к задаче нелинейного программирования с помощью кусочно-линейной аппроксимации. В качестве метода безусловной оптимизации для решения полученной задачи использовался гибридный алгоритм на основе пчелиного алгоритма и алгоритма серых волков [15].

В результате вычислений для каждого начального условия из множества (15) было получено оптимальное управление, на основе которого построены оптимальные траектории.

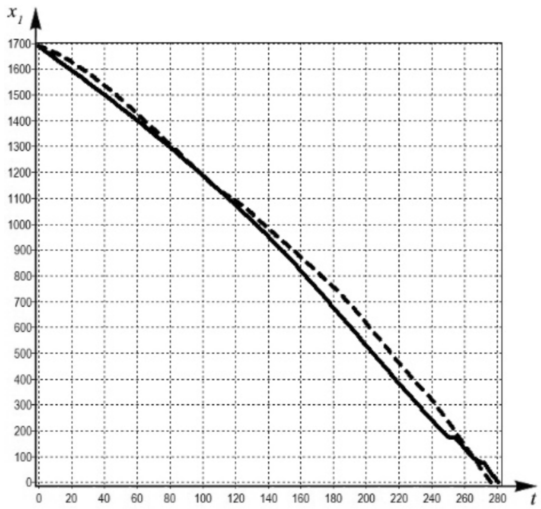
На втором этапе вычислительного эксперимента полученные оптимальные траектории использовались для синтеза системы управления в форме структуры функции управления от координат пространства состояний космического аппарата. Поиск решения производился путем численной аппроксимации найденных траекторий с помощью метода сетевого оператора с учетом функционала (12). При дискретизации оптимальных траекторий использовалось значение интервала $\Delta t = 0,5$. Параметры метода сетевого оператора имели следующие значения: размерность матрицы сетевого оператора – 40; количество возможных решений в начальной популяции – 256; число поколений – 20000; число переменных функции управления – 5; число параметров функции управления – 10; размерность функции управления – 2. Поиск структуры многомерной функции управления и оптимальных значений ее параметров осуществлялся одновременно.

Качество найденной в результате вычислительного эксперимента функции управления тестировалось путем получения оптимального управления для различных начальных состояний из ограниченного множества (13), среди которых были как присутствующие во множестве (15), так и не присутствовавшие. Сравнение полученных с помощью найденной системы управления решений производилось с решениями, найденными путем решения задачи оптимального управления для тех же начальных состояний объекта. Результаты данного сравнения приведены в табл. 1. Для всех рассмотренных начальных состояний терминальные условия (14) были выполнены с заданной точностью. На рис. 1 приведены графики изменения фазовых состояний объекта во времени, полученные с помощью найденной функции управления (сплошная линия) и путем решения задачи оптимального управления (пунктирная линия) для начального состояния $\mathbf{x}^0 = [1689\ \ -1,6\ \ 18000\ 0\ 800]^T$.

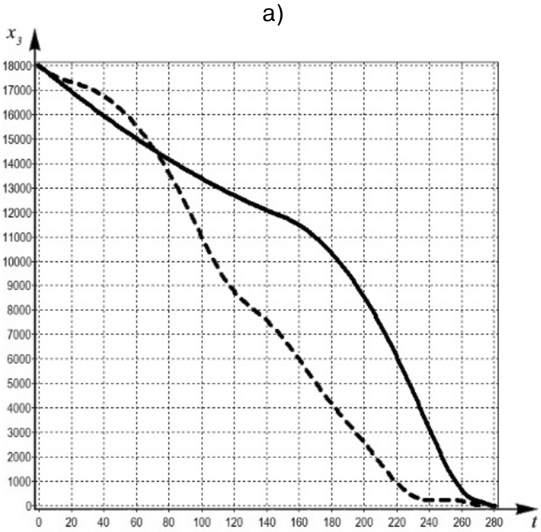
Табл. 1

Результаты сравнительного вычислительного эксперимента.

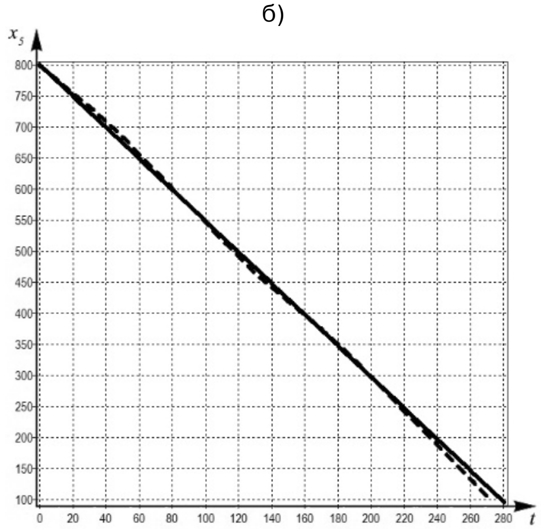
№	Начальное состояние $\mathbf{x}^0$	Расход топлива	
		факт	оптим.
1	$[1689\ \ -1,65\ \ 17000\ 0\ 800]^T$	688,4013	654,4764
2	$[1689\ \ -1,65\ \ 18000\ 0\ 800]^T$	695,9248	656,7496
3	$[1689\ \ -1,65\ \ 19000\ 0\ 800]^T$	708,4639	659,89
4	$[1689\ \ -1,65\ \ 20000\ 0\ 800]^T$	713,4796	654,1661
5	$[1689\ \ -1,6\ \ 17000\ 0\ 800]^T$	690,9091	644,9356
6	$[1689\ \ -1,6\ \ 18000\ 0\ 800]^T$	703,4483	686,7903
7	$[1689\ \ -1,6\ \ 19000\ 0\ 800]^T$	713,4796	655,4594
8	$[1689\ \ -1,6\ \ 20000\ 0\ 800]^T$	723,511	661,4748
9	$[1689\ \ -1,55\ \ 17000\ 0\ 800]^T$	713,4796	648,4446
10	$[1689\ \ -1,55\ \ 18000\ 0\ 800]^T$	726,0188	663,7833
11	$[1689\ \ -1,55\ \ 19000\ 0\ 800]^T$	736,0502	679,6142
12	$[1689\ \ -1,55\ \ 20000\ 0\ 800]^T$	746,0815	689,0416



а)



б)



в)

Рис. 1. Фазовые состояния космического аппарата во времени: а – график изменения скорости; б – график изменения текущей высоты; в – график изменения массы топлива

Результаты вычислительного эксперимента демонстрируют, что полученное решение задачи синтеза системы управления позволяет получать близкие к оптимальным траектории для различных начальных состояний из заданного ограниченного множества, в том числе и траектории, которых не было в аппроксимируемом множестве. Отклонение значений расхода топлива при использовании найденного решения от оптимальных составило не более 10%.

Заключение

Предложенный усовершенствованный подход решения задачи синтеза системы управления методом сетевого оператора путем аппроксимации множества оптимальных траекторий показал свою эффективность. Полученная в вычислительном эксперименте функция управления обеспечила перемещение объекта управления из заданного множества начальных состояний в терминальное состояние по близкой к оптимальной траектории. Значения функционалов оценки качества полученных траекторий имеют малое отклонение от опорных значений. При этом близость решений, получаемых с помощью синтезирующей функции, к оптимальным определяется точностью аппроксимации и точностью получения множества оптимальных траекторий.

Литература

1. *Болтянский В.Г.* Математические методы оптимального управления. М.: Наука. 1968.
2. *Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф.* Математическая теория оптимальных процессов. 4-е изд. М.: Наука. 1983. 392 с.
3. *Kurzhanski A.B., Daryin A.N.* Dynamic Programming for Impulse Feedback and Fast Controls. Springer-Verlag London Ltd. 2019.
4. Справочник по теории автоматического управления / Под ред. А.А. Красовского. М.: Наука. 1987. 712 с.
5. *Колесников А.А.* Синергетическая теория управления. М.: Энергоатомиздат. 1994.
6. *Колесникова С.И.* Синтез системы управления нелинейным объектом второго порядка с неполным описанием // Автоматика и телемеханика. 2018. № 9. С. 18-30.
7. *Podvalny S.L., Vasiljev E.M.* Analytical Synthesis of Aggregated Regulators for Unmanned Aerial Vehicles // Journal of Mathematical Sciences. 2019. Vol. 239. No. 2. P. 135-145.

8. *Kanellakopoulos I., Kokotović P. V., Morse A.S.* Systematic design of adaptive controllers for feedback linearizable systems // IEEE Transactions on Automatic Control. 1991. Vol. 36. No. 11. P. 1241-1253.
9. *Дивеев А.И.* Методы символьной регрессии для решения задачи синтеза оптимального управления. М.: РУДН. 2019.
10. *Гудфеллоу Я., Бенджио И., Курвилль А.* Глубокое обучение М.: ДМК Пресс. 2018.
11. *Дивеев А.И., Константинов С.В.* Исследование практической сходимости эволюционных алгоритмов оптимального программного управления колесным роботом // Известия РАН. Теория и системы управления. 2018. № 4. С. 80-106.
12. *Diveev A.I., Sofronova E.A.* Application of Network Operator Method for Synthesis of Optimal Structure and Parameters of Automatic Control System // IFAC Proceedings Volumes. 2008. Vol. 41. No. 2. P. 6106-6113.
13. *Дивеев А.И.* Численный метод сетевого оператора для синтеза системы управления с неопределенными начальными значениями // Известия РАН. Теория и системы управления. 2012. № 2. С. 63-78.
14. *Liu X.-L., Duan G.-R., Teo K.-L.* Optimal soft landing control for moon lander. Automatica. 2008. Vol. 44. No. 4. P. 1097-1103.
15. *Konstantinov S.V., Khamidova U.K., Sofronova E.A.* A Novel Hybrid Method of Global Optimization Based on the Grey Wolf Optimizer and the Bees Algorithm // Procedia Computer Science. 2019. Vol. 150. P. 471-477.

Константинов Сергей Валерьевич. Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования Российский университет дружбы народов, г. Москва, Россия. Старший преподаватель департамента. Количество печатных работ: 29. Область научных интересов: методы оптимизации, эволюционные алгоритмы, вычислительные методы решения задач оптимального управления. E-mail: svkonstantinov@mail.ru

Spacecraft landing control system design based on the approximation of optimal trajectories

S.V. Konstantinov

Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), Moscow, Russia

Abstract. The problem of general synthesis of the control system is considered. The symbolic regression method is used to solve the problem. Since the methods of this class use approaches based on heuristic algorithms, the question of determining the proximity of a solution to the optimal one remains open. In this paper, it is proposed to solve the problem of synthesis of a control system based on the approximation of the set of optimal trajectories. Initially, the optimal control problem is solved for different initial conditions, and then the resulting set of optimal trajectories is approximated by the symbolic regression method. In this case, the quality of the solution and its proximity to the optimal one is determined by the accuracy of the approximation. A computational example of solving an applied problem of synthesis of a control system for landing a spacecraft on the surface of the Moon is presented. It is experimentally shown that the found control function allows for any initial state from a given domain to obtain trajectories close to optimal in terms of the value of the quality criterion.

Keywords: *Optimal control, control system synthesis, symbolic regression, network operator method.*

DOI: 10.14357/20790279220401

References

1. *Boltyanskiy V.G.* 1968. Matematicheskie metody optimalnogo upravleniya [Mathematical methods of optimal control]. Moscow: Nauka.
2. *Pontryagin L.S., Boltyanskiy V.G., Gamkrelidze R.V. and Mischenko E.F.* 1983. Matematicheskaya teoriya optimalnyh processov [Mathematical theory of optimal processes]. 4-th ed. Moscow: Nauka. 392 p.
3. *Kurzhanski A.B. and Daryin A.N.* 2019. Dynamic Programming for Impulse Feedback and Fast Controls. Springer-Verlag London Ltd.
4. *Krasovskiy A.A.* eds. 1987. Spravochnik po teorii avtomaticheskogo upravleniya [Handbook of Automatic Control Theory]. Moscow: Nauka. 712 p.
5. *Kolesnikov A.A.* 1994. Sinergeticheskaya teoriya upravleniya [Synergetic control theory]. Moscow: Enegroatomizdat.
6. *Kolesnikova S.I.* 2018. Sintez sistemy upravleniya nelinejnym ob'ektom vtorogo poryadka s nepolnym opisaniem [Synthesis of a control system for a second-order nonlinear

object with an incomplete description]. Avtomatika i telemehanika [Automation and Remote Control] 9:18-30.
7. *Podvalny S.L. and Vasiljev E.M.* 2019. Analytical Synthesis of Aggregated Regulators for Unmanned Aerial Vehicles. Journal of Mathematical Sciences 239(2):135-145.
8. *Kanellakopoulos I., Kokotović P. V. and Morse A.S.* 1991. Systematic design of adaptive controllers for feedback linearizable systems. IEEE Transactions on Automatic Control 36(11):1241-1253.
9. *Diveev A.I.* 2019. Metody simvolnoj regressii dlya resheniya zadachi sinteza optimalnogo upravleniya [Symbolic regression methods for solving the optimal control synthesis problem]. Moscow: RUDN.
10. *Goodfellow I., Bengio Yo. and Courville A.* 2016. Deep Learning. MIT Press.
11. *Diveev A.I. and Konstantinov S.V.* 2018. Study of the practical convergence of evolutionary algorithms for the optimal program control of a wheeled robot. Journal of Computer and Systems Sciences International 57(4):561-580.
12. *Diveev A.I. and Sofronova E.A.* 2008. Application of Network Operator Method for Synthesis of Optimal Structure and Parameters of Automatic Control System. IFAC Proceedings Volumes 41(2): 6106-6113.
13. *Diveev A.I.* 2012. A numerical method for network operator for synthesis of a control system with uncertain initial values. Journal of Computer and Systems Sciences International 51(2):228-243.
14. *Liu X.-L., Duan G.-R. and Teo K.-L.* 2008. Optimal soft landing control for moon lander. Automatica 44(4):1097-1103.
15. *Konstantinov S.V., Khamidova U.K. and Sofronova E.A.* 2019. A Novel Hybrid Method of Global Optimization Based on the Grey Wolf Optimizer and the Bees Algorithm. Procedia Computer Science 150:471-477.

Konstantinov S.V. Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), Moscow, Russia. Senior lecturer of the department of Mechanics and Control Processes, Engineering Academy. Published papers: 29. Research interests: optimization algorithms, evolutionary algorithms, computational methods for problems of optimal control. Contact information: e-mail: svkonstantinov@mail.ru