Динамическое моделирование конкуренции в естественном языке: качественный анализ системы дифференциальных уравнений и числовой пример

М.Р. Бортковская

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
г. Санкт-Петербург, Россия

Аннотация. Рассматривается система обыкновенных дифференциальных уравнений, аналогичная системе, применяемой в классических динамических моделях популяционного взаимодействия. Система применяется для моделирования динамики конкуренции трех групп личных имен, различающихся исторически и стилистически, при выборе имен новорожденных. Система дифференциальных уравнений анализируется качественно при произвольных значениях параметров, обосновывается построение ее фазового портрета на инвариантном треугольнике относительных частот конкурирующих групп. Для уточнения фазового портрета системы используются рассуждения, близкие второму методу Ляпунова, вычисляются границы областей притяжения и отталкивания для особых точек. Рассматривается числовой пример, в котором коэффициенты системы выбраны на основе статистических данных лингвистики. Для данного примера по общему алгоритму построен фазовый портрет, результаты моделирования успешно сравниваются с реальными относительными частотами имянаречения, анализируются перспективы продолжения исследования.

Ключевые слова: *динамическое моделирование, качественное исследование системы дифференциальных уравнений, фазовый портрет, поверхности Ляпунова, трехмерная автономная система, обыкновенные дифференциальные уравнения, особые точки, моделирование конкуренции, конкуренция в языке, лингвистика, динамическая система в естественном языке.*

DOI: 10.14357/20790279230408 **EDN: YSPZQO**

Введение

Динамическое моделирование, инструментом которого являются дифференциальные уравнения, широко применяется во многих научных областях. Не говоря о физике и ее инженерно-технических приложениях, для которых язык дифференциальных уравнений является родным, в огромном числе работ по экономике (например, таких, как [1,2]) и биологии (экологии, генетике, теории популяций например, [3–4]) рассматриваются модели изучаемых динамических явлений, основанные на дифференциальных уравнениях и их системах.

Однако, хотя в работах по лингвистике часто говорится о моделировании явлений языка (языковой реальности), например, в статьях [5–7], и даже используется термин «модельная лингвистика» (ее обзор и обсуждение – в статье [8]), все же публикации, где для моделирования явлений языка использовались бы дифференциальные уравнения в той же мере и теми же способами, как в других науках, не очень многочисленны (в статье [9] об эволюции языковых знаков рассмотрено линейное уравнение с разделяющимися переменными). Возникает вопрос, почему так происходит? Ведь и в классических работах по лингвистике и языкознанию (см. [10] доклад Ю.М. Лотмана «Текст как динамическая система»), и в новых публикациях [11–12] в области исследования языка говорится о динамических системах, а именно они в других науках часто описываются системами дифференциальных уравнений.

В любом случае, поскольку, с одной стороны, модельная лингвистика активно развивается, а с другой стороны, лингвисты рассматривают язык и отдельные его явления как динамические системы, кажется вполне естественным попытаться моделировать языковую реальность теми методами, которые успешно применяются при исследовании динамических систем в других науках.

Данная статья является продолжением опубликованных ранее работ [13–14]. Рассмотрение примера из статьи [14] здесь уточняется и детализируется, обсуждается метод построения фазового портрета системы.

1. Постановка задачи и описание модели

Рассматривается конкуренция трех групп женских имен в современном русском языке (начиная с 1960-х годов по настоящее время): 1 – Алевтина, Анфиса, Василиса, Евдокия, Федосья; 2 – Елена, Ирина, Марина, Светлана, Татьяна; 3 – Алина, Алиса, Вероника, Диана, Ева.

Ставится задача исследовать влияние существующего бытования имен в языковой реальности на имянаречение новорожденных.

Данные о соотношении частот встречаемости имен каждой группы в разные годы изучаемого периода определялись с помощью Национального корпуса русского языка (НКРЯ) [15]. Рассматривался только устный корпус, поскольку ставилась задача в процессе исследования установить влияние существующего бытования имен в языковой реальности на имянаречение новорожденных. В художественных и публицистических текстах, очевидно, языковая реальность отражена асинхронно и мозаично, то есть, например, частотность имен в текстах может не соответствовать их реальному бытованию в языке непосредственно в период создания текста.

Для моделирования взаимодействия трех групп имен использована автономная система обыкновенных дифференциальных уравнений1

$$\dot{x}_i = x_i \cdot ((Ax)_i - x^T Ax), i = 1, 2, 3, \qquad (1)$$

где x_i – относительная частота выбора имени i-й группы при имянаречении новорожденных; A – квадратная вещественная матрица, ее элементы коэффициенты системы выбирают, исходя из эмпирических данных. Построение коэффициентов системы на основе статистики встречаемости имен и с учетом статистических исследований в области ономастики [16] подробно описано в статье [14]. Кратко резюмируя выбор коэффициентов, отметим, что он учитывает относительные частоты групп имен в языковой реальности по данным НКРЯ и статистику мотивов выбора имени имядателями [16]. Матрица A – матрица выигрышей, выражение $(Ax)_i - x^T Ax$ – это «выигрыш» i-й группы при конкуренции с остальными (может быть, и отрицательный); $x^T Ax$ – средний выигрыш в конкурентном взаимодействии (по аналогии с задачей о взаимодействии популяций трех видов, описанной в [17]). В рассмотренном ниже примере элементы матрицы A берутся следующим образом:

$$a_{ij} = \begin{cases} \frac{4}{9} \cdot \frac{Q_j}{Q_i} \cdot \frac{1}{\tilde{q}_i}, \text{если } Q_i < Q_j; \\ \frac{5}{9} \cdot \frac{Q_i}{Q_j} \cdot \frac{1}{\tilde{q}_i}, \text{если } Q_i > Q_j ; \\ \frac{1}{\tilde{q}_i}, \text{если } Q_i = Q_j . \end{cases}$$

Здесь $Q_i, i = 1,2,3$ – суммарные частоты встречаемости имен i-й группы на 1 миллион словоформ в заданный период, по данным НКРЯ; $\tilde{q}_i, i = 1,2,3$ – отклонения относительных частот от их среднего значения; 4/9 и 5/9 «весовые коэффициенты» введены с опорой на статистические данные анализа мотивов выбора имени в работе [16]. Ситуация конкуренции означает ситуацию выбора имядателя в пользу имени i-й или j-й группы.

Система вида (1) приводится в книге [17] в качестве классического примера системы, применяемой для моделирования взаимодействия представителей трех типов поведения в популяции. Она рассматривается на инвариантном треугольнике частот $D = \left\{\sum_{i=1}^{3} x_i = 1, \ x_i \geq 0 \right\}$. Помимо того, что множество D инвариантно относительно системы (1), каждая сторона треугольника частот – очевидно, также инвариантное множество (ни одна траектория системы не покидает сторону треугольника частот, если имеет с ней общую точку). Также система (1) обладает свойством: если к каждому элементу какого-либо столбца матрицы A прибавить одно и то же число, то система (1) на множестве D не изменится. Это свойство, как и факт инвариантности множества D, отмечены в книге [17] и непосредственно проверены в статьях [13,14]. Следует отметить, что рассмотрение системы (1) именно на множестве D может вызвать возражение, поскольку мы тем самым рассматриваем взаимодействие выделенных групп имен лишь между собой, абстрагируясь от их конкурентного взаимодействия со всеми остальными бытующими в реальном языке личными именами. Однако при построении классической модели взаимодействия трех конкурирующих видов (популяций) или представителей трех типов поведения в популяции одного вида в биологии имеет место аналогичное упрощение реальной ситуации.

Используя отмеченное свойство системы (1), можно, не умаляя общности, рассматривать матрицу A с нулевыми элементами на диагонали, которая получается из произвольной, если из всех элементов каждого столбца вычесть стоящий в этом столбце диагональный элемент. Далее потребуются обозначения элементов матрицы, будем писать

$$A = \begin{pmatrix} 0 & \alpha & \beta \\ \gamma & 0 & \delta \\ \varepsilon & \zeta & 0 \end{pmatrix} \qquad (2)$$

и рассматривать систему (1) именно с такой матрицей.

2. Качественное исследование модели с произвольными значениями параметров

Вершины треугольника частот являются неподвижными (особыми) точками системы (1).

В статье [14] в общем виде выписаны особые точки системы (1) с матрицей вида (2), лежащие на сторонах треугольника D, и получен критерий, позволяющий установить, существует ли особая точка внутри треугольника частот. Там же найдены условия связи параметров такие, что если параметры $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta$ *не* удовлетворяют этим условиям, то особые точки на сторонах треугольника D являются простыми и легко исследуются по первому приближению.

Помимо отыскания особых точек и качественного исследования поведения траекторий в их окрестностях, для описания поведения траекторий системы (1) на треугольнике можно использовать «рассуждения типа Ляпунова». Надо отметить, что такое название метода взято из книги [17] и представляется вполне обоснованным. Дело в том, что здесь используются поверхности уровня специально подобранной функции, и с помощью производной этой функции в силу системы изучается вопрос о направлении движения вдоль траектории системы в точке, находящейся на данной поверхности уровня. Таким образом, применяется основная идея второго (прямого) метода А.М. Ляпунова исследования устойчивости решений. Но в данном случае речь не идет об исследовании устойчивости особых точек, а о выделении на инвариантном множестве D областей притяжения и отталкивания особой точки. Устойчивость особой точки и ее тип в рассмотренном ниже примере определяются по первому приближению. Кроме того, мы рассматриваем решения трехмерной системы только на плоском инвариантном множестве D и изучаем движение траекторий по отношению к линиям пересечения построенных поверхностей с плоским множеством D. Пример рассуждений «типа Ляпунова» приведен в [17], ниже по сравнению с примером из этой книги применение подхода расширено, а именно рассмотрен еще один вид поверхностей уровня (плоскости), и необходимые вычисления для обоих видов поверхностей произведены в общем виде.

Рассмотрим систему (1) с матрицей вида (2). Будем рассматривать поверхности уровня функции $x_1 + x_2$, то есть плоскости $x_1 + x_2 = C$, $0 < C < 1$; их пересечения с треугольником частот D – семейство параллельных прямых. Если в произвольной точке треугольника D вычислить производную $(x_1 + x_2)^{\cdot} = -\dot{x}_3$ в силу системы (1), с учетом равенства $\sum_{i=1}^{3} x_i = 1$, то, ввиду инвариантности D, знак найденной производной в силу системы покажет, в каком направлении (в сторону возрастания или убывания x_3) траектория системы с ростом переменной времени пересекает в данной точке соответствующую прямую описанного семейства, оставаясь в D. Схематично этот факт изображен на рис. 1, где треугольник – это треугольник частот D. Произведя необходимые выкладки, получим, что искомая производная в силу системы (1) имеет вид:

$$-\dot{x}_3 = -x_3\big((\beta+\varepsilon)x_1^2 + (\delta+\zeta)x_2^2 + \\ + (-\alpha+\beta-\gamma+\delta+\varepsilon+\zeta)x_1x_2 - \beta x_1 - \delta x_2\big).$$

Таким образом, в точке $(x_1, x_2, x_3) \in D$, $0 < x_i < 1$, знак исследуемой производной определяется расположением соответствующей точки (x_1, x_2) по отношению к кривой второго порядка, задаваемой уравнением:

$$(\beta+\varepsilon)x_1^2 + (\delta+\zeta)x_2^2 + \\ + (-\alpha+\beta-\gamma+\delta+\varepsilon+\zeta)x_1x_2 - \beta x_1 - \delta x_2 = 0\,.$$

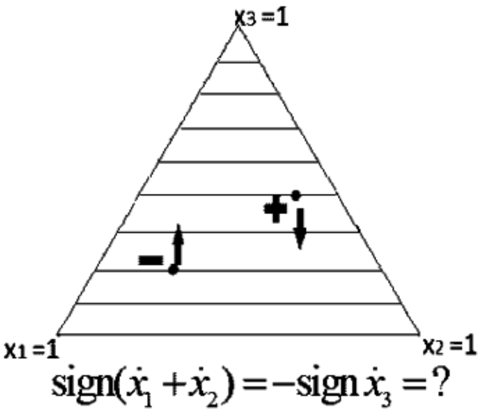

Рис. 1. Растет или убывает $x_1 + x_2$ вдоль траекторий системы

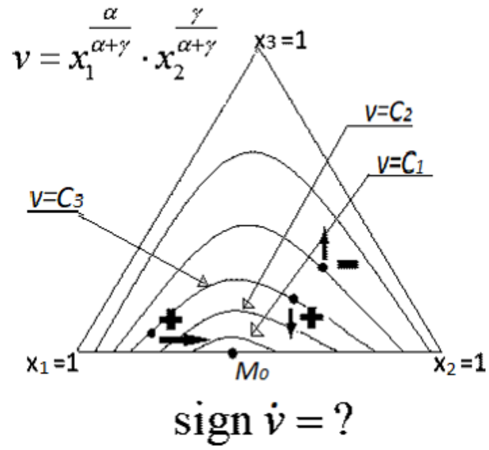

Рис. 2. Растет или убывает *v* вдоль траекторий системы – $C_3 < C_2 < C_1$

Аналогично, «расчерчивая» треугольник частот прямыми, параллельными каждой из двух других его сторон, можно получить уравнение кривой второго порядка, которая «отвечает» за поведение траекторий системы при пересечении параллельных прямых построенного семейства.

Рассмотрим теперь систему (1) с матрицей вида (2) такую, что на стороне $\{x_1 + x_2 = 1, \quad x_3 = 0\}$ треугольника *D*, помимо вершин, есть лишь одна особая точка $M_0\left(x_1 = \frac{\alpha}{\alpha+\gamma}, x_2 = \frac{\gamma}{\alpha+\gamma}, x_3 = 0\right)$.

Вычисления, сделанные в статье [14], показывают, что при $\alpha\gamma > 0$ у системы (1) такая особая точка есть всегда и только одна. Рассмотрим поверхности уровня функции $v(x_1, x_2) = x_1^{\frac{\alpha}{\alpha+\gamma}} \cdot x_2^{\frac{\gamma}{\alpha+\gamma}}$. Пересечения поверхностей уровня $v(x_1, x_2) = \mathrm{C}$ с треугольником частот *D* образуют семейство кривых. Легко убедиться, что в точке $(x_1, x_2) = \left(\frac{\alpha}{\alpha+\gamma}, \frac{\gamma}{\alpha+\gamma}\right)$ функция $v(x_1, x_2)$ достигает максимума на множестве $\Delta = \{0 \leq x_1 + x_2 \leq 1, x_{1,2} \geq 0\}$, и чем больше C, тем теснее примыкает кривая рассматриваемого семейства к особой точке M_0. Если в произвольной точке треугольника *D* вычислить производную $\dot{v}$ в силу системы (1), с учетом равенства $\sum_{i=1}^{3} x_i = 1$, то, ввиду инвариантности *D*, знак найденной производной в силу системы покажет, в каком направлении траектория системы с ростом переменной времени пересекает в данной точке соответствующую кривую описанного семейства, оставаясь в *D*. Схематично этот факт изображен на рис. 2.

Искомая производная в силу системы имеет вид:

$$\dot{v} = v \cdot \Big((\beta + \varepsilon)x_1^2 + (\delta + \zeta)x_2^2 + (-\alpha + \beta - \gamma + \delta + \varepsilon + \zeta)x_1x_2 + \left(\frac{\gamma^2 - \alpha\beta - \gamma\delta}{\alpha + \gamma} - \beta - \varepsilon\right)x_1 + \left(\frac{\alpha^2 - \alpha\beta - \gamma\delta}{\alpha + \gamma} - \delta - \zeta\right)x_2 + \frac{\alpha\beta + \gamma\delta}{\alpha + \gamma}\Big).$$

Таким образом, в точке $(x_1, x_2, x_3) \in D$, $0 < x_i < 1$, знак исследуемой производной определяется расположением соответствующей точки (x_1, x_2) по отношению к кривой второго порядка, уравнение которой получается приравниванием нулю множителя при *v* в правой части последнего полученного равенства.

Аналогичным способом можно строить поверхности «типа Ляпунова» и для других особых точек, расположенных на сторонах треугольника *D* (не в его вершинах).

3. Числовой пример

Параметры системы, найденные по статистическим данным 1965 года (данные НКРЯ по годам, сглаживание 3; см. [14]): $\alpha = 11{,}42$, $\beta = -7{,}99$, $\gamma = 10{,}11, \delta = -9{,}37, \varepsilon = 20{,}78, \zeta = 12{,}38$.

На треугольнике частот, помимо его вершин, имеется одна особая точка системы (1) с матрицей (2): $M_0\left(\frac{\alpha}{\alpha+\gamma}, \frac{\gamma}{\alpha+\gamma}, 0\right) = (0{,}53; 0{,}47; 0)$.

Ее тип определяется по первому приближению (седло), направление движения на сторонах треугольника легко определить. Рассуждения «типа Ляпунова» наглядно представлены на рис. 3. Уравнения кривых второго порядка, полученные выше в общем виде, в данном примере приобретают вид:

$$12{,}79x_1^2 + 3{,}01x_2^2 - 5{,}73x_1x_2 + 7{,}99x_1 + 9{,}37x_2 = 0$$
(эллипс 1);

$$12{,}79x_1^2 + 3{,}01x_2^2 - 5{,}73x_1x_2 + 0{,}595x_1 + \\ + 11{,}685x_2 - 8{,}638 = 0$$
(эллипс 2).

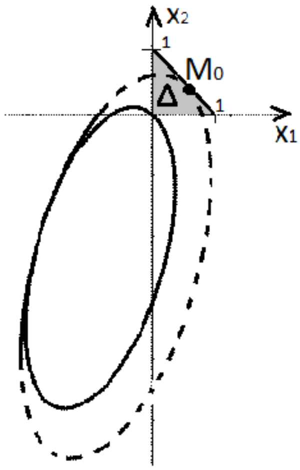

Рис. 3. Сплошная кривая – эллипс 1, внутри которого производная в силу системы $\dot{x}_1 + \dot{x}_2 < 0$. Пунктирная кривая – эллипс 2, внутри которого производная в силу системы $\dot{v} < 0$.

Из расположения эллипса 1 видно, что x_3 возрастает с ростом времени вдоль всех траекторий системы (1), лежащих внутри треугольника D. Из расположения эллипса 2 видно, что дуга этой кривой делит проекцию Δ треугольника D на две области, соответственно и сам треугольник D разделяется на две области, в одной из них (примыкающей к $\{x_3 = 0\}$) значения $v(x_1, x_2) = x_1^{\frac{\alpha}{\alpha+\gamma}} \cdot x_2^{\frac{\gamma}{\alpha+\gamma}}$, где $\frac{\alpha}{\alpha+\gamma} = 0{,}53, \frac{\gamma}{\alpha+\gamma} = 1 - 0{,}53 = 0{,}47,$ возрастают вдоль траекторий системы (1) с ростом времени, в другой – убывают.

Суммируя проведенное исследование, можем изобразить фазовый портрет системы (1) на треугольнике D (рис. 4). Пунктирной линией на рисунке показано примерное расположение кривой, проекция которой на плоскость x_1,x_2 – эллипс 2. Теперь для каждой точки внутри треугольника D мы можем установить, как именно проходящая через нее траектория с ростом времени пересекает в данной точке прямую и кривую, семейства которых построены выше, – в сторону возрастания значения x_3 и, соответственно, $v(x_1,x_2)$, или наоборот.

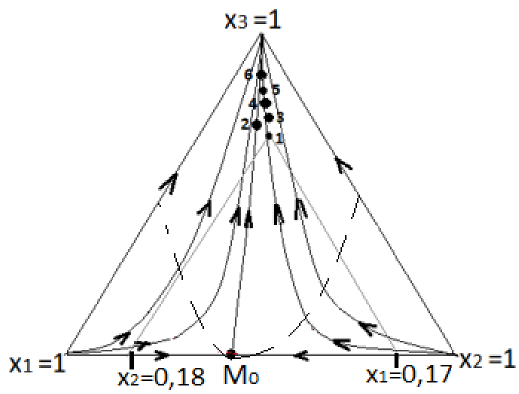

Рис. 4. Фазовый портрет модельной системы (коэффициенты построены по данным языковой ситуации 1965 г.) и эмпирические данные имянаречения (Москва, точки 1–5–2015-2019 гг., точка 6 – 2021 г.)

Используя данные сайта правительства Москвы [18] об имянаречении новорожденных за 2015–2021 гг., найдем относительные частоты трех групп имен новорожденных девочек (табл. 1) и нанесем соответствующие точки на рис. 4. Видим, что динамика частот конкурирующих групп имен соответствует расположению траекторий (нумерация эмпирических точек от 1 до 6 соответствует возрастанию времени). Отметим, что рассуждения «типа Ляпунова» помогают избежать ошибки при сравнении измеренных данных с модельными. В работе [14] была допущена неточность, ошибочно казалась, что эти же эмпирические данные из табл. 1 хорошо согласуются с фазовым портретом модельной системы за 2015 год. Причина ошибки – фазовый портрет был построен в целом по результатам качественного анализа модельной системы (расположение и тип особых точек, направление движения на сторонах треугольника частот), но не найдены области различного поведения траекторий так, как это сделано в настоящей статье.

Табл. 1

Имянаречение новорожденных (Москва, относительные частоты групп имен по годам)/ Newborn naming (Moscow, relative frequencies of name groups by year)

	2015	2016	2017	2018	2019	2021
x_1	0,17	0,18	0,16	0,16	0,15	0,14
x_2	0,18	0,16	0,16	0,13	0,12	0,1
x_3	0,65	0,66	0,68	0,71	0,73	0,76

Заключение

Полученные результаты показывают на примере задачи о конкурировании групп личных имен при имянаречении, что возможно построение моделей динамических процессов в естественном языке на основе систем обыкновенных дифференциальных уравнений: полученную систему удобно исследовать в общем виде и применять результаты для конкретных значений параметров; коэффициенты системы связаны с языковой реальностью определенного периода; эмпирические данные легко сравнивать с прогнозируемыми по модели.

Очевидно, решение рассмотренной конкретной задачи вызывает вопросы, требующие дальнейшего непростого исследования. Если современные эмпирические данные о динамике имянаречения хорошо согласуются с моделью, выбор коэффициентов которой основан на статистике языковой ситуации полувековой данности, означает ли это, что такая модель вообще работает «с запаздыванием»? Это представляется возможным: языковая ситуация в целом может влиять на динамику имянаречении «от противного» – забытые имена снова становятся актуальными; имянаречение в честь старших родственников является статистически значимым мотивом выбора имени [16]. С другой стороны, фазовый портрет системы, полученный по данным 1989 г., отличается от рассмотренного выше лишь тем, что координаты особой точки на стороне треугольника частот (0,57; 0,43; 0), а не (0,53; 0,47; 0) (качественная «картинка» таже). С современной динамикой имянаречения он также согласуется. Фазовые портреты систем, построенных по данным других лет, отличаются бОльшим разнообразием. Можно ли с помощью построенной модели выявить квазипериодические закономерности в бытовании личных имен – также вопрос дальнейшего исследования. Чтобы разобраться в этом, требуется не только построить большое количество модельных систем, основанных на статистических данных разных лет, и получить большее количество эмпирических данных для сравнения с моделями, но и уточнить способ построения коэффициентов системы дифференциальных уравнений. Для этого нужен более подробный анализ построения коэффициентов с точки зрения лингвистики, применение статистических методов лингвистики, а также изучение вопроса об обратной связи между моделью и актуальной языковой ситуацией (можно ли и как именно «подстраивать» модель под изменение языковой реальности). Скорее всего, желательно связать начатую работу с компьютерным моделированием, не отказываясь и от классических методов качественной теории дифференциальных уравнений.

Литература

1. *Андрианов Д.Л., Арбузов В.О., Ивлиев С.В., Максимов В.П., Симонов П.М.* Динамические модели экономики: теория, приложения, программная реализация // Вестник Пермского университета. Сер. «Экономика». 2015. №4 (27). С. 8–32.
2. *Герасимов Б.И., Пучков Н.П., Протасов Д.Н.* Дифференциальные динамические модели: учебное пособие. Тамбов: Изд-во ГОУ ВПО ТГТУ. 2010. 80 с.
3. *Березовская Ф.С., Карев Г.П., Ардити Р.* Динамика RD-модели «хищник-жертва» // Математика. Компьютер. Образование. Сборник науч. трудов. М.: Прогресс-Традиция. 2000. Вып. 7. С. 710–715.
4. *Левич А.П., Личман Е.Г.* Модельное изучение возможностей направленного изменения структуры фитопланктонных сообществ // Журнал общей биологии. 1992. №5 (53). С. 689–703.
5. *Лосев А.Ф.* Введение в общую теорию языковых моделей. М.: URSS. 2004. 296 с.
6. *Насиров К.Э.* Математическое моделирование в лингвистике // Наука и образование сегодня. 2021. №2 (61). С. 51–52.
7. *Панкина М.Ф.* Моделирование как метод познания в лингвистике // Актуальные вопросы современной филологии и журналистики. 2006. №1 (1). С. 98–102.
8. *Белоусов К.И.* Модельная лингвистика и проблемы моделирования языковой реальности // Вестник ОГУ. 2010. №11 (117). С. 94–97.
9. *Поддубный В.В., Поликарпов А.А.* Диссипативная динамическая стохастическая модель развития языковых знаков // Компьютерные исследования и моделирование. 2011. Т. 3. № 2. С. 103–124.
10. *Лотман Ю.М.* Текст как динамическая система // Структура текста–81: тезисы симпозиума. М.: Институт славяноведения и балканистики АН СССР. 1981. С. 104–106.
11. *Steels L., Szathmáry E.* The evolutionary dynamics of language // Biosystems. 2018. Vol. 164. P. 128–137.
12. *Куслий П.С., Вострикова Е.В.* Язык как динамическая система: наследие Вильгельма фон Гумбольдта и современное языкознание // Epistemology & Philosophy of Science. 2020. №1. С. 110–130.
13. *Бортковская М.Р.* Моделирование конкуренции в языке с помощью систем обыкновенных дифференциальных уравнений // Анализ, моделирование, управление, развитие социально-экономических систем (Амур-2021). XV

Всероссийская с международным участием школа-симпозиум: сборник научных трудов. Симферополь. 2021. С. 72–77.
14. *Бортковская М.Р.* Пример моделирования конкуренции в языке с помощью системы дифференциальных уравнений // Анализ, моделирование, управление, развитие социально-экономических систем (Амур-2022). XVI Всероссийская с международным участием школа-симпозиум: сборник научных трудов. Симферополь. 2022. С. 74 –79.
15. Национальный корпус русского языка. [Электронный ресурс]. URL: https://ruscorpora.ru/ (дата обращения 24.03.2023).
16. *Бойкова Т.А.* Личное имя как объект языковой рефлексии (на материале метаязыковых высказываний русских и американцев). Автореферат дисс... канд. физ. наук. М.: 2017. 27 с.
17. *Эрроусмит Д., Плейс К.* Обыкновенные дифференциальные уравнения. Качественная теория с приложениями: учеб. издание / Пер. с англ. М.: Мир. 1986. 248 с. (Arrowsmith, D.K., Place, C.M. Ordinary differential equations. A qualitative approach with applications. London. N.Y.: Chapman and Hall. 1982. 252 p.)
18. Сведения о наиболее популярных именах среди новорожденных. Портал открытых данных правительства Москвы. [Электронный ресурс]. URL: https://data.mos.ru/opendata/7704111479-svedeniya-o-naibolee-populyarnyh-jenskih-imenah-sredi-novorojdennyh?pageNumber=1&versionNumber=2&releaseNumber=94 (дата обращения 24.03.2023).

Бортковская Мария Романовна. Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого». Доцент кафедры высшей математики. Кандидат физико-математических наук. Область научных интересов: дифференциальные уравнения, динамическое моделирование, проблемы преподавания математики и физики в вузе, межпредметные связи в высшем образовании. E-mail: mbort@mail.ru

Dynamic modeling of competition in natural language: qualitative analysis of the differential equation system and numeric example

M.R. Bortkovskaya
Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, Saint-Petersburg, Russia

Abstract. In the article, we consider a system of ordinary differential equations like the one being used in classical dynamic models of three populations interaction. The system under consideration is applied to dynamic modeling of competition in the process of choosing names for newborns between three personal name groups that differ historically and stylistically. The system of differential equations is analyzed qualitatively with arbitrary parameter values; its phase portrait on the triangle of relative frequencies of competing groups is studied. The frequencies triangle is the invariant set of the system; generally, we can find singular points of the system on it; they are simple except special cases when the parameters of the system are connected by certain relations. We also use «Lyapunov type» reasoning to clarify the phase portrait: the direction of moving along the trajectories is considered relatively to level surfaces of functions chosen correspondingly to the system parameters. Then we analyze a numerical example: the coefficients of the model system are chosen according to the language statistics of year 1965, these numerical data are taken for empirical description of the gain of each group against other ones when the name is being chosen in 2015–2021. For this local example, we build the phase portrait following the general algorithm; the model results are compared with the real relative frequencies of naming in specified period. The article is the sequel of another one, in which constructing of model system coefficients is discussed in detail.

Keywords: *dynamic modeling, qualitative investigation of differential equations system, phase portrait, Lyapunov surfaces, three-dimensional autonomous system, ordinary differential equations, singular points, modeling of competition, competition in language, linguistics, dynamic system in natural language.*
DOI: 10.14357/20790279230408 **EDN: YSPZQO**

References

1. *Andrianov D.L., Arbuzov V.O., Ivliev C.V., Maksimov V.P., Simonov P.M.* Dynamic models in economics: theory, applications, software implementation. Vestn. Permskogo Univ., Ser. «Ekonomika». 2015; 27(1):8-32 (In Russ).
2. *Gerasimov B.I., Puchkov N.P., Protasov D.N.* Differential dynamic models: tutorial. Tambov: Izd-vo TGU; 2010. 80 p. (In Russ).
3. *Berezovskaya F.S., Karev G.P., Arditi R.* Dynamics of the prey-predator RD-model. In: Mathematics. Computer. Education. 2000. Trudy conferentsii. Moscow: Progress-Traditsiya; 2010. P. 710-715. (In Russ).
4. *Levich A.P., Lichman E.G.* Model studying of opportunities of structure directional changing of phytoplankton communities. Zhurnal obshey biologii. 1992;53(5):689-703 (In Russ).
5. *Losev A.F.* Introduction to general theory of language models. Moscow: URSS; 2004. 296 p. (In Russ).
6. *Nasirov K.E.* 2021. Mathematical modeling in linguistics. Nauka i obrazovanie segodnya. 2021;61(2):51-52 (In Russ).
7. *Pankina M.F.* Modeling as a method of knowledge in linguistics. Aktualniye voprosy sovremennoi filologii i zhurnalistiki. 2006;1(1):98-102 (In Russ).
8. *Belousov K.I.* Model linguistics and problems of the language reality modeling. Vestn. Orenburgskogo gos. univ-ta. 2010;117(11):94-97 (In Russ).
9. *Poddubnyi V.V., Polikarpov A.A.* Dissipative dynamic stochastic model of linguistic signs development. Kompiuternye issledovaniya i modelirovanie. 2011;3(2):103-124 (In Russ).
10. *Lotman Yu.M.* Text as a dynamic system. In: Struktura teksta–81: tezisy simpoziuma. Moscow: Institut slavyanovedeniya i balkanistiki; 1981. p. 104–106 (In Russ).
11. *Steels L., Szathmáry E.* The evolutionary dynamics of language. Biosystems. 2018;(164):128–137. doi:10.1016/j.biosystems.2017.11.003
12. *Kuslii P.S., Vostrikova E.V.* Language as a dynamic system: heritage of Wilhelm von Humboldt and modern linguistics. Epistemologiya i filosofiya nauki. 2020; 1:110-130 (In Russ). doi:10.5840/eps202057110
13. *Bortkovskaya M.R.* Modelling of the competition in language by means of the ordinary differential equations systems. In: Analiz, modelirovanie, upravlenie, razvitie socialno-ekonomicheskih system (AMUR–2021). 14–27 September 2021, Sudak. Trudy shkoly-simpoziuma. Simferopol: Kornienko; 2021. P. 72–77 (In Russ).
14. *Bortkovskaya M.R.* Example of modelling of the competition in language by means of the differential equations system. In: Analiz, modelirovanie, upravlenie, razvitie socialno-ekonomicheskih system (AMUR–2022). 14–27 September 2022, Sudak. Simferopol: Kornienko; 2022. P. 74–79 (In Russ).
15. Russian National Corpus. Available from: https://ruscorpora.ru/en/ [Accessed 24 March 2023].
16. *Boikova T.A.* Personal name as an object of language reflection (by materials of metalinguistic statements of Russians and Americans). PhD Thesis. Moscow: 2017. 27 p. (In Russ).
17. *Arrowsmith, D.K., Place, C.M.* 1982. Ordinary differential equations. A qualitative approach with applications. London–N.Y.: Chapman and Hall; 252 p.
18. Open data portal of Moscow government. Available from: https://data.mos.ru/opendata/7704111479-svedeniya-o-naibolee-populyarnyh-jenskih-imenah-sredi-novorojdennyh?pageNumber=1&versionNumber=2&releaseNumber=94 [Accessed 24 April 24 2023].

Bortkovskaya Maria Romanovna. Candidate of Science (Physics and Mathematics). Associate Professor. Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, Polytechnicheskaya str., 29, Saint-Petersburg, 195251, Russia. E-mail: hmath@spbstu.ru