

Идентификация систем управления плазмой в токамаке методом ассоциативного поиска*

К.С. МУХТАРОВ

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова Российской академии наук, г. Москва, Россия

Аннотация. Разработка моделей на основе математического описания динамических закономерностей для систем магнитного управления плазмой в токамаках затруднена нелинейной и изменяющейся во времени динамикой плазмы. В работе предложен метод построения JIT-моделей динамики разрядов плазмы, генерирующий множество локальных моделей посредством ассоциативного поиска по историческим данным. Динамические закономерности выявляются с помощью DTW и кластеризации. Полученный набор моделей сокращается до минимального количества, достаточного для адекватного описания динамики разряда посредством LPV-моделей. Предложены процедуры определения временных интервалов использования ассоциативных моделей, достаточных для достижения приемлемой точности получаемых LPV-моделей, и проведено сравнение двух подходов: на основе исходных временных меток и на основе распределения весов кластеров. Экспериментальная проверка на тестовой выборке различных разрядов токамака подтвердила высокую точность моделей при существенном снижении сложности алгоритма их построения.

Ключевые слова: управление плазмой в токамаке, LPV системы, идентификация системы, ассоциативный поиск, DTW, ARX-модель.

DOI: 10.14357/20790279260207 **EDN:** UAYSRY

Введение

Развитие магнитного управления плазмой в токамаке прошло путь от метода базовой вертикальной стабилизации до комплексов управления сложными формами плазмы [1]. Решение этих задач управления требует динамических моделей, точно отражающих изменяющееся во времени взаимодействие плазмы и внешних магнитных полей [2, 3, 4]. Современные методы синтеза робастных МИМО - регуляторов, особенно для многомерных многосвязных систем, таких как управление магнитной системой токамака, обычно основаны на конечном наборе линейных стационарных (Linear Time-Invariant, LTI) моделей, для достаточно широкого класса задач адекватно отражающем динамику линейно-нестационарного (Linear Time-Varying, LTV) объекта [5]. В [5] показано, что синтез одного робастного регулятора на основе уменьшенного массива LTI-моделей обеспечивает стабильность и

производительность на протяжении всего разряда плазмы в токамаке.

Традиционно такие модели строились на основе «физики первых принципов» путем линеаризации уравнений равновесия вблизи рабочих точек [2, 3]. Однако эти модели часто оказываются неадекватными в сложных рабочих режимах, где реальные условия функционирования существенно осложняют описание динамики системы управления [6].

Идентификация систем на основе экспериментальных данных стала обоснованной альтернативой. Необходимость в моделях пониженного порядка, пригодных для синтеза робастных регуляторов, была осознана на начальном этапе исследования и разработки экспериментальных систем управления токамаком: в [7] авторы продемонстрировали, что даже модели плазмы с 256 физическими состояниями могут быть сокращены до меньшего порядка без существенных искажений в описании динамики. Было отмечено, что идентификационные модели могут использоваться для одновременного решения двух задач: проектирова-

* Исследование выполнено в рамках научной программы Национального центра физики и математики, направление № 9 «Искусственный интеллект и большие данные в технических, промышленных, природных и социальных системах» «НЦФМ-9-ИПУРАН-2527».

ния регуляторов и оценивания качества прогнозов, основанных на физических законах [7]. Эти возможности методов идентификации демонстрируют, что цель идентификации – не замена описания физики процессов, а создание совместимого с регулятором, эмпирически обоснованного представления, которое можно напрямую использовать в современных системах синтеза.

Эта методология была впервые применена на токамаке TCV [8] и остается стандартной практикой: последующие исследования на токамаке EAST подтверждают, что даже современные токамаки по-прежнему требуют специальных экспериментов для формирования моделей систем управления [9]. Одна из проблем в области управления плазмой – необходимость в моделях, которые одновременно динамически точны и достаточно просты для синтеза регуляторов [9].

Параллельно с этим, приобрели популярность подходы типа «черного ящика», основанные исключительно на данных, – от нейронных сетей для быстрой реконструкции равновесия в магнитной диагностике [10,11] – до моделей глубокого обучения, воспроизводящих динамику разрядов плазмы токамака [12]. Однако, как указывают авторы [12], рассматривая токамак как «черный ящик», динамика которого описывается исключительно на основе входных и выходных данных, модели глубокого обучения не обладают явным LTI - представлением – структурным требованием, предъявляемым современными методами синтеза робастных ММО-регуляторов [5]. Аналогичным образом, в [13] отмечается, что подходы глубокого обучения зачастую страдают от недостатка интерпретируемости, что подрывает доверие операторов и затрудняет реализацию стратегий предотвращения нарушений.

Перспективным направлением является моделирование на основе обучения «точно в срок» (Just-in-Time Learning, JITL) с помощью ассоциативного поиска, которое строит локальные линейные модели на основе исторических прецедентов [14]. Этот подход реализует рассуждения на основе прецедентов в рамках ЛТ-подхода, создавая высокоточные модели нелинейных процессов со сложной динамикой, основанные на реальных эксплуатационных данных [14].

Преимущества такого подхода особенно проявляются в случаях, где модели на основе физических законов либо недоступны, либо вычислительно нереализуемы:

1) идентификация основывается на экспериментальных данных, что позволяет учитывать нелинейности, возмущения и шумы;

2) требует значительно меньших вычислительных ресурсов;

3) не предполагает глубокого знания физики объекта;

4) повышает точность формируемых точечных моделей по мере поступления новых данных.

Эти свойства делают ЛТ-моделирование особенно подходящим для сложных динамических систем с требованиями быстродействия и нелинейности.

Однако ЛТ-моделирование создает количество локальных моделей, избыточное для синтеза регулятора, который обычно выполняется на компактных массивах, состоящих примерно из 20 моделей [5].

Каждый из рассмотренных подходов получения модели плазмы в токамаке обладает определенными ограничениями: модели ЛТ обеспечивают высокую точность, но не обладают структурной компактностью, необходимой для традиционного подхода к синтезу регуляторов; основанные на описании физики процессов и традиционные идентификационные модели компактны, но либо недостаточно точны, либо требуют большего количества экспериментов; модели «черного ящика» гибки, но несовместимы с современными системами управления плазмой в токамаке.

Для устранения указанных ограничений ЛТ-моделей для классических регуляторов в работе предлагается следующий подход. На первом этапе по вектору входа тестовых данных разряда отбираются наиболее близкие прецеденты из базы данных разрядов. На втором этапе из отобранных прецедентов отбираются точки, наиболее близкие в смысле выбранного критерия к текущему вектору входов, после чего строится высокоточный, основанный на данных набор локальных моделей с использованием ассоциативного поиска. На третьем этапе, с целью обеспечения возможности использования полученных моделей для синтеза робастных регуляторов, набор точечных моделей преобразуется в компактную, высокоточную линейную модель с переменными параметрами (Linear Parameter-Varying, LPV) путем отбора репрезентативных моделей – медоидов кластеров. Полученная LPV-модель основана на использовании данных реальных операционных прецедентов [14]. При сохранении требуемого уровня точности, она обеспечивает совместимость с современными методами синтеза дискретных ММО PID-регуляторов [5].

Остальная часть статьи сформирована следующим образом. В разделе 2 представлен структура ARX (AutoRegressive with eXogenous inputs) для моделирования подсистемы «Плазма и диагности-

ка». В разделе 3 представлена двухэтапная процедура ассоциативного поиска, основанная на методе динамического преобразования временного ряда для построения ЛТ-модели. В разделе 4 описывается процедура кластеризации, позволяющая сформировать наборы для синтеза LPV моделей, и сравниваются два способа определения временных интервалов активности модели (интервалов валидности). В разделе 5 представлены результаты валидации по результату эксперимента на различных разрядах Глобус-М2, демонстрирующие эффективное снижение сложности модели с контролируемой потерей точности. В разделе 6 приводятся выводы по полученным результатам, а также обсуждается значимость полученного подхода для задач управления плазмой и намечаются направления дальнейших исследований.

1. Идентификация блока системы управления «Плазма и диагностика»

Разработка алгоритмов магнитного управления плазмой основана на использовании динамической модели плазмы и окружающих ее обмоток; следовательно, построение моделей объекта управления является ключевым фактором как при проектировании, так и при внедрении регуляторов [3]. В условиях применения двухкаскадной архитектуры управления токамака Глобус-М2 (рис. 1) основная задача заключается в идентификации подсистемы «Плазма и диагностика», описывающей сложное изменяющееся во времени взаимодействие между плазмой и внешним магнитным полем. Эту подсистему можно моделировать либо путем линеаризации уравнений «из первых принципов» в окрестности равновесного состояния, либо посредством идентификации системы по экспериментальным данным.

Для проектирования регулятора данная подсистема представляется в виде дискретной линейной модели в пространстве состояний, описывающей динамическую связь между токами в катушках полоидального поля (Poloidal Field, PF) – выступающими в качестве входов – и измеряемыми выходами: током плазмы и магнитными потоками, полученными от диагностической системы:

$$\begin{cases} x(k_{Ts} + 1) = A(k_{Ts})x(k_{Ts}) + B(k_{Ts})I_{PF}(k_{Ts}), \\ [I_P(k_{Ts}); \Psi^T(k_{Ts})]^T = C(k_{Ts})x(k_{Ts}) + D(k_{Ts})I_{PF}(k_{Ts}), \end{cases} \quad (1)$$

где $I_P(k_{Ts}) \in R$ – ток плазмы,

$\Psi(k_{Ts}) \in R^{21}$ – вектор магнитных потоков, измеряемый 21-ой петлей,

$I_{PF}(k_{Ts}) = [I_{VF}(k_{Ts}), I_{CS}(k_{Ts}), I_{CC}(k_{Ts}), I_{PF1}(k_{Ts}), I_{PF3}(k_{Ts})] \in R^5$ – вектор токов в катушках полоидального поля,

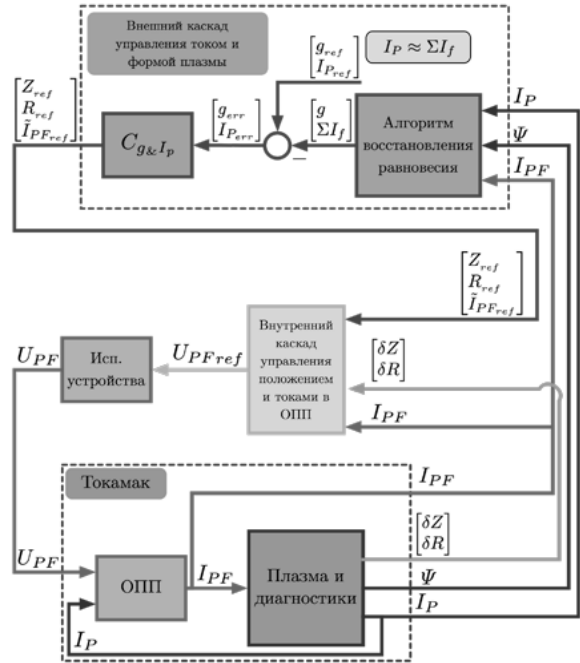


Рис. 1. Блок-схема двухкаскадной системы управления токамака Глобус-М2

$x(k) \in R^n$ – вектор состояний,

k_{Ts} – индекс дискретного отсчета.

Уравнение 1 представляет собой модель объекта управления, применяемую для синтеза системы магнитного управления плазмой.

Для учета изменяющейся во времени природы плазмы используется процедура ассоциативного поиска для построения плотного набора линейных ЛТ-моделей, что приводит к получению отдельной модели на каждом временном шаге k_{Ts} . В результате формируется набор из сотен или тысяч локальных моделей, что не пригодно для использования стандартных методов синтеза регуляторов на основе LPV-подхода.

Несмотря на то, что и традиционное LPV-моделирование, и подход на основе ассоциативного поиска используют локальные линейные модели, они принципиально различаются по структуре. LPV-подход формирует компактный набор моделей в заранее выбранных моментах времени, определяемых заданным правилом интерполяции. Метод ассоциативного поиска не требует интерполяции, а осуществляет построение различных линейных моделей в рабочих точках, что позволяет получать высокоточные модели даже для нелинейных и нестационарных процессов.

Предлагаемая процедура идентификации включает этап уменьшения порядка модели, на котором плотный набор ЛТ-моделей преобразу-

ется в массив наименьшего допустимого размера репрезентативных моделей, который используется при дальнейшем применении LPV-подхода. Этот компактный набор моделей предназначен для удовлетворения ключевого требования современного проектирования систем управления токамаками – возможности синтеза единого робастного ММО-регулятора на основе конечного массива моделей объекта, что обеспечивает устойчивость и заданное качество управления на протяжении всего нестационарного разряда [5].

2. ARX-модель блока «Плазма и диагностика»

В целях идентификации системы динамическая связь между токами катушек полоидального поля и измеряемыми выходными сигналами (током плазмы и магнитными потоками) представляется в виде ARX-модели, описываемой уравнением 2. Структура ARX выбрана по следующим причинам: коэффициенты модели могут быть оценены по входным и выходным данным посредством линейной регрессии, а полученную модель можно преобразовать в эквивалентное представление в пространстве состояний, необходимое для синтеза регуляторов. Для каждого выходного сигнала модель имеет вид:

$$y_i(k_{Ts}) = \sum_{j=1}^m b_{i,j}^0(k_{Ts})u_j(k_{Ts}) + \sum_{j=1}^m \sum_{w \in W_j} b_{i,j}^w(k_{Ts})u_j(k_{Ts} - w), \quad (2)$$

где $y_i(k_{Ts})$ – i -й выходной сигнал (ток плазмы или магнитный поток, измеряемый на одной петле) на дискретном временном шаге k_{Ts} ,

$u_j(k_{Ts})$ – j -й входной сигнал (ток в j -ой катушке полоидального поля) на дискретном временном шаге k_{Ts} ,

n – количество выходов, $i = 1, \dots, n$,

m – количество входов, $j = 1, \dots, m$,

$b_{i,j}$ и $b_{i,j}^w$ – зависящие от времени коэффициенты модели, полученные по данным разряда,

$W_j = \{w_{j,1}, w_{j,2}, \dots, w_{j,l_j}\}$ – множество значений прошлых входных сигналов для j -го входа, определяемое по результатам автокорреляционного анализа и включающее все значения w , удовлетворяющие условию $\rho(w) \geq \rho_{min}$,

$l = \sum_{j=1}^m |W_j|$ – общее количество выбранных прошлых значений входных сигналов («с задержкой»), $\rho(w)$ – коэффициент автокорреляции входных сигналов для прошлого значения,

ρ_{min} – минимальный порог статистической значимости автокорреляции.

Для оценки матрицы коэффициентов $A(k_{Ts}) \in R^{(m+l) \times n}$ в момент времени k_{Ts} формируется локальный набор данных, состоящий из p соседних временных точек. Пусть $Y(k_{Ts}) \in R^{p \times n}$ – матрица измерений выходных сигналов, а $U_{ext}(k_{Ts}) \in R^{p \times (m+l)}$ – матрица расширенного вектора входов, включающая как текущие значения входных сигналов, так и значения с задержкой. В этих обозначениях ARX-модель записывается в компактной матричной форме:

$$Y(k_{Ts}) = U_{ext}(k_{Ts}) \cdot A(k_{Ts}), \quad (3)$$

где

$Y(k_{Ts}) = [y_1(k_{Ts}) y_2(k_{Ts}) \dots y_n(k_{Ts})], k_{Ts} = 1, \dots, q$, здесь q – количество отсчетов по времени;

$U_{ext}(k_{Ts}) = [u_1(k_{Ts}) \dots u_m(k_{Ts}) u_1(k_{Ts} - w) \dots u_m(k_{Ts} - w) \dots]$,

$A(k_{Ts}) =$

$$\begin{bmatrix} b_{1,1}^0(k_{Ts}) & \dots & b_{n,1}^0(k_{Ts}) & b_{1,1}^w(k_{Ts}) & \dots & b_{1,m}^w(k_{Ts}) & \dots \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots \\ b_{n,1}^0(k_{Ts}) & \dots & b_{n,m}^0(k_{Ts}) & b_{n,1}^w(k_{Ts}) & \dots & b_{n,m}^w(k_{Ts}) & \dots \end{bmatrix}^T.$$

Матрица коэффициентов $A(k_{Ts})$ вычисляется с использованием псевдообратной матрицы Мура-Пенроуза:

$$A(k_{Ts}) = U_{ext}^\dagger(k_{Ts}) \cdot Y(k_{Ts}). \quad (4)$$

Полученная ARX-модель впоследствии преобразуется в дискретную модель в пространстве состояний из уравнения 1, необходимую для синтеза LPV-регулятора.

3. Двухэтапный ассоциативный отбор локальных паттернов разряда на основе DTW сопоставления

Основой предложенной методологии ассоциативного поиска является определение коэффициентов $A(k_{Ts})$ ARX-модели для каждого временно-го такта текущего разряда. Данная задача требует отбора фрагментов из базы исторических разрядов, характеризующихся похожей динамикой. Однако возникает существенная проблема: длительность разрядов в токамаке варьируется, что делает невозможным прямое поточечное сравнение. Для решения этой проблемы применен метод динамического выравнивания временных рядов (Dynamic Time Warping, DTW) в рамках двухэтапной процедуры: сначала осуществляется отбор схожих разрядов, а затем – сопоставление локальных паттернов для построения локальной модели.

3.1. Отбор разрядов с помощью DTW

Первый этап предложенной процедуры заключается в отборе подмножества исторических разрядов, динамика входных сигналов которых наиболее близка к динамике текущего разряда. Для этого используется алгоритм DTW. Данный шаг необходим, поскольку поточечное сравнение с использованием евклидова расстояния оказывается невозможным при различной длительности разрядов – что типично для работы токамака (например, от 1000 до 3000 временных отсчетов) – вследствие несовпадения длительности временных рядов. Как отмечено в [15], применение евклидова расстояния принципиально ограничено при анализе временных рядов: оно требует идеального выравнивания последовательностей и совпадения их размерностей, что делает данный подход непригодным для сравнения процессов с временными сдвигами или переменным масштабированием. Поэтому применяется метод DTW, который осуществляет оптимальное нелинейное выравнивание между многомерными входными временными рядами текущего и каждого архивного разряда, обеспечивая тем самым оценку схожести, не зависящую от различий в длине последовательностей.

Пусть $U^{curr} \in R^{m \times T_{curr}}$ и $U^{arch} \in R^{m \times T_{arch}}$ – многомерные входные временные ряды текущего и одного из архивных разрядов соответственно, где m – количество входов (например, 5 токов в катушках полоидального поля), а T_{curr} и T_{arch} – количество временных отсчетов в каждом из рядов. DTW расстояние, вычисляемое с использованием евклидовой метрики, как в функции `dtw` в MATLAB, задается выражением:

$$D_{DTW}(U^{curr}, U^{arch}) = \min \sum_{l=1}^L \sqrt{\sum_{k=1}^m (u_{i_t, k}^{curr} - u_{j_t, k}^{arch})^2},$$

где минимизация осуществляется по всем допустимым путям выравнивания – последовательностям пар индексов (i_t, j_t) , которые согласуют два временных ряда при сохранении временного порядка, то есть более ранние события в одном разряде сопоставляются с более ранними (или одновременно) событиями в другом. Здесь $u_{i_t, k}^{curr}$ и $u_{j_t, k}^{arch}$ обозначают k -ый компонент входных векторов в выровненных моментах времени i_t и j_t соответственно.

Данный подход обеспечивает сравнение разрядов различной длительности за счет нелинейного выравнивания их временных паттернов (например, участков нарастания тока), даже если эти паттерны реализуются с разной скоростью или в

разные моменты абсолютного времени [16]. После вычисления D_{DTW} для всех архивных разрядов они упорядочиваются по возрастанию этого расстояния, и для формирования обучающего набора, используемого при сопоставлении локальных паттернов, отбираются разряды с наименьшими значениями DTW расстояния.

Возможность выравнивания с помощью DTW наглядно продемонстрирована на рис. 2, а и рис 2, б, где приведено сравнение двух разрядов до и после применения DTW выравнивания. На рис. 2, а показаны формы тока в катушке VFC для разрядов № 40045 и № 42403; на рис. 2, б представлены те же сигналы после DTW-выравнивания. Как видно из сравнения, характерные динамические особенности становятся непосредственно сопоставимыми, несмотря на существенные различия в длительности разрядов.

3.2. Построение точечной модели

с использованием скользящего окна и DTW

На втором этапе осуществляется построение точечной модели: для каждой временной точки k_{Ts} текущего разряда в предварительно отобранных исторических разрядах определяется точка m с наиболее близкой динамикой. Поточечное сравнение с использованием евклидова расстояния оказывается не адекватным для этой задачи, поскольку оно игнорирует локальный временной контекст и зачастую приводит к физически не согласованным отборам точек, например, сопоставлению точки на участке возрастания сигнала с точкой аналогичной величины на участке его убывания. Для обеспечения точности в предлагаемом подходе сравнение осуществляется не между отдельными точками, а между локальными временными паттернами с помощью скользящего окна фиксированной длины в сочетании с методом DTW, что позволяет учитывать поведение сигнала в окрестности каждой точки. Скользящее окно номинальной длины s (например, 50-100 отсчетов) центрируется относительно каждой точки k_{Ts} .

Пусть $S(k_{Ts})$ – множество временных индексов, образующих окно, центрированное в точке k_{Ts} . Чтобы сохранить номинальный размер окна s , его границы корректируются вблизи границ отрезков временного ряда. Возможны следующие случаи:

- 1) стандартный: если окно полностью помещается в пределах ряда, т. е. $[k_{Ts} - s/2] \geq 1$ и $[k_{Ts} + s/2] \leq T$, тогда $S(k_{Ts}) = \{[k_{Ts} - s/2], \dots, k, \dots, [k_{Ts} + s/2]\}$;
- 2) корректировка левой границы: если $[k_{Ts} - s/2] < 1$ окно сдвигается вправо так, чтобы начало отсчета осуществлялось с индекса 1, и дополнительно расширяется вправо на об-

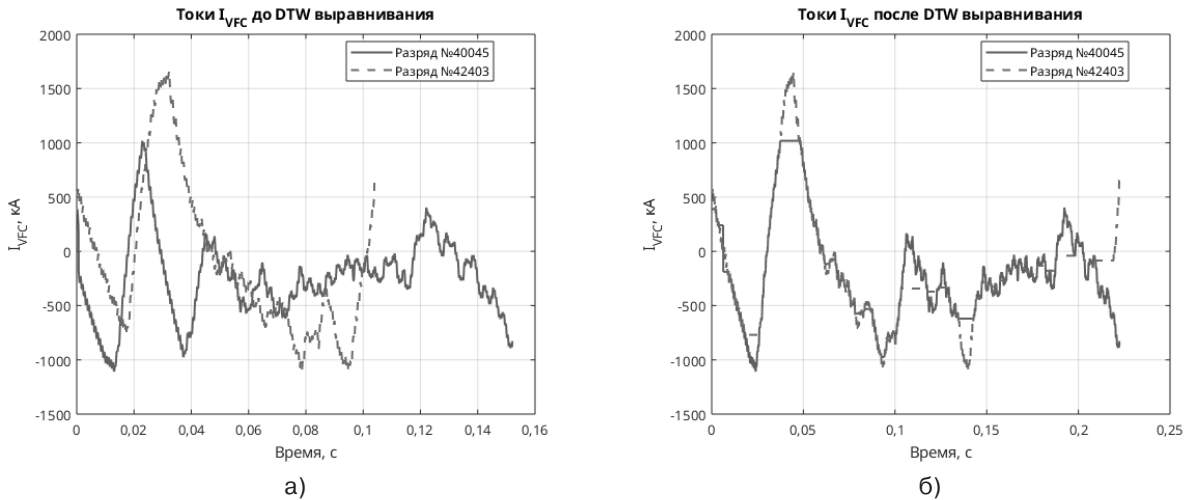


Рис. 2. Сравнение тока I_{VFC} разрядов № 40045 и № 42403 различной длительности: а) исходные формы сигналов; б) выровненные посредством DTW формы сигналов

ласть нескольких недостающих по количеству отсчетов (но не далее конечного индекса T):

$$S(k_{Ts}) =$$

$$= \{1, \dots, k_{Ts}, \dots, \min(|k_{Ts} + s/2| + (1 - |k_{Ts} - s/2|), T)\};$$

3) корректировка правой границы: если $|k_{Ts} + s/2| > T$ окно сдвигается влево так, чтобы завершать отсчет на индексе T , и дополнительно расширяется влево на область нескольких недостающих по количеству отсчетов (но не ранее начального индекса 1):

$$S(k_{Ts}) = \{\max(|k_{Ts} - s/2| - (|k_{Ts} + s/2| - T), 1), \dots, k_{Ts}, \dots, T\}.$$

Для каждой точки k_{Ts} локальный паттерн характеризуется матрицей $U_{S(k_{Ts})}^{curr}$, в которой каждый столбец соответствует входному вектору в момент времени из множества $S(k_{Ts})$. Используя ту же евклидову метрику, что и на первом этапе, вычисляется DTW расстояние между $U_{S(k_{Ts})}^{curr}$ и всеми локальными паттернами $U_{S(m)}^{arch}$, извлеченными из отобранных исторических разрядов для всех разрядов s . Точка m в разряде s , для которой DTW расстояние оказывается минимальным, выбирается в качестве наилучшего соответствия точке k_{Ts} .

Данный подход оценивает схожесть на основе локального анализа динамики сигнала, а не только по значению евклидова расстояния. Пример ошибочного сопоставления, основанного исключительно на значениях евклидова расстояния, приведен на рис. 3, а; корректное сопоставление, основанное на форме паттернов, показано на рис. 3, б.

Далее для каждой временной точки k_{Ts} формируется локальный набор данных путем отбора p соседних точек из окрестности найденной соответствующей точки m в историческом разряде s . Это обеспечивает переопределенность полу-

чаемой системы линейных уравнений. Матрица коэффициентов ARX-модели $A(k_{Ts})$ вычисляется с использованием псевдообратной матрицы Мура-Пенроуза, как это определено в уравнении 4.

Данная процедура повторяется для каждой точки k_{Ts} текущего разряда. Несмотря на то, что она обеспечивает высокую точность моделирования за счет сохранения локальных динамических структур, она приводит к значительным вычислительным затратам на этапе обучения из-за необходимости многократно выполнять DTW-сравнение для каждого окна обучающего набора данных.

4. Формирование сокращенного набора ЛТ-моделей

Процедура ассоциативного поиска формирует набор высокоточных точечных моделей – по одной для каждого момента времени k_{Ts} разряда. Однако использование этого набора является затруднительным для применяемых методов синтеза регуляторов на основе LPV-подхода, которые требуют компактного массива линейных стационарных моделей. Для устранения этого несоответствия предлагается методика редукции модели, преобразующая исходный набор ЛТ-моделей в представление, совместимое с LPV-подходом. С этой целью применяется кластеризация методом k -средних для группировки близких моделей, после чего из каждого кластера выбираются медиоиды – модели с минимальным средним расстоянием до всех остальных моделей в кластере, то есть точки в признаковом пространстве, наиболее близкие к центру кластера. Каждый медиоид в

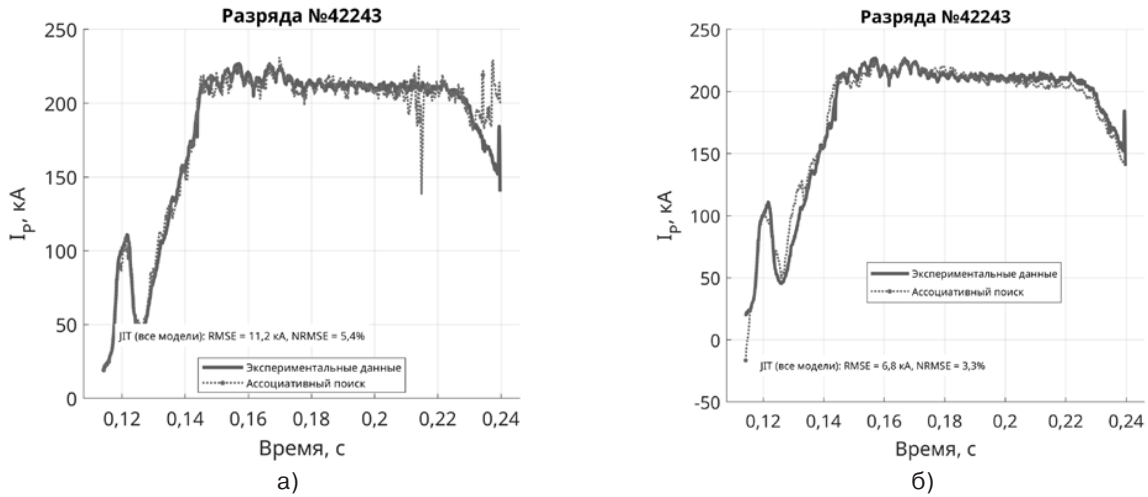


Рис. 3. Модель тока плазмы I_p :

а) отбор точек только с использованием евклидового расстояния; б) отбор точек с использованием метода DTW со скользящим окном

дальнейшем используется в качестве базовой модели, описывающей динамику плазмы на определенном временном интервале, а между этими моделями осуществляется линейная интерполяция. Этот подход обеспечивает приемлемую динамическую точность, значительно снижая вычислительную сложность синтеза регулятора.

Для каждой модели ее коэффициенты объединяются в признаковый вектор. К этому вектору добавляется временной индекс как дополнительный признак. Совокупность всех признаков линейно нормируется к диапазону $[-1,1]$, чтобы обеспечить нормированный вклад каждого признака в евклидово расстояние, используемое в методе k -средних. Признаки с нулевой дисперсией (то есть постоянные для всех моделей) исключаются во избежание числовой вырожденности. Число кластеров k выбирается в соответствии с целевым количеством моделей, необходимых для синтеза регулятора.

После кластеризации каждой отобранной модели присваивается временной интервал, на котором она применяется. Рассматриваются два способа определения этих интервалов:

- 1) *границы, основанные на временных метках*: временной интервал для каждой отобранной модели определяется ее собственной временной меткой и меткой следующей модели, что обеспечивает жесткую привязку к исходной временной структуре разряда;
- 2) *границы, основанные на весах кластеров*: временные интервалы пропорциональны размерам кластеров – вес каждого кластера проецируется на общую временную ось разряда.

Алгоритм реализации способа (1) определения интервалов – границы, основанные на временных метках:

- 1) упорядоченность по времени: модели сортируются по возрастанию их временных меток;
- 2) назначение границ: для c -ой модели в упорядоченном списке:
начало: $b_{start}^{(c)} = t^{(c)}$ (ее собственная временная метка),
конец: $b_{end}^{(c)} = t^{(c+1)}$ (временная метка следующей модели, при $c < k$),

$$\text{для } c = 1: b_{start}^{(1)} = t_{min},$$

$$\text{для } c = k: b_{end}^{(k)} = t_{max}.$$

Алгоритм реализации способа (2) – границы, основанные на весах кластеров:

- 1) упорядоченность по времени: модели сортируются по возрастанию их временных меток;
- 2) назначение весов: каждому кластеру c присваивается вес $w_c = s_c/N$, где s_c – количество ЛТ-моделей в кластере c , N – общее число моделей, равное количеству временных отсчетов; этот вес отражает долю временного интервала разряда, на которой динамика, описываемая кластером, адекватно аппроксимирует поведение плазмы;
- 3) вычисление кумулятивных весов: вычисляется вектор кумулятивных весов W_{cs} :

$$w_{cs}^j = \sum_{i=1}^j w_i, j = 1, 2, \dots, k,$$

где $w_{cs}^k = 1$; значения $w_{cs}^{(1)}, \dots, w_{cs}^{(k-1)}$ определяют точки разбиения на нормированном временном интервале $[0, 1]$;

- 4) проекция на временную ось: кумулятивные веса линейно отображаются на исходный временной интервал $[t_{min}, t_{max}]$:

$$b_j = t_{min} + w_{cs}^{(j)} \cdot (t_{max} - t_{min}),$$

$$j = 0, 1, \dots, k,$$

где $w_{cs}^{(0)} = 0$ и $w_{cs}^{(k)} = 1$; полученные границы $b = [b_0, b_1, \dots, b_k]$ сопоставляют i -ый кластер с интервалом $[b_{i-1}, b_i]$.

Полученные границы являются важными параметрами для синтеза регулятора, поскольку определяют временные области применимости каждой локальной модели в рамках глобальной LPV-структуры.

Для обеспечения плавности перехода между интервалами действия моделей матрицы системы соседних репрезентативных моделей линейно интерполируются по времени. Пусть $M_a = (A_a, B_a, C_a, D_a)$ и $M_b = (A_b, B_b, C_b, D_b)$ матрицы моделей в пространстве состояний двух последовательных репрезентативных моделей, активных в моменты времени a и b соответственно. В любой промежуточный момент времени $t = [a, b]$ интерполированные матрицы определяются следующим образом:

$$M(t) = M_a + (M_b - M_a) \cdot \frac{t-a}{t-b}.$$

Такая интерполяция обеспечивает непрерывность глобальной LPV-модели и позволяет избежать возможного нарушения устойчивости при синтезе регулятора. Важно отметить, что вместо центров кластеров используются медоиды – реальные модели из обучающей выборки, – что гарантирует отсутствие резких динамических изменений между соседними моделями. Следовательно, матрицы системы изменяются плавно, что делает линейную интерполяцию как обоснованной, так и эффективной – в отличие от ситуаций, когда интерполяция применяется между произвольно выбранными или существенно различающимися моделями.

5. Результаты тестирования

Предложенная методика построения LPV-моделей пониженного порядка протестирована на шести разрядах токамака Глобус-М2 (№ 40055, № 40057, № 40060, № 41700, № 42243, № 42244). Два подхода к назначению временных интервалов действия репрезентативных моделей – грани-

цы, основанные на временных метках (способ 1), и границы, пропорциональные весам кластеров (способ 2), сравнены по точности прогнозирования тока плазмы.

На рис. 4 и 5 приведено сравнение прогнозов тока плазмы I_p для шести разрядов (№ 40055, № 40057, № 40060, № 41700, № 42243, № 42244). На всех рисунках сплошная линия соответствует экспериментальным измерениям, пунктирная линия – полному набору ЛТ-моделей, а штриховая – редуцированной ARX-модели.

- Рисунки (а, в, д) показывают результаты для способа 1 (интервалы, основанные на временных метках). Штриховые вертикальные линии обозначают временные метки отобранных репрезентативных моделей; каждая модель действительна от своей временной метки до следующей горизонтальной штриховой линии.
- Рисунки (б, г, е) демонстрируют результаты для способа 2 (интервалы, пропорциональные весам кластеров). Штриховые вертикальные линии вновь указывают положения репрезентативных моделей, однако их интервалы действия определяются вертикальными пунктирными линиями, вычисляемыми на основе относительных размеров кластеров.

Как следует из табл. 1, полное ЛТ-моделирование обеспечивает среднюю нормированную среднеквадратичную ошибку (Normalized Root Mean Square Error, NRMSE), равную 3,58%, что подтверждает его высокую базовую точность. Редуцированные модели демонстрируют повышенную ошибку вследствие снижения сложности, однако остаются в пределах допустимых значений для задач синтеза систем управления. Способ 1 стабильно превосходит способ 2 по всем выбранным разрядам, обеспечивая среднее значение NRMSE 5,17% по сравнению с 11,85% для способа 2.

Существенное ограничение применения способа 2 проявляется на примере разряда № 40055 (рис. 4, б): назначение интервалов на основе весов кластеров приводит к временному несоответствию, при котором один интервал действия не содержит ни одной репрезентативной модели, тогда как соседний интервал включает сразу две. Такое смещение возникает потому, что способ 2 отрывает процедуру назначения интервалов действия от хронологического расположения репрезентативных моделей, нарушая тем самым адекватность описания временной структуры разрядов токамака. Напротив, способ 1 сохраняет исходную временную последовательность, гарантируя, что каждый интервал привязан

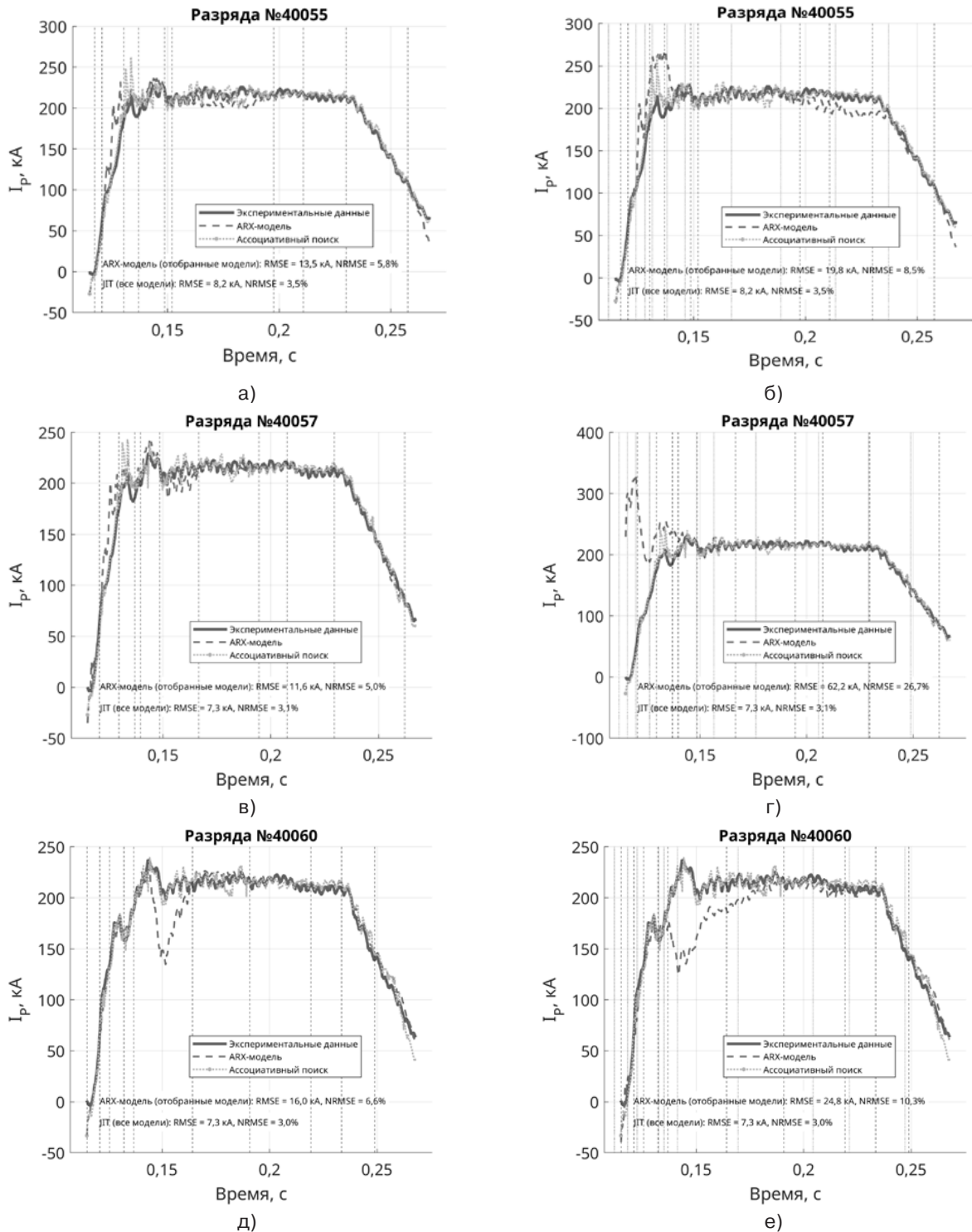


Рис. 4. Сравнение прогноза тока плазмы I_p для разрядов № 40055, № 40057, № 40060

к собственной временной метке соответствующей репрезентативной модели.

Полученные результаты показывают, что, хотя оба метода успешно сокращают количество моделей – от тысяч JIT-моделей до компактного

набора, совместимого с LPV-подходом, – лишь назначение интервалов на основе временных меток обеспечивает стабильную точность прогнозирования за счет учета внутренней динамики разряда.

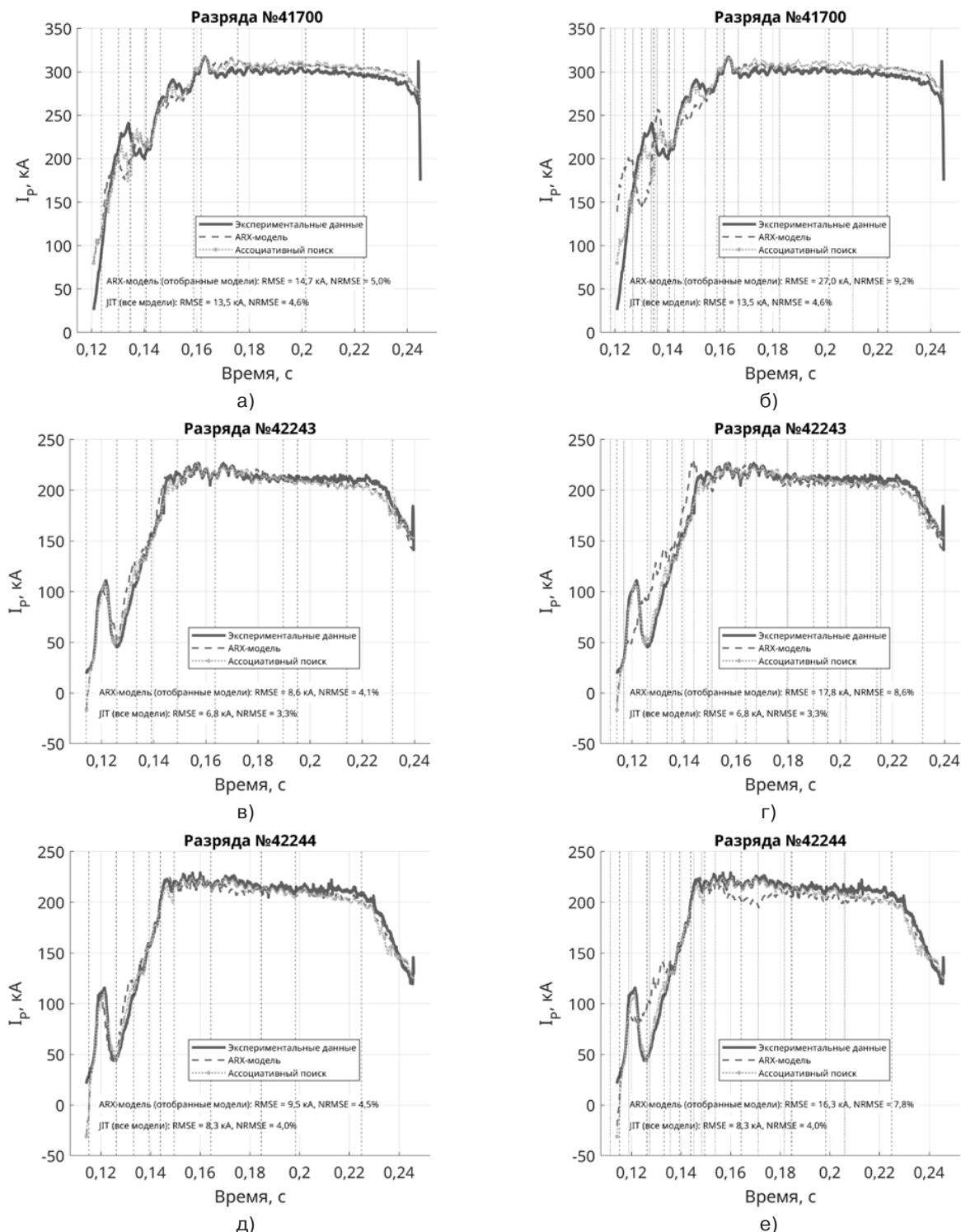


Рис. 5. Сравнение прогноза тока плазмы I_p для разрядов № 41700, № 42243, № 42244

Заключение

В работе предложен подход к построению высокоточных LPV-моделей, основанный на данных и объединяющий ассоциативный поиск, динамическое выравнивание временных рядов и

кластеризацию. Результаты показывают, что из плотного набора JIT-моделей можно выделить минимальный набор репрезентативных моделей, тем самым успешно устраняя разрыв между высокой точностью локального моделирования и структур-

Табл. 1

Сравнение точности полного набора JIT-моделей и редуцированного набора ARX-моделей с использованием двух методов определения границ

Разряд	Тип модели	RMSE, кА		NRMSE, %	
		Метод 1	Метод 2	Метод 1	Метод 2
№ 40055	JIT (все)	8,2		3,5	
	ARX (отбор)	13,5	19,8	5,8	8,5
№ 40057	JIT (все)	7,3		3,1	
	ARX (отбор)	11,6	62,2	5,0	26,7
№ 40060	JIT (все)	7,3		3,0	
	ARX (отбор)	16,0	24,8	6,6	10,3
№ 41700	JIT (все)	13,5		4,6	
	ARX (отбор)	14,7	27,0	5,0	9,2
№ 42243	JIT (все)	6,8		3,3	
	ARX (отбор)	8,6	17,8	4,1	8,6
№ 42244	JIT (все)	8,3		4,0	
	ARX (отбор)	9,5	16,3	4,5	7,8
Среднее	JIT (все)	8,57		3,58	
	ARX (отбор)	12,32	27,98	5,17	11,85

ной простотой, необходимой для синтеза регуляторов в рамках LPV-подхода. В отличие от «черных ящиков», каждая локальная модель явно связана с определенным фрагментом исторических данных об эксплуатации установки, что обеспечивает четкое соответствие между поведением модели и исторических данных динамики плазмы. Полученные LPV-модели непосредственно совместимы с методами синтеза дискретных MIMO PID-регуляторов.

Сравнительный анализ подтверждает, что процедура назначения интервалов действия на основе исходных временных меток репрезентативных моделей стабильно обеспечивает более высокую точность редуцированных моделей по сравнению с подходом, основанным исключительно на относительных размерах кластеров. Это подчеркивает важность сохранения хронологического описания динамики плазмы: когда границы интервалов определяются только пропорциями кластеров, один интервал действия может вообще не содержать репрезентативной модели, тогда как другой – включать сразу несколько. Напротив, назначение интервалов по временным меткам гарантирует, что каждая модель применяется на том временном участке, из которого она была первоначально отобрана, что обеспечивает соответствие реальной динамике разряда.

На настоящий момент ограниченность метода заключается в невозможности его применения в реальном времени из-за вычислительной сложности. В дальнейших исследованиях могут быть рассмотрены гибридные стратегии, сочетающие временные и кластерные критерии при определении интервалов действия, а также введение физических ограничений в локальные ARX-модели для

более адекватного отражения поведения плазмы и расширение предложенного подхода на задачи адаптивного управления в реальном времени. Перспективным направлением развития систем управления представляется синтез локальных регуляторов непосредственно в реальном времени на основе наиболее релевантных исторических прецедентов – подход, реализуемый в рамках ассоциативного моделирования, и позволяющий потенциально отказаться от фиксированного набора глобальных моделей и заранее заданных интервалов действия.

Литература

1. Ariola M., Pironti A. Magnetic control of tokamak plasmas. London: Springer London, 2008. 162 p.
2. De Tommasi G., Albanese R., Ambrosino G., Ariola M., Lomas P.J., Pironti A., Sartori F., JET-EFDA Contributors. Current, position, and shape control in tokamaks // Fusion Science and Technology. 2011. Vol. 59. No. 3. P. 486-498. <https://doi.org/10.13182/FST59-486>
3. De Tommasi G. Plasma magnetic control in tokamak devices // Journal of Fusion Energy. 2019. Vol. 38. No. 3. P. 406-436. <https://doi.org/10.1007/s10894-018-0162-5>
4. Mitrishkin Y.V., Kartsev N.M., Prokhorov A.A., Pavlova E.A., Korenev P.S., Konkov A.E., Kruzhkov V.I., Ivanova S.L. Tokamak plasma models development for plasma magnetic control systems design by first principle equations and identification approach // Procedia computer science. 2021. Vol. 186. P. 466-474. <https://doi.org/10.1016/j.procs.2021.04.167>

5. Konkov A.E., Mitrishkin Y.V. Synthesis Methodology for Discrete MIMO PID Controller with Loop Shaping on LTV Plant Model via Iterated LMI Restrictions // *Mathematics*. 2024. Vol. 12. No. 6. P. 810-848. <https://doi.org/10.3390/math12060810>
6. Moreau D., Mazon D., Walker M.L., Ferron J.R., Burrell K.H., Flanagan S.M., Gohil P., Groebner R.J., Hyatt A.W., La Haye R.J. Plasma models for real-time control of advanced tokamak scenarios // *Nuclear Fusion*. 2011. Vol. 51. No. 6. P. 063009. <https://doi.org/10.1088/0029-5515/51/6/063009>
7. Limebeer D.J.N., Wainwright J.P. Recent advances in Tokamak modelling // *IEEE International Symposium on Industrial Electronics. Proceedings. ISIE'98 (Cat. No.98TH8357)*, Pretoria, South Africa; 1998. P. 21-27. <https://doi.org/10.1109/ISIE.1998.707742>
8. Coutlis A., Limebeer D.J.N., Wainwright J.P., Lister J.B., Vyas P. Frequency response identification of the dynamics of a tokamak plasma // *IEEE Transactions on Control Systems Technology*. 2000. Vol. 8. No. 4. P. 646-659. <https://doi.org/10.1109/87.852910>
9. Wang Y., Xiao B., Liu L., Guo Y. System identification for EAST plasma shape and position control // *Fusion Engineering and Design*. 2018. Vol. 129. P. 140-146. <https://doi.org/10.1016/j.fusengdes.2018.02.021>
10. Sengupta A., Ranjan P. Identification of plasma parameters and optimization of magnetic sensors in the superconducting steady-state tokamak-1 using neural networks // *Fusion Technology*. 2001. Vol. 39. No. 1. P. 1-17. <https://doi.org/10.13182/FST01-A146>
11. Mitrishkin Y.V., Korenev P.S., Konkov A.E., Kruzhkov V.I., Ovsiannikov N.E. New identification approach and methods for plasma equilibrium reconstruction in D-shaped tokamaks // *Mathematics*. 2021. Vol. 10. No. 1. P. 40-63. <https://doi.org/10.3390/math10010040>
12. Wan C., Yu Z., Wang F., Liu X., Li J. Experiment data-driven modeling of tokamak discharge in EAST // *Nuclear Fusion*. 2021. Vol. 61. No. 6. P. 066015. <https://doi.org/10.1088/1741-4326/abf419>
13. Zhu J.X., Rea C., Granetz R.S., Marmar E.S., Sweeney R., Montes K., Tinguely R.A. Integrated deep learning framework for unstable event identification and disruption prediction of tokamak plasmas // *Nuclear Fusion*. 2023. Vol. 63. No. 4. P. 046009. <https://doi.org/10.1088/1741-4326/acb803>
14. Bakhtadze N., Yadikin I. Discrete predictive models for stability analysis of power supply systems // *Mathematics*. 2020. Vol. 8. No. 11. P. 1943. <https://doi.org/10.3390/math8111943>
15. Cuturi M., Blondel M. Soft-DTW: a differentiable loss function for time-series // *Proceedings of the 34th International Conference on Machine Learning*, 6-11 August 2017, Sydney, Australia. Vol. 70. P. 894-903. <https://proceedings.mlr.press/v70/cuturi17a.html>
16. Stübinger J., Walter D. Using multi-dimensional dynamic time warping to identify time-varying lead-lag relationships // *Sensors*. 2022. Vol. 22. No. 18. P. 6884. <https://doi.org/10.3390/s22186884>

Мухтаров Кирилл Саидович. Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова Российской академии наук, г. Москва, Россия. Научный сотрудник. Область научных интересов: идентификация систем управления, анализ временных рядов. E-mail: kirill.muhtarov@mail.ru

LPV Model Identification for Tokamak Plasma Control Using Associative Search

K. S. Mukhtarov

V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

Abstract. The development of the models based on the mathematical description of the dynamic patterns for the magnetic control systems of the plasma in the tokamaks is complicated by the nonlinear and time-varying dynamics of the plasma. This paper proposes the method for the construction of the JIT-models of the plasma discharge dynamics, which generates the set of local models through the associative search across the historical data. The dynamic patterns are identified using DTW and the clustering. The obtained set of models is reduced to the minimum number required to adequately describe the discharge dynamics by means of the LPV-models. Procedures are proposed for determining the time intervals for the application of the associative models, which are sufficient to achieve the acceptable accuracy of the resulting LPV-models. The comparison of the two approaches is conducted: the approach based on the original timestamps and the approach based on the distribution of the cluster weights. The experimental validation on the test set of the various tokamak discharges confirmed the high accuracy of the models, while substantially reducing the complexity of the algorithm for their construction.

Keywords: tokamak plasma control, LPV systems, system identification, associative search, dynamic time warping, clustering, ARX models.

DOI: 10.14357/20790279260207 **EDN:** UAYSRY

References

1. Ariola M., Pironti A. *Magnetic control of tokamak plasmas*. London: Springer London; 2008. 162 p. <https://doi.org/10.1007/978-1-84800-324-8>
2. De Tommasi G., Albanese R., Ambrosino G., Ariola M., Lomas P.J., Pironti A., et al. Current, position, and shape control in tokamaks. *Fusion Science and Technology*. 2011;59(3):486-498. <https://doi.org/10.13182/FST59-486>
3. De Tommasi G. Plasma magnetic control in tokamak devices. *Journal of Fusion Energy*. 2019;38(3):406-436. <https://doi.org/10.1007/s10894-018-0162-5>
4. Mitrishkin Y.V., Kartsev N.M., Prokhorov A.A., Pavlova E.A., Korenev P.S., Konkov A.E., et al. Tokamak plasma models development for plasma magnetic control systems design by first principle equations and identification approach. *Procedia computer science*. 2021;186:466-474. <https://doi.org/10.1016/j.procs.2021.04.167>
5. Konkov A.E., Mitrishkin Y.V. Synthesis Methodology for Discrete MIMO PID Controller with Loop Shaping on LTV Plant Model via Iterated LMI Restrictions. *Mathematics*. 2024;12(6):810-848. <https://doi.org/10.3390/math12060810>
6. Moreau D., Mazon D., Walker M.L., Ferron J.R., Burrell K.H., Flanagan S.M., et al. Plasma models for real-time control of advanced tokamak scenarios. *Nuclear Fusion*. 2011;51(6):063009. <https://doi.org/10.1088/0029-5515/51/6/063009>
7. Limebeer D.J.N., Wainwright J.P. Recent advances in Tokamak modelling. In: *IEEE International Symposium on Industrial Electronics*. Proceedings. ISIE'98 (Cat. No.98TH8357), Pretoria, South Africa; 1998. P. 21-27. <https://doi.org/10.1109/ISIE.1998.707742>
8. Coutlis A., Limebeer D.J.N., Wainwright J.P., Lister J.B., Vyas P. Frequency response identification of the dynamics of a tokamak plasma. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*. 2000; 8(4):646-659. <https://doi.org/10.1109/87.852910>
9. Wang Y., Xiao B., Liu L., Guo Y. System identification for EAST plasma shape and position control. *Fusion Engineering and Design*. 2018;129:140-146. <https://doi.org/10.1016/j.fusengdes.2018.02.021>
10. Sengupta A., Ranjan P. Identification of plasma parameters and optimization of magnetic sensors in the superconducting steady-state tokamak-1 using neural networks. *Fusion Technology*. 2001;39(1):1-17. <https://doi.org/10.13182/FST01-A146>
11. Mitrishkin Y.V., Korenev P.S., Konkov A.E., Kruzhkov V.I., Ovsiannikov N.E. New identification approach and methods for plasma equilibrium reconstruction in D-shaped tokamaks. *Mathematics*. 2021;10(1):40-63. <https://doi.org/10.3390/math10010040>
12. Wan C., Yu Z., Wang F., Liu X., Li J. Experiment data-driven modeling of tokamak discharge in EAST. *Nuclear Fusion*. 2021;61(6):066015. <https://doi.org/10.1088/1741-4326/abf419>
13. Zhu J.X., Rea C., Granetz R.S., Marmar E.S., Sweeney R., Montes K., Tinguely R.A. Integrated deep learning framework for unstable event identification and disruption

- prediction of tokamak plasmas. *Nuclear Fusion*. 2023;63(4):046009. <https://doi.org/10.1088/1741-4326/acb803>
14. Bakhtadze N., Yadikin I. Discrete predictive models for stability analysis of power supply systems. *Mathematics*. 2020;8(11):1943. <https://doi.org/10.3390/math8111943>
15. Cuturi M., Blondel M. Soft-DTW: a differentiable loss function for time-series. In: *Proceedings of the 34th International Conference on Machine Learning*, 6-11 August 2017, Sydney, Australia. PMLR; 2017;70:894-903. <https://proceedings.mlr.press/v70/cuturi17a.html>
16. Stübinger J., Walter D. Using multi-dimensional dynamic time warping to identify time-varying lead-lag relationships. *Sensors*. 2022;22(18):6884. <https://doi.org/10.3390/s22186884>

Mukhtarov Kirill S. V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia. Researcher. Research interests: control system identification, time series analysis. E-mail: kirill.muhtarov@mail.ru